

Wpływ parametrów obliczeniowych na błędy symulacji oświetlenia pośredniego metodą Monte Carlo

Streszczenie. Artykuł opisuje błędy popełniane podczas stosowania metody Monte Carlo w obliczeniach świetlnych. Analizę rozpoczęto od błędów systematycznych związanych z uśrednianiem wyznaczanych wartości światłości w danym kącie bryłowym lub natężenia oświetlenia na danej powierzchni. Następnie przeanalizowano wpływ liczby promieni testowych na dokładność otrzymanych wyników.

Abstract. This paper examines errors observed in applications of the Monte-Carlo method in calculations of lighting parameters. The analysis starts with systematic errors, associated with averaging calculated values of luminous intensity in the given spatial angle or illuminance on the given surface. Then, we examine the impact of the number of test rays on the precision of obtained results. (**Impact of calculation parameters on Monte-Carlo simulation errors for indirect lighting**).

Słowa kluczowe: metoda Monte Carlo, obliczenia oświetleniowe, błędy obliczeniowe, oświetlenie pośrednie.

Keywords: Monte-Carlo method, lighting calculations, calculation errors, indirect lighting.

doi:10.12915/pe.2014.01.75

Wstęp

Metoda Monte Carlo obliczeń świetlnych jest szczególnie użyteczna w przypadku symulacji instalacji oświetlenia pośredniego. W instalacjach takich rozsył strumienia świetlnego kształtowany jest przeważnie przez elementy architektoniczne, których właściwości świetlne są zbliżone do powierzchni lambertowskiej. Elementy takie odbijają padający strumień świetlny w całą półprzestrzeń w sposób równomiernie rozproszony. Uniemożliwia to praktycznie uporządkowane śledzenie wszystkich elementarnych strumieni świetlnych w takim pomieszczeniu. W metodzie Monte Carlo wykonuje się śledzenie promieni losowych, co prowadzi, przy wystarczająco dużej ich liczbie, do uzyskania praktycznie użytecznych rezultatów w możliwym do zaakceptowania czasie. Należy jednak pamiętać, że metoda Monte Carlo obliczeń świetlnych należy do grupy metod strumieniowych, w których światłość w danym kierunku wyznaczana jest jako średnia wartość strumienia świetlnego w określonym kącie bryłowym, a natężenie oświetlenia jako średnia wartość strumienia świetlnego na danej powierzchni [2]. Uśrednienie to prowadzi do powstawania błędów systematycznych, tym większych im bardziej nierównomierny rozkład strumienia świetlnego jest uśredniany. Zmniejszenie wartości błędów systematycznych może być dokonane tylko poprzez ograniczenie elementarnego kąta bryłowego lub pola powierzchni do takich rozmiarów, dla których można uznać, że wyznaczana wielkość jest stała lub zmienia się liniowo. Niestety wtedy, przy stałej liczbie testowych promieni losowych, rosną przypadkowe błędy obliczeniowe.

W artykule przeanalizowano zagadnienia błędów systematycznych, przypadkowych i czasu obliczeniowego poczynając od symulacji metodą Monte Carlo krzywej światłości kosinusowego rozsyłu strumienia świetlnego diody LED. Następnie zbadano dokładność obliczeń bezpośredniego natężenia oświetlenia na danej powierzchni oświetlanej diodami LED.

Symulacja bryły fotometrycznej diody LED metodą Monte Carlo

Metoda Monte Carlo obliczeń świetlnych opiera się na analizie dróg pojedynczych testowych promieni świetlnych losowo wypromieniowywanych z modelu bryły świecącej źródła światła. Dokonując losowego wyboru punktu wyjścia promienia świetlnego z powierzchni źródła światła oraz losowego wyboru kierunku wyjścia, przy założeniu dostatecznie dużej liczby losowań, otrzymuje się symulację emisji całego strumienia świetlnego. W celu wyznaczenia

światłości I_{α} układu w danym kierunku α , należy zliczyć wszystkie promienie trafiające w wybrany elementarny kąt bryłowy $\Delta\omega_{\alpha}$. Przy założeniu równego udziału każdego promienia testowego w tworzeniu bryły fotometrycznej, światłość $I_{\alpha,MC}$ można obliczyć metodą Monte Carlo na podstawie wzoru

$$(1) \quad I_{\alpha,MC} = \frac{n_{\alpha}}{n_T} \cdot \frac{\Phi_z}{\Delta\omega_{\alpha}}$$

gdzie: n_{α} - liczba promieni trafiających w założony elementarny kąt bryłowy $\Delta\omega_{\alpha}$, n_T - liczba losowań (pojedynczych promieni testowych), Φ_z - strumień świetlny źródła światła.

Celem obliczeń świetlnych jest wyznaczenie, w jak najkrótszym czasie, krzywej światłości I_{α} z dostateczną rozdzielczością (odpowiednio małą wartością kąta $\Delta\alpha$) i z małym błędem obliczeniowym. Wystarczająco mała wartość kąta $\Delta\alpha$ zależy od parametrów świetlnych rozpatrywanego układu. W oprawach oświetlenia ogólnego przyjmuje się na ogół wartość $5,0^{\circ}$, a przy dokładniejszych obliczeniach lub w oprawach o uwydatnionych kierunkach świecenia, np. oprawach ulicznych, wartość $2,5^{\circ}$ [1]. Wyboru wartości kąta $\Delta\alpha$ powinno się dokonywać bardzo rozważnie. Wprawdzie w metodzie Monte Carlo czas obliczeń nie zależy bezpośrednio od wartości kąta $\Delta\alpha$, ale jego zmniejszenie prowadzi, przy ustalonych innych parametrach obliczeniowych, do zwiększenia wartości popełnianych błędów obliczeniowych.

W technice świetlnej błędy obliczeniowe określa się różnymi metodami [2]. Najprostszą jest porównanie krzywej światłości obliczonej I_{ao} i teoretycznej I_{at} . Porównywanie wartości bezwzględnych jest rzadko stosowane w praktyce, gdyż niemożliwe byłoby porównywanie tych samych układów ze źródłami światła o różnym strumieniu świetlnym. Wadę tę można wyeliminować, przeliczając otrzymane wyniki światłości względem wartości strumienia świetlnego źródła światła, wyrażonego w kilolumenach [klm]. Taka metoda stosowana jest w katalogach do przedstawiania krzywych światłości opraw oświetleniowych. Powszechnie do analizy dokładności otrzymanych wyników obliczeniowych wykorzystuje się błędy względne. Gdy bezwzględna wartość błędu odniesiona jest do teoretycznej wartości światłości I_{at} to otrzymuje się względny błąd obliczeniowy δ_t :

$$(2) \quad \delta_t = \frac{I_{ao} - I_{at}}{I_{at}}$$

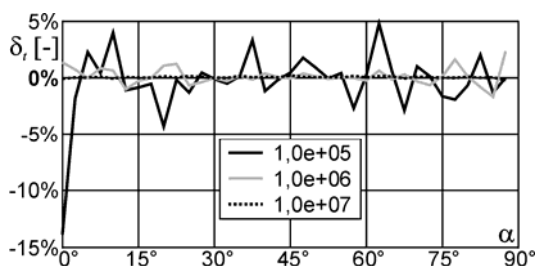
W prowadzonych badaniach dążono do uzyskania względnych błędów obliczeniowych δ , na poziomie $\pm 1\%$, przy jak najkrótszym czasie obliczeniowym.

W tabeli 1 przedstawiono wartości minimalnych i maksymalnych błędów obliczeniowych δ , symulacji obrotowo-symetrycznej, kosinusowej bryły fotometrycznej diody LED przy różnej liczbie n_T promieni testowych. Kąt $\Delta\alpha$ podziału przestrzeni zewnętrznej wynosił $2,5^\circ$. Wartości błędów δ maleją wprost proporcjonalnie do wzrostu liczby n_T promieni testowych. Zakładaną na poziomie $\pm 1\%$ wartość błędów δ , interpolując wyniki z tabeli 1, można osiągnąć przy liczbie n_T promieni testowych wynoszącej ok. $2,0e+06$. Należy zauważyć, że przy największej liczbie promieni testowych ($1,0e+08$) wszystkie błędy mają wartość ujemną. Są to błędy systematyczne wynikające z faktu, że teoretyczna wartość oświetlenia w określonym kierunku porównywana jest ze średnią wartością oświetlenia w danym kącie bryłowym. Wartości tych błędów są bardzo małe, co wynika z faktu przyjęcia wartości $2,5^\circ$ kąta podziału przestrzeni zewnętrznej.

Tabela 1. Wartości minimalnych i maksymalnych błędów obliczeniowych symulacji obrotowo-symetrycznej bryły fotometrycznej diody LED w zależności od liczby n_T promieni testowych

Liczba promieni testowych n_T	Minimalny błąd obliczeniowy	Maksymalny błąd obliczeniowy
$1,0e+05$	-13,86%	4,67%
$1,0e+06$	-1,76%	2,25%
$1,0e+07$	-0,29%	0,12%
$1,0e+08$	-0,035%	-0,012%

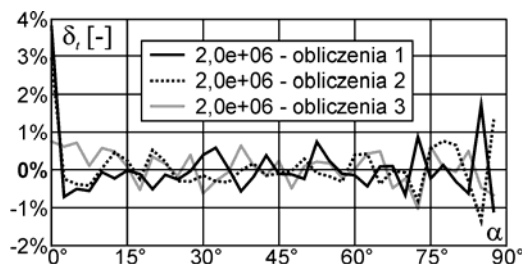
Bardziej szczegółową analizę dokładności otrzymanych wyników można przeprowadzić na podstawie kształtu kątowych rozkładów błędów obliczeniowych obrotowo-symetrycznej diody LED przy różnej liczbie n_T promieni testowych (rys. 1). Przy mniejszej liczbie n_T promieni testowych największe wartości błędów występują w kierunkach osiowych (rys. 1 - $1,0e+05$). Jest to błąd systematyczny charakterystyczny dla wszystkich metod strumieniowych obliczeń świetlnych [2]. Wynika on z nierównomiernego podziału przestrzeni zewnętrznej na elementarne kąty bryłowe $\Delta\omega_\alpha$.



Rys. 1. Kątowe rozkłady błędów obliczeniowych obrotowo-symetrycznej bryły fotometrycznej diody LED przy różnej liczbie promieni testowych n_T

Analizując otrzymywane przy wykorzystaniu metody Monte Carlo wyniki obliczeniowe należy pamiętać, że za każdy razem będą one inne, gdyż w kolejnych obliczeniach generator liczb losowych powinien wygenerować inny ciąg liczb losowych, na podstawie których obliczane są kierunki wysyłania promieni testowych. Potwierdziły to przedstawione na rysunku 2 kształty rozkładów błędów kolejnych trzech wyników obliczeń wykonanych przy liczbie $2,0e+06$ promieni testowych. Dwa pierwsze rozkłady mogły wskazywać na systematyczny charakter błędów w kierunkach przyosiowych oraz większe niż zakładane

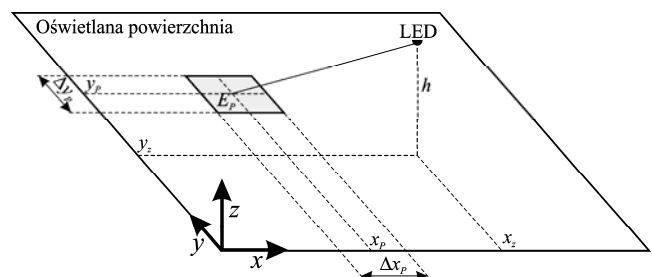
wartość błędów w kierunkach bliskich 90° . Ostatni z otrzymanych wyników zaprzeczył jednak temu wnioskowi, gdyż rozkład błędów jest równomierny w całym zakresie kątów i nie przekracza $\pm 1\%$. Na podstawie otrzymanych wyników, można stwierdzić, że liczba promieni testowych wynosząca $2,0e+06$ jest wystarczająca do uzyskania błędów symulacji na poziomie $\pm 1\%$, choć w niektórych przypadkach otrzymane wartości błędów mogą być większe.



Rys. 2. Kątowe rozkłady błędów obliczeniowych trzech kolejnych wyników symulacji obrotowo-symetrycznej bryły fotometrycznej diody LED przy liczbie $2,0e+06$ promieni testowych

Błędy w obliczeniach natężenia oświetlenia

Po przeanalizowaniu wartości błędów popełnianych przy symulacji metodą Monte Carlo kosinusowej bryły fotometrycznej diody LED postanowiono dokonać analizy dokładności wyznaczania tą metodą bezpośredniego natężenia oświetlenia wytwarzanego przez takie źródło światła. W instalacjach oświetlenia pośredniego oprawy umieszczone są zazwyczaj blisko elementów architektonicznych. Powierzchnie pomieszczenia odbijają padający strumień świetlny co w znacznym stopniu wpływa na parametry instalacji oświetleniowej. Podstawą do wyznaczania odbić wielokrotnych w pomieszczeniu jest obliczenie prawidłowej wartości natężenia oświetlenia, jaką źródło światła wytwarza na danej powierzchni.



Rys. 3. Geometria układu do wyznaczania natężenia oświetlenia E_p na powierzchni roboczej oświetlanej diodą LED o pomijalnych rozmiarach

Obliczanie metodą Monte Carlo bezpośredniego natężenia oświetlenia polega, tak jak w przypadku symulacji bryły fotometrycznej źródła światła, na analizie toru promieni testowych wysłanych losowo ze źródła światła. Wartość natężenia oświetlenia $E_{p,MC}$ w punkcie P można wyznaczyć analogicznie jak w (1)

$$(3) \quad E_{p,MC} = \frac{n_p}{n_T} \cdot \frac{\Phi_z}{\Delta x_p \cdot \Delta y_p}$$

gdzie: n_p - liczba promieni testowych trafiających w założony obszar powierzchni roboczej o środku w punkcie P i wymiarach $\Delta x_p, \Delta y_p$.

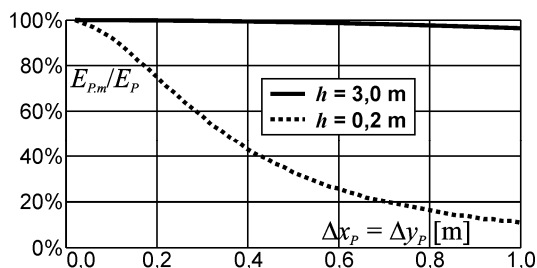
Przed przystąpieniem do analizy dokładności wyznaczania natężenia oświetlenia $E_{p,MC}$ należy wziąć pod uwagę fakt, że wartość $E_{p,MC}$ jest średnią wartością

natężenia oświetlenia na obszarze o środku w punkcie P i wymiarach $\Delta x_p, \Delta y_p$. Zatem wartość natężenia oświetlenia $E_{P,MC}$ nie powinna być bezpośrednio porównywana z wartością punktową E_p obliczoną na podstawie prawa odwrotności kwadratów, ale z teoretyczną średnią wartością $E_{P,m}$ na tym obszarze (rys. 3)

(4)

$$E_{P,m} = \frac{\Phi_z}{\pi} \cdot \int_{y_p - \frac{\Delta y_p}{2}}^{y_p + \frac{\Delta y_p}{2}} \int_{x_p - \frac{\Delta x_p}{2}}^{x_p + \frac{\Delta x_p}{2}} \frac{h^2}{\left((x_p - x_z)^2 + (y_p - y_z)^2 + h^2 \right)^2} \cdot dx_p \cdot dy_p$$

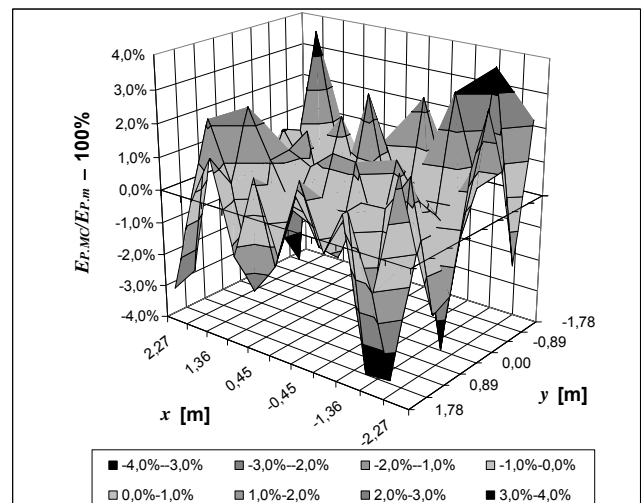
Wartości natężenia oświetlenia punktowa E_p i średnia $E_{P,m}$ (4) różnią się i jest to systematyczny błąd wyznaczania bezpośredniego natężenia oświetlenia metodą Monte Carlo. Wartości błędów zależą od geometrii pomieszczenia (wysokości h), położenia punktu P (współrzędne x_p, y_p) i położenia źródła światła (współrzędne x_z, y_z) oraz wymiarów pola obliczeniowego ($\Delta x_p, \Delta y_p$). Na rysunku 4 przedstawiono wykresy zależności względnej wartości średniego natężenia oświetlenia $E_{P,m}/E_p$ od wymiarów ($\Delta x_p = \Delta y_p$) kwadratowego pola uśredniania, dla wysokości h zawieszania wynoszącej 3,0 m i 0,2 m. Wysokości te odpowiadają bezpośredniemu oświetleniu powierzchni roboczej i powierzchni sufitu. Punkt P położony był w osi źródła światła ($x_p - x_z = y_p - y_z = 0$). Błędy uśredniania występujące w obszarze pod źródłem światła szybko wzrastają wraz ze zmniejszaniem się odległości źródła światła od powierzchni oświetlanej. W przypadku wysokości zawieszania h wynoszącej 3,0 m średnia wartość $E_{P,m}$ jest o 1% mniejsza od wartości E_p przy polu uśredniania o wymiarach $\Delta x_p = \Delta y_p$ wynoszących 0,52 m. Natomiast przy wysokości zawieszania h wynoszącej 0,2 m taki sam błąd występuje przy polu uśredniania o wymiarach $\Delta x_p = \Delta y_p$ wynoszących tylko 0,03 m!



Rys. 4. Zależność względnej wartości średniego natężenia oświetlenia $E_{P,m}/E_p$ od wymiarów pola uśredniania $\Delta x_p = \Delta y_p$ przy punkcie P położonym w osi źródła światła

Obliczona metodą Monte Carlo wartość $E_{P,MC}$ jest również obciążona błędem przypadkowym, związanym z losowym charakterem emisji testowych promieni świetlnych. Badanie dokładności obliczeń natężenia oświetlenia metodą Monte Carlo dotyczyło pomieszczenia o wymiarach 4×5 m, w którym na wysokości $h = 3$ m zawieszono źródło światła o rozsyłe kosinusowym. Podłogę pomieszczenia podzielono wzdłuż na 11 elementów, a w poprzek na 9 elementów. Elementarne pole obliczeniowe miało wymiary $0,455 \text{ m} \times 0,444 \text{ m}$. Przyjęty podział podyktowany był chęcią uzyskania pól o wymiarach zbliżonych do $0,5 \times 0,5$ m. Jednocześnie w obu kierunkach dokonano podziału na nieparzystą liczbę elementów, aby środek pola obliczeniowego znajdującego się w środku pomieszczenia pokrywał się z osią źródła światła. Na rysunku 5 przedstawiono rozkład błędów obliczeniowych wyznaczania średniego natężenia oświetlenia $E_{P,MC}$ metodą Monte Carlo przy liczbie promieni testowych n_T równej $1,0e+06$. Wprawdzie maksymalna wartość błędu wynosi

+3,7%, a minimalna -4,1%, to w większości przypadków błędy nie przekraczają $\pm 1\%$, czyli założonej dokładności obliczeń.



Rys. 5. Powierzchniowy rozkład błędów wyznaczania średniego natężenia oświetlenia $E_{P,MC}$ przy liczbie promieni testowych n_T równej $1,0e+06$

Wnioski

Badanie wymaganej w metodzie Monte Carlo obliczeń świetlnych liczby promieni testowych ma bardzo duże znaczenie. Z jednej strony dąży się zawsze do otrzymania jak najdokładniejszych wyników, z drugiej jednak wzrost liczby promieni testowych prowadzi do proporcjonalnego wzrostu czasu wykonywania obliczeń. Należy również pamiętać, że zwiększanie liczby promieni testowych zmniejsza tylko błędy przypadkowe obliczeń wykonywanych metodą Monte Carlo. Przedstawione problemy dotyczące błędów systematycznych tej metody związane są z wyznaczaniem natężenia oświetlenia jako średniej wartości strumienia świetlnego na danej powierzchni. Wartości błędów systematycznych zależą głównie od geometrii instalacji oświetleniowej i mogą być znaczące przy małej odległości źródła światła od powierzchni oświetlanej.

Publikacja opracowana na podstawie wyników uzyskanych w ramach II etapu programu wieloletniego pn. „Poprawa bezpieczeństwa i warunków pracy” dofinansowywanego w latach 2011-2013 w zakresie badań naukowych i prac rozwojowych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Koordynator: Centralny Instytut Ochrony Pracy – Państwowy Instytut Badawczy.

LITERATURA

- [1] PN-EN 13032-1:2010 Światło i oświetlenie. Pomiar i prezentacja danych fotometrycznych lamp i opraw oświetleniowych. Część 1: Pomiar i format pliku
- [2] Zaremba K., Analiza i synteza właściwości świetlnych odbłyśników obrotowo-symetrycznych metodą uporządkowanego śledzenia strumieni elementarnych, *Rozprawy Naukowe Politechniki Białostockiej*, Nr 190, (2010), 16-31

Autorzy: mgr inż. Andrzej Pawlak, Centralny Instytut Ochrony Pracy - Państwowy Instytut Badawczy, ul. Czerniakowska 16, 00-701 Warszawa, e-mail: anpaw@ciop.pl; dr hab. inż. Krzysztof Zaremba, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok, e-mail: k.zaremba@pb.edu.pl