

Wyznaczanie orientacji obiektu w przestrzeni z wykorzystaniem naiwnego filtra Kalmana

Streszczenie. W pracy zaprezentowano sposób estymacji orientacji obiektu, w postaci kątów Eulera, w przestrzeni 3D z wykorzystaniem naiwnego filtra Kalmana. Wykorzystując założenie z systemów klasyfikacji bayesowskiej, że wektor pomiarowy prędkości kątowej modelujący pewne zdarzenie może być rozpatrywany jako zbiór trzech niezależnych zdarzeń, dokonano syntezy niezależnych filtrów Kalmana dla każdej z osi układu współrzędnych RPY. Zaprezentowano fuzję danych z rzeczywistego czujnika IMU integrującą dane pomiarowe z trójosiowych żyroskopów, akcelerometrów oraz magnetometrów.

Abstract. In the paper naive Kalman filter is presented for estimating orientation in 3D space. Using the assumption of Bayesian classification systems, the angular velocity vector is treated as three separate events. Therefore, three independent Kalman filter are used to estimate Euler angles for each RPY coordinate system. Data fusion is presented for real IMU sensor which integrated data from triaxial gyroscope, accelerometer and magnetometer. (3D object orientation with naive Kalman filter)

Słowa kluczowe: orientacja 3D, IMU, filtr Kalmana.

Keywords: 3D orientation, IMU, Kalman filter.

doi:10.12915/pe.2014.01.09

Wstęp

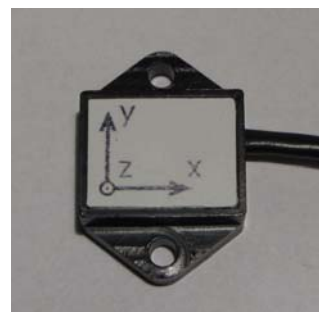
Znajomość orientacji w przestrzeni jest niezbędną informacją podczas sterowania obiektami doznającymi ruchu obrotowego, oceny ruchliwości ludzkich kończyn czy wizualizacji położenia segmentów ciała ludzkiego w świecie wirtualnym. Orientacja zdefiniowana jest jako kąty Eulera: przechylenia, pochylenia oraz odchylenia (ang. *R-roll*, *P-pitch* i *Y-yaw*) wokół osi związanych z obiektem.

Do estymacji kątów Eulera wykorzystuje się ideę fuzji sensorycznej, w której w jednym algorytmie integruje się dane pomiarowe z różnych czujników. Kąty wyznaczyć można bowiem z żyroskopów, poprzez macierzowe całkowanie prędkości kątowych [5,11], oraz z akcelerometrów i magnetometrów, wykorzystując zależności algebraiczne [7,19,20].

W literaturze do oceny orientacji wykorzystywane są różne metody oraz narzędzia matematyczne jak na przykład rachunek kwaternionów, filtry komplementarne oraz filtr Kalmana. Filtr Kalman wymaga zapisania dla procesu jego modelu, który w przeważających przypadkach bazuje na nieliniowych równaniach kinematyki ruchu obrotowego bryły sztywnej. Wykorzystanie tego opisu wymaga zlinearyzowania tego modelu. Podejście to jest prawidłowe, jednakże bywa bardzo skomplikowane pojęciowo, obliczeniowo oraz implementacyjnie.

W pracach nad problemem wyznaczenia orientacji autorzy poszukiwali jak najprostszego algorytmu realizującego wyznaczenie orientacji. Chcąc wykorzystać do tego celu klasyczny filtr Kalmana poszukiwano liniowego opisu procesu. Główna teza pracy brzmi, iż można wyznaczać orientację (kąty Eulera) na drodze niezależnego przetwarzania w filtrach Kalmana wskazań żyroskopów w trzech niezależnych osiach układu związanego z obiektem. Jakkolwiek teza ta wydaje się błędna to prezentowane przykłady praktyczne potwierdzają słuszność rozwiązania. Na pewno jednak nie pozwalają odrzucić takiej hipotezy jako całkowicie nieprawdziwej.

W pracy zaprezentowano pełny opis układu sensorów, sposób wyznaczenia z nich kątów oraz dwa podejścia do modelowania fuzji sensorycznej. Poprawność proponowanego rozwiązania potwierdzają wyznaczone orientacje. Do przeprowadzonych eksperymentów wykorzystane zostały pomiary uzyskane z czujnika IMU (rys. 1) będącego wynikiem prac zespołu badawczego Instytutu Automatyki w Politechnice Śląskiej w Gliwicach.



Rys. 1 . Czujnik IMU

Układ odniesienia

W problemach wyznaczenia orientacji obiektu w przestrzeni 3D wykorzystywane są różne układy odniesienia związane z przestrzenią, w której odbywa się ruch. Definiuje się układy bazowe oraz związane z obiektem. Układ referencyjny (bazowy) definiowany jest jako nieruchomy układ przestrzeni nawigacyjnej (ang. *n-frame; navigation-frame*) [5,11] np.: ECI, ECEF, LTP w tym: ENU oraz NED [6,5]. Druga grupa układów są to układy związane z obiektem (ang. *b-frame; body-frame*) [1,11] lub układem pomiarowym umieszczonym na nim (ang. *s-frame; sensor-frame*) [8]. W analizowanym problemie jako układ referencyjny (ang. *n-frame*) zaproponowana została konstrukcja o strukturze NWU (ang. *North-West-Up*) (rys. 2). Jako układ przestrzeni ruchomej, dla której wyznaczana jest orientacja względem układu referencyjnego, przyjęta została postać często wykorzystywana w nawigacji i umożliwiająca określenie kąta obrotu wokół trzech osi R-P-Y (ang. *Roll-Pitch-Yaw*). Przyjęto też, że układ związany z obiektem (ang. *b-frame*) jest tożsamy z układem pomiarowym sensorów IMU (ang. *s-frame*). W badaniach na potrzeby określenia orientacji obiektu estymuje się kąty przechylenia (ang. *Roll*), pochylenia (ang. *Pitch*) oraz odchylenia (ang. *Yaw*) oznaczane w pracy odpowiednio jako ϕ , θ , ψ .

Macierz transformacji

Przekształcenie R definiuje macierz rotacji określającą transformację obrotu w przestrzeni trójwymiarowej jednego układu względem drugiego. W nawigacji inercyjnej, szczególnie w lotnictwie, macierz przekształcenia jednorodnego odpowiadająca obrotom o kąty Y-P-R [15]

(odpowiednio o kąty R-P-Y względem pierwotnego/bazowego układu odniesienia NWU) może zostać zdefiniowana z wykorzystaniem elementarnych macierzy obrotów wokół poszczególnych osi (1) [4,5,7,8]. Macierz rotacji określająca transformację przejścia z układu bazowego (nieruchomego) NWU do układu ulegającego rotacji RPY zdefiniowana jest następująco [5,4,11]:

$$(1) \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

$$c_\alpha = \cos(\alpha), s_\alpha = \sin(\alpha)$$

Pozwala ona na określenie orientacji obiektu w układzie bazowym NWU na podstawie znajomości wartości kątów R-P-Y oraz informacji o obiekcie wyrażonej w układzie pomiarowym IMU. Natomiast przekształcenie odwrotne rotacji, w notacji kątów Eulera XYZ (RPY), można zdefiniować jako obroty w przeciwnym (odwrotnym) kierunku wokół osi Z-Y-X układu pierwotnego/ruchomego RPY związanego z układem pomiarowym IMU:

$$(2) \mathbf{R}_{NWU}^{RPY} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

$$c_\alpha = \cos(\alpha), s_\alpha = \sin(\alpha)$$

Powyższe transformacje (1) i (2) często określane są jako macierze kosinusów kierunkowych DCM (Direction Cosine Matrix) [6,3,11], powiązane są ze sobą w następującej zależności:

$$(3) \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_R & \mathbf{I}_P & \mathbf{I}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{NR} & c_{NP} & c_{NY} \\ c_{WR} & c_{WP} & c_{WY} \\ c_{UR} & c_{UP} & c_{UY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N^T \\ \mathbf{I}_W^T \\ \mathbf{I}_U^T \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{I}_W & \mathbf{I}_U \end{bmatrix}^T = \left(\mathbf{R}_{NWU}^{RPY} \right)^{-1}$$

gdzie \mathbf{I}_i to wersor i -tej osi układu danej przestrzeni, natomiast współczynniki macierzy DCM $c_{ij} = \mathbf{I}_i^T \cdot \mathbf{I}_j = \cos(\beta)$ określają kosinus kąta pomiędzy osią i układu bazowego NWU oraz osią j układu pomiarowego RPY.

Orientacja obiektu

Układ pomiarowy IMU zbudowany został z wykorzystaniem technologii MEMS [5,3]. Wyposażony został w trzy trójosiowe układy pomiarowe zdefiniowane w konfiguracji układu odniesienia związanego z układem bazowym Ziemi NWU.

Akcelerometry

Model sygnału mierzonego przyspieszenia przez układ akcelerometrów definiowany jest jako suma rzeczywistej wartości przyspieszenia obiektu $\tilde{\mathbf{a}}$, wektora grawitacji \mathbf{g} oraz składowej \mathbf{w}_a modelującej zakłócenie w postaci białego szumu gaussowskiego [8,10]:

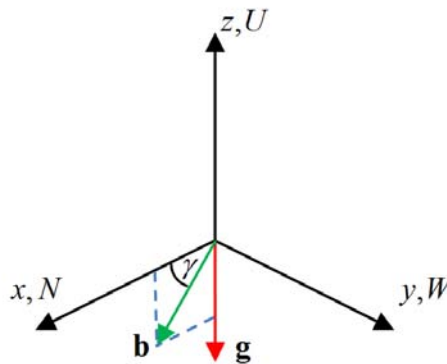
$$(4) \mathbf{a} = \tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{g} + \mathbf{w}_a$$

Rozpatrując przypadek idealny (bez zakłóceń) układ trójosiowego akcelerometru mierzy wartość przyspieszenia

$\mathbf{a}^A = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ z uwzględnieniem rzutów wektora przyspieszenia na osie układu pomiarowego w przestrzeni RPY [15]:

$$(5) \mathbf{a}^A = \mathbf{R}_{NWU}^{RPY} \cdot (\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{g})$$

gdzie $\tilde{\mathbf{a}}$ oraz $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ -g]^T$ to odpowiednio wektor przyspieszenia obiektu oraz wektor przyspieszenia ziemskiego ($g \approx 9,81[\text{m/s}^2]$) (rys. 2) wyrażone w układzie odniesienia NWU.



Rys. 2. Położenie wektorów przyspieszenia ziemskiego \mathbf{g} oraz pola magnetycznego Ziemi \mathbf{b} w układzie odniesienia NWU

Przyjmując, że wartość przyspieszenia związanego z ruchem obiektu jest pomijalnie mała ($\tilde{\mathbf{a}} \approx \mathbf{0}$) [7] można w przybliżeniu założyć, że układ akcelerometrów mierzy wartości rzutów stałego wektora przyspieszenia ziemskiego wyrażonego w układzie pomiarowym IMU. Założenie takie może zostać poczynione w przypadku gdy ruch obiektu i związanego z nim czujnika IMU jest zbliżony do ruchu pozbawionego nagłych i gwałtownych zmian. Jest to poprawne założenie często czynione w przypadku obiektów o dużej masie i bezwładności, dla których gwałtowna zmiana prędkości oraz duże i długotrwałe przyspieszenia liniowe nie są możliwe. Oczywiście założenie takie jest niepoprawne w przypadkach gwałtownych ruchów jak np. przy pomiarach orientacji ruchu ramienia ludzkiego w testach medycznych [8,10]. Uwzględnienie takich zmian wiąże się jednak z potrzebą estymacji wektora przyspieszenia i uwzględnienia tej wielkości w wektorze pomiarowym układu akcelerometrów. Mimo, iż w prezentowanej pracy takimi problemami nie zajmowano się to proponowane rozwiązanie można w prosty sposób rozszerzyć uwzględniając wartość przyspieszenia liniowego obiektu. Wykorzystując więc powyższe założenie oraz operator rotacji \mathbf{R}_{NWU}^{RPY} można wektor przyspieszenia ziemskiego \mathbf{g} wyrazić w układzie RPY:

$$(6) \mathbf{R}_{NWU}^{RPY} \cdot (-\mathbf{g}) = \begin{bmatrix} -s_\theta g \\ s_\phi c_\theta g \\ c_\phi c_\theta g \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \mathbf{a}^A$$

Wykorzystując zależność (6) można, w oparciu o uzyskany pomiar \mathbf{a}^A z czujników przyspieszenia liniowego [7,9], wyznaczyć wartości kątów rotacji obiektu ϕ (7) oraz θ (8):

$$(7) \left. \begin{array}{l} s_\phi c_\theta g = a_y \\ c_\phi c_\theta g = a_z \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(\phi) = \frac{a_y}{a_z} \Rightarrow \phi = \arctan\left(\frac{a_y}{a_z}\right)$$

$$(8) \quad -s_\theta g = a_x \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{a_x}{-g} \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{-a_x}{g}\right)$$

Uwzględniając zakres zmienności poszczególnych kątów zapewniający jednoznaczność rozwiązania [4] ($\{\phi \sim \pm\pi\}$, $\{\theta \sim \pm\pi/2\}$, $\{\psi \sim \pm\pi\}$) w procesie wyznaczania wartości kąta ϕ wykorzystana została definicja funkcji $\arctan2(Y,X)$ (arcustangens dwuargumentowy) zwracającej wartość kąta w zakresie $\pm\pi$:

$$(9) \quad \phi = \arctan\left(\frac{a_y}{a_z}\right) \Rightarrow \{\phi \sim \pm\pi\} \Rightarrow \phi = \arctan 2(a_y, a_z)$$

Analiza zależności wartości zwracanych przez układ akcelerometrów nie umożliwia wyznaczenia wszystkich trzech wartości kątów rotacji RPY. W celu wyznaczenia wartości kąta odchylenia wymagane jest zastosowanie układu kompasu magnetycznego realizowanego przez trójosiowy układ magnetometrów.

Magnetometri

Sygnal mierzony przez układ magnetometrów modelowany jest jako suma wektora natężenia pola magnetycznego Ziemi $\tilde{\mathbf{b}}$ oraz wektora \mathbf{w}_m modelującego szum pomiarowy [8]:

$$(10) \quad \mathbf{m} = \tilde{\mathbf{b}} + \mathbf{w}_m$$

Zastosowany w IMU trójosiowy układ magnetometrów mierzy rozkład wektora pola magnetycznego Ziemi $\tilde{\mathbf{b}} = [B \cos(\gamma) \quad 0 \quad -B \sin(\gamma)]^T$ w układzie RPY obiektu.

Kąt γ definiuje odchylenie (inklinację) wektora pola magnetycznego od płaszczyzny XY układu odniesienia. Wartość tego kąta zmienia się w zależności od szerokości geograficznej od 0° na równiku do $\pm 90^\circ$ na biegunach magnetycznych. Podobnie wartość natężenia pola magnetycznego B zależy od szerokości geograficznej. W celu uniezależnienia układu pomiarowego magnetometrów od natężenia pola magnetycznego Ziemi w procesie kalibracji wartość natężenia wektora pola magnetycznego została znormalizowana $\left(\|\tilde{\mathbf{b}}\| = \left\|\frac{\tilde{\mathbf{b}}}{B}\right\| = 1\right)$

[10]. Budowa czujnika magnetometrów układu IMU jest zgodna z konfiguracją układu bazowego Ziemi NWU (rys. 1). Trójosiowy magnetometr mierzy więc wartości rzutów $\mathbf{m}^M = [m_x \quad m_y \quad m_z]^T$ znormalizowanego wektora pola magnetycznego $\mathbf{b} = [\cos(\gamma) \quad 0 \quad -\sin(\gamma)]^T$ [15] w układzie RPY [8]:

$$(11) \quad \mathbf{m}^M = \mathbf{R}_{NWU}^{RPY} \cdot \mathbf{b}$$

Przekształcając powyższą zależność otrzymano [12]:

$$(12) \quad \mathbf{R}_Y(\theta) \cdot \mathbf{R}_X(\phi) \cdot \mathbf{m}^M = \mathbf{R}_Z(\psi)^T \cdot \mathbf{b} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\gamma & c_\theta s_\gamma & -s_\theta \\ c_\phi c_\gamma & c_\phi s_\gamma & -s_\phi \\ -s_\theta c_\gamma & -s_\theta s_\gamma & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta c_\gamma \\ c_\theta s_\gamma \\ -s_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\gamma \\ c_\phi c_\gamma \\ -s_\theta \end{bmatrix}$$

gdzie $\mathbf{R}_K(\alpha)$ to odpowiednio elementarna macierz rotacji wokół osi $K \in \{X, Y, Z\}$ o kąt $\alpha \in \{\varphi, \theta, \psi\}$.

Z przyrównania odpowiednich wartości składowych wektorów wynikowych [9] otrzymano zależność na wartość kąta obrotu odchylenia ψ [12]:

$$(13) \quad \left. \begin{aligned} c_\theta c_\gamma &= c_\theta m_x + s_\phi s_\theta m_y + c_\phi s_\theta m_z \\ -s_\theta c_\gamma &= c_\phi m_y - s_\phi m_z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Rightarrow \tan(\psi) = \frac{-(c_\phi m_y - s_\phi m_z)}{c_\theta m_x + s_\phi s_\theta m_y + c_\phi s_\theta m_z} \Rightarrow \Rightarrow \psi = \arctan\left(\frac{s_\phi m_z - c_\phi m_y}{c_\theta m_x + s_\phi s_\theta m_y + c_\phi s_\theta m_z}\right)$$

Podobnie jak w przypadku zależności określającej wartość kąta przechylenia ϕ (7) w procesie wyznaczania wartości kąta odchylenia ψ wykorzystana została funkcja arcustangens dwuargumentowy:

$$(14) \quad \psi = \arctan\left(\frac{s_\phi m_z - c_\phi m_y}{c_\theta m_x + s_\phi s_\theta m_y + c_\phi s_\theta m_z}\right) \Rightarrow \{\psi \sim \pm\pi\} \Rightarrow \Rightarrow \psi = \arctan 2\left((s_\phi m_z - c_\phi m_y), (c_\theta m_x + s_\phi s_\theta m_y + c_\phi s_\theta m_z)\right)$$

Ze względu na pojawiające się zakłócenia w układzie pomiarowym akcelerometrów (4) oraz magnetometrów (10) wartości wyznaczonych kątów rotacji ϕ , θ , ψ charakteryzują się gwałtownymi, szybkozmiennymi oraz krótkotrwałymi zmianami wartości w czasie. Z tego powodu tak wyznaczone wartości kątów rotacji często są poddawane filtracji dolnoprzepustowej mającej na celu eliminację zakłóceń będących efektem pojawiającego się szumu w sygnałach mierzonych w układzie IMU. Cechy tej nie posiadają wartości kątów rotacji wyznaczone w procesie całkowania sygnału z żyroskopów.

Żyroskopy

Trzecim układem czujników wykorzystywanym w IMU jest trójosiowy układ żyroskopów. Sygnal mierzony przez układ żyroskopów modelowany jest jako suma wektora prędkości kątowych $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$, wektora wartości podporowych (biasu) $\boldsymbol{\beta}$ oraz białego szumu gaussowskiego \mathbf{w}_ω [8,15]:

$$(15) \quad \boldsymbol{\omega}^G = \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\beta} + \mathbf{w}_\omega$$

W przypadku idealnym (bez biasu oraz zakłóceń) układ ten, skonfigurowany zgodnie z układem bazowym NWU, zwraca informację o zmianie kąta obrotu wokół danej osi układu obracanego RPY. W rezultacie sygnał z układu żyroskopów można zdefiniować jako wektor prędkości kątowych $\boldsymbol{\omega}^G = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$ poszczególnych osi układu pomiarowego IMU. Wykorzystując informację o macierzy przekształcenia jednorodnego \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} (1):

$$(16) \quad \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

można wyznaczyć, z porównania odpowiednich elementów (wiersz,kolumna) macierzy (16), wartości kątów rotacji obiektu: ϕ, θ, ψ [5]. Odpowiednio z porównania elementów (3,2) oraz (3,3) otrzymano wartość kąta ϕ :

$$(17) \quad \left. \begin{array}{l} s_\phi c_\theta = r_{32} \\ c_\phi c_\theta = r_{33} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(\phi) = \frac{r_{32}}{r_{33}} \Rightarrow \phi = \arctan\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right)$$

Z porównania elementu (3,1) można wyznaczyć wartość kąta θ :

$$(18) \quad -s_\theta = r_{31} \Rightarrow \sin(\theta) = -r_{31} \Rightarrow \theta = \arcsin(-r_{31})$$

Wartość kąta ψ otrzymano z porównania elementów (1,1) oraz (2,1):

$$(19) \quad \left. \begin{array}{l} c_\theta s_\psi = r_{21} \\ c_\theta c_\psi = r_{11} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(\psi) = \frac{r_{21}}{r_{11}} \Rightarrow \psi = \arctan\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right)$$

Uwzględniając, podobnie jak dla rozwiązania uzyskiwanego z układu akcelerometrów i magnetometrów, zakres zmienności poszczególnych kątów zapewniający jednoznaczność rozwiązania [4] w procesie wyznaczania wartości kąta ϕ oraz ψ wykorzystana została funkcja $\arctan2(Y,X)$ (arcustangens dwuargumentowy) zwracająca wartość kąta w zakresie $\pm\pi$:

$$(20) \quad \phi = \arctan\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right) \Rightarrow \{\phi \sim \pm\pi\} \Rightarrow \phi = \arctan 2(r_{32}, r_{33})$$

$$(21) \quad \psi = \arctan\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right) \Rightarrow \{\psi \sim \pm\pi\} \Rightarrow \psi = \arctan 2(r_{21}, r_{11})$$

Równanie ruchu rotacji

Powyższe zależności definiujące kąty RPY możliwe są do wyznaczenia pod warunkiem znajomości macierzy rotacji \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} (3). Wykorzystując wektor prędkości kątowych $\boldsymbol{\omega}^G$, zwracanych przez układ pomiarowy trójosiowego żyroskopu, można go traktować jako pseudowektor rotacji [6], wokół którego obrócony zostaje układ przestrzeni RPY związany z układem IMU. W takim przypadku macierz rotacji \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} oraz związane z nią wartości kątów ϕ, θ, ψ można wyznaczyć rozwiązując poniższe równanie różniczkowe generujące rotację [10]:

$$(22) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} = \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} \cdot [\boldsymbol{\omega}^G \times]$$

gdzie $[\boldsymbol{\omega}^G \times]$ jest macierzą skośnie-symetryczną [13] (operatorem iloczynu wektorowego). Zakładając, że wektor pseudorotacji jest równy wektorowi prędkości kątowych mierzonych przez układ żyroskopów:

$\boldsymbol{\omega}^G = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, wówczas tensor skośnie-symetryczny o wektorze osiowym $\boldsymbol{\omega}^G$ [13] zdefiniowany jest następująco [5,6,3,14]:

$$(23) \quad [\boldsymbol{\omega}^G \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Jedną z możliwości rozwiązania równania różniczkowego (22) jest zdefiniowanie, w oparciu o różniczkowe równanie generujące rotację, rozwiązania przybliżonego [14] bazującego na zastąpieniu operacji różniczkowania operacją różnicową dla skończonego okresu czasu Δt [5,11]:

$$(24) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \approx \frac{\mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t + \Delta t) - \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t)}{\Delta t}$$

Analizując zależność (24) można wyprowadzić iteracyjne równanie umożliwiające wyznaczanie macierzy $\mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t)$ w kolejnych chwilach czasu:

$$(25) \quad \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t + \Delta t) = \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) + \frac{d}{dt} \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot \Delta t$$

gdzie Δt jest okresem pomiędzy dyskretnymi chwilami czasu (jest okresem próbkowania w układzie IMU).

Dla małych wartości kątów rotacji $\alpha \in \{\phi, \theta, \psi\}$ można przyjąć, że $\sin(\alpha) \approx \alpha$ oraz $\cos(\alpha) \approx 1$ [14]. W rezultacie macierz rotacji \mathbf{R}_{RPY}^{NWU} (3) można przybliżyć w następujący sposób [5,12,11]:

$$(26) \quad \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \approx \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix}$$

W oparciu o przybliżoną postać macierzy rotacji (26), można równanie generujące rotację (22) przedstawić w następującej postaci [11]:

$$(27) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \approx \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} & \dot{\theta} \\ \dot{\psi} & 0 & -\dot{\phi} \\ -\dot{\theta} & \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}$$

Wykorzystując powyższe przybliżenie (27), oraz uwzględniając zależność:

$$(28) \quad \omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt} \approx \frac{\alpha(t + \Delta t) - \alpha(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\alpha(t)}{\Delta t}$$

można składową uaktualniającą rozwiązanie w równaniu (25) przedstawić w postaci [5]:

$$(29) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot \Delta t &\approx \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\psi & \Delta\theta \\ \Delta\psi & 0 & -\Delta\phi \\ -\Delta\theta & \Delta\phi & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot [\boldsymbol{\omega}^G \times] \cdot \Delta t = \\ &= \mathbf{R}_{RPY}^{NWU}(t) \cdot [A \times] \end{aligned}$$

gdzie $[A \times]$ jest macierzą skośnie-symetryczną:

$$(30) \quad [A \times] = [\boldsymbol{\omega}^G \times] \cdot \Delta t = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z \cdot \Delta t & \omega_y \cdot \Delta t \\ \omega_z \cdot \Delta t & 0 & -\omega_x \cdot \Delta t \\ -\omega_y \cdot \Delta t & \omega_x \cdot \Delta t & 0 \end{bmatrix}$$

Wykorzystując powyższe zależności oraz informację pozyskaną z układu pomiarowego żyroskopów można

zależność (25), definiującą macierz rotacji R_{RPY}^{NWU} , przedstawić w postaci [8]:

$$(31) \quad R_{RPY}^{NWU}(t + \Delta t) = R_{RPY}^{NWU}(t) \cdot B$$

gdzie:

$$(32) \quad B = I + [A \times] = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_z \cdot \Delta t & \omega_y \cdot \Delta t \\ \omega_z \cdot \Delta t & 1 & -\omega_x \cdot \Delta t \\ -\omega_y \cdot \Delta t & \omega_x \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix}$$

Na skutek operacji całkowania, w procesie wyznaczania macierzy R_{RPY}^{NWU} , wyznaczone na jej podstawie wartości kątów rotacji ϕ , θ , ψ pozbawione są efektu gwałtownych zmian będących skutkiem pojawiającego się szumu w_ω w wektorze prędkości kątowych ω^G (15). W odróżnieniu od wartości kątów rotacji wyznaczonych z sygnałów układu akcelerometrów i magnetometrów kąty wyznaczone z sygnałów układu żyroskopów pozbawione są elementu „nerwowości” w przebiegach czasowych. Jednak ze względu na pojawiający się stały czynnik (bias) β (15), w sygnale otrzymywanym z układu żyroskopów, w procesie całkowania wartość ta ulega skumulowaniu co objawia się powolną lecz ciągłą zmianą wartości wyznaczonych kątów rotacji. Efektem zaistniałego zjawiska jest dryft wartości wyznaczonych wielkości. W rezultacie zarówno wartości kątów wyznaczone z pomiarów układu żyroskopów jak i układów akcelerometrów i magnetometrów posiadają charakterystyczne, dla danych układów pomiarowych, błędy. Jednym ze sposobów korygowania wyznaczonych wielkości kątów rotacji jest wykorzystanie tzw. filtrów komplementarnych [15]. Często jednak proces korekcji realizowany jest jako fuzja sygnałów niosących informacje o orientacji z różnych źródeł pomiarowych. Proces ten realizowany jest z wykorzystaniem filtru Kalmana, pozwalającego na estymowanie wielkości niemierzalnych na podstawie dostępnych sygnałów oraz modelu procesu.

Naiwny filtr Kalmana

Fuzja sensoryczna integruje w spójną całość informacje pochodzące z różnych, na ogół fizycznie odseparowanych i niezależnych źródeł. W przypadku rozpatrywanej estymacji orientacji, fuzja dotyczy integracji informacji z akcelerometrów, żyroskopów i magnetometrów. W pracy wykorzystano do tego celu algorytm filtru Kalmana, który wymaga znajomości dyskretnego liniowego modelu procesu:

$$(33) \quad \begin{aligned} x_{k+1} &= Fx_k + Gu_k + Qw_k \\ y_k &= Hx_k + r_k \end{aligned}$$

Zakłada się, że dane z czujników (rys. 1) pobierane są w równo odległych chwilach czasu z okresem próbkowania Δt . Należy zatem stworzyć model procesu wyznaczania orientacji w przestrzeni z trzech niezależnych kanałów pomiarowych. Podobne modele znaleźć można w literaturze [1] jednakże dotyczą one opisu obrotu wokół jednej osi. Inne podejścia uwzględniają nieliniowe równania kinematyki ruchu obrotowego bryły sztywnej, które należy linearyzować.

Pomiar prędkości kątowej ω_k^G z żyroskopu obarczony jest błędem biasu (zera) oraz dodatkowym zakłóceniem stochastycznym modelowanym w postaci dyskretnego białego szumu gaussowskiego o zerowej wartości oczekiwanej oraz wariancji σ_ω^2 :

$$(34) \quad \omega_k^G = \tilde{\omega}_k + \beta_k + w_{\omega,k}$$

Błąd zera zaliczany jest do zakłócenia niskoczęstotliwościowego i można go zamodelować w postaci realizacji procesu Markowa pierwszego rzędu wraz z losowym białym szumem o rozkładzie $E[\varepsilon_k] = 0; E[\varepsilon_k^2] = \sigma_\varepsilon^2$:

$$(35) \quad \beta_{k+1} = \beta_k + \varepsilon_k$$

W celu wyznaczenia kąta ze zmierzonej prędkości kątowej wykorzystano dyskretne całkowanie zgodnie z zależnością (28). Uwzględnienie zależności (35) w całkowanym równaniu (34) prowadzi do modelu:

$$(36) \quad \begin{aligned} \alpha_{k+1} &= \alpha_k + (\omega_k^G - \beta_k + w_{\omega,k}) \cdot \Delta t \\ &= \alpha_k + \omega_k^G \cdot \Delta t - \beta_k \cdot \Delta t + \Delta t \cdot w_{\omega,k} \end{aligned}$$

Agregując opis modelu (36) oraz równania (35) do równań stanu (33) otrzymuje się następujące macierze i wektory:

$$(37) \quad F = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} \Delta t \\ 0 \end{bmatrix}; H = [1 \quad 0]; Q = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$x_k = \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{bmatrix}; u_k = \omega_k^G; y_k = \alpha_k^{AM}; w_k = \begin{bmatrix} w_{\omega,k} \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}; r_k = r_k^{AM}$$

gdzie r_k^{AM} jest szumem pomiarowym $(E[r_k^{AM}] = 0; E[(r_k^{AM})^2] = \sigma_a^2)$ kąta wyznaczonego z

wykorzystaniem układu akcelerometrów i magnetometrów. Model (33) zdefiniowany przez elementy (37) posiada wejście sterujące $u(t)$ w postaci prędkości kątowej. Podejście to wydaje się być niewłaściwe bo sygnał $u(t)$, zgodnie z założeniami czynionymi podczas wyprowadzania filtru Kalmana, powinien być sygnałem deterministycznym. Jednakże z punktu widzenia modelowania podejście to jest prawidłowe.

W celu pozbycia się wejścia sterującego, z modelu wyznaczającego kąt z żyroskopu, prędkość kątową włączono do wektora stanu. Proces można teraz zapisać następującymi macierzami:

$$(38) \quad F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & -\Delta t \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$x_k = \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \omega_k \\ \beta_k \end{bmatrix}; y_k = \begin{bmatrix} \alpha_k^{AM} \\ \omega_k^G \end{bmatrix}; w_k = \begin{bmatrix} w_{\omega,k} \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}; r_k = \begin{bmatrix} r_k^{AM} \\ r_k^G \end{bmatrix}$$

Model (33) opisany przez macierze (38) nie zawiera sygnału sterującego ale wyjście stanowią dwa sygnały: kąt oraz prędkość kątowa.

W proponowanym rozwiązaniu model zapisany dla jednego kąta (osi) został zastosowany do pozostałych dwóch kątów. Rozszerzenie proponowanego podejścia na wszystkie trzy kąty obrotu było możliwe przy założeniu o niezależności poszczególnych składowych wektora prędkości kątowych podobnie jak w systemach klasyfikacji bayesowskiej [16,17]. Definiuje się w nich konstrukcje tzw. naiwnego klasyfikatora. Bazuje on na założeniu, że

prawdopodobieństwo wystąpienia wektora zdarzeń (wielowymiarowej zmiennej losowej) w analizowanym procesie jest równe iloczynowi prawdopodobieństw wystąpienia zdarzeń elementarnych. Konsekwencje te wynikają z założenia o niezależności zdarzeń elementarnych definiujących wielowymiarową zmienną losową. Tak więc, dla analizowanego przypadku poczynione zostało założenie, że wektor prędkości kątovej ω^G modelujący zdarzenie losowe, może być analizowany jako składający się z trzech zdarzeń niezależnych. Bazując na takim założeniu można powyższe podejścia (37) oraz (38) rozszerzyć na przypadek trójwymiarowy definiując model naiwnego filtru Kalmana.

Syntetyzując model wyznaczania orientacji z fuzji sensorycznej dla filtru Kalmana rozważono dwa warianty. W pierwszym podejściu zastosowano model z wejściem sterującym ($G \neq 0$) i otrzymano opis:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{G}\mathbf{u}_k + \mathbf{Q}\mathbf{w}_k \\ \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{k+1} \\ \boldsymbol{\beta}_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \boldsymbol{\beta}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_k^G + \\ &+ \begin{bmatrix} \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\omega,k} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k$$

$$\boldsymbol{\alpha}_k^{AM} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \boldsymbol{\beta}_k \end{bmatrix} + \mathbf{r}_k^{AM}$$

gdzie wektory kątów, biasów w odpowiednich osiach, oraz prędkości kątowych zdefiniowano następująco:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_k &= [\phi_k \quad \theta_k \quad \psi_k]^T \\ \boldsymbol{\beta}_k &= [\beta_{x,k} \quad \beta_{y,k} \quad \beta_{z,k}]^T \\ \boldsymbol{\omega}_k^G &= [\omega_{x,k} \quad \omega_{y,k} \quad \omega_{z,k}]^T \end{aligned} \quad (40)$$

Macierze $\mathbf{I}_{n \times n}$, $\mathbf{0}_{n \times n}$ to odpowiednio macierz jednostkowa i zerowa o wymiarach $n \times n$. Wyjściami z modelu, w fazie korekcji, będą kąty wyznaczone z akcelerometrów oraz magnetometrów:

$$\boldsymbol{\alpha}_k^{AM} = [\phi_k^{AM} \quad \theta_k^{AM} \quad \psi_k^{AM}]^T \quad (41)$$

Wariant drugi modelu z włączeniem prędkości kątovej do wektora stanu prowadzi do opisu:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{Q}\mathbf{w}_k \\ \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+1} \\ \boldsymbol{\beta}_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \boldsymbol{\omega}_k \\ \boldsymbol{\beta}_k \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\omega,k} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_k^{AM} \\ \boldsymbol{\omega}_k^G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \boldsymbol{\omega}_k \\ \boldsymbol{\beta}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_k^{AM} \\ \mathbf{r}_k^G \end{bmatrix}$$

W modelu tym wektor wyjścia rozszerza się o pomiar z żyroskopu $\boldsymbol{\omega}_k^G$.

Dla modelu opisanego układem równań (33) filtr Kalmana [1] zdefiniowany jest etapem predykcji

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \mathbf{G}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{P}_{k+1|k} &= \mathbf{F}\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}\mathbf{W}\mathbf{Q}^T \end{aligned} \quad (43)$$

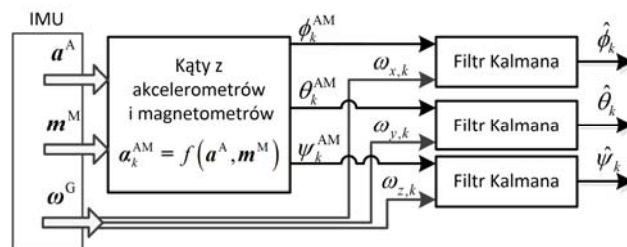
oraz filtracji:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} [\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}] \\ \mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \\ \mathbf{P}_{k+1|k+1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k+1|k} \end{aligned} \quad (44)$$

o następujących rozkładach stochastycznych zakłócenia oraz szumu pomiarowego w modelu:

$$\mathbb{E}[\hat{\mathbf{x}}_{0|1}, \hat{\mathbf{x}}_{0|1}^T] = \mathbf{X}_0, \quad \mathbb{E}[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = \mathbf{W}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}.$$

Przedstawiony opis modelu procesu w dwóch wariantach (39) i (42) może zostać zdekomponowany na trzy niezależne podproblemy, dla każdej z osi (kąta). Ideę wykorzystania naiwnego filtru Kalmana, w trzech niezależnych kanałach przedstawiono na rysunku 3. Dekompozycja ta upraszcza implementację filtru Kalmana na urządzeniu docelowym.



Rys. 3. Idea implementacji naiwnego filtru Kalmana.

Przykładowe eksperymenty

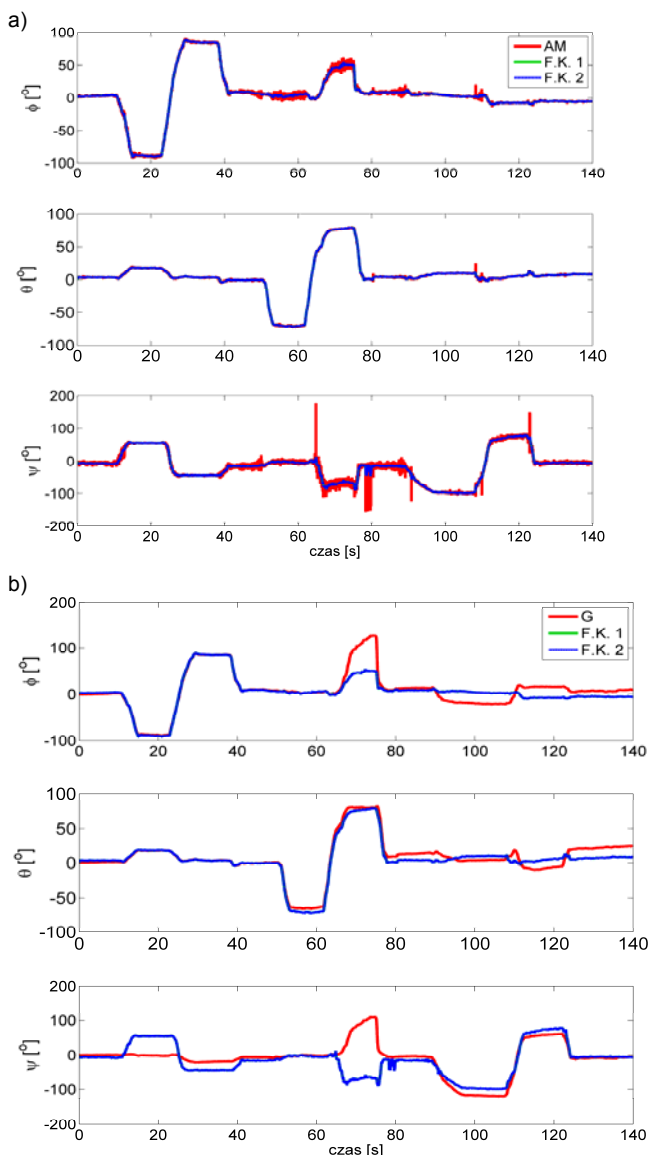
W trakcie analizy algorytmu naiwnego filtru Kalmana przeprowadzono badania skuteczności tego rozwiązania w procesie estymacji orientacji obiektu w przestrzeni. Jednym z głównych problemów jest określenie referencyjnej, dokładnej orientacji obiektu. W tym celu wykorzystać można inne rozwiązania AHRS jak na przykład bazujące na filtrach komplementarnych lub rozszerzonych (nieliniowych) filtrach Kalmana. Wykorzystać można także inny czujnik o określonej dokładności na przykład rozwiązanie komercyjne w postaci modułu Xsens MTi. Jednakże, najprostszym rozwiązaniem, dla określenia orientacji w stanie ustalonym jest wykorzystanie akcelerometrów i magnetometrów. W przykładach zaprezentowano także orientacje wyznaczone z równania ruchu rotacji.

Wykorzystując czujnik IMU z rys. 1 przeprowadzono liczne eksperymenty. Na rysunkach 4-6 zaprezentowano przykładowe przebiegi czasowe. Jako parametr strojenia filtrów Kalmana przyjęto wariancję zakłócenia stanu \mathbf{W} oraz wariancję szumu pomiarowego \mathbf{R} w postaci macierzy jednostkowej z odpowiednim mnożnikiem. Należy podkreślić iż określenie wariancji błędów σ_ω^2 , σ_ε^2 i σ_a^2 nie jest jednoznaczne. W literaturze [18] proponuje się różne metody szacowania tych wielkości. Korzystając z komercyjnych rozwiązań IMU można bazować na wartościach podanych w dokumentacji technicznej. W pracy założono jednostkową macierz kowariancji szumu pomiarowego \mathbf{R} oraz dobierano tak macierz kowariancji

zakłócenia W aby zbadać wzajemny stosunek tych wielkości na jakość i dokładność estymacji.

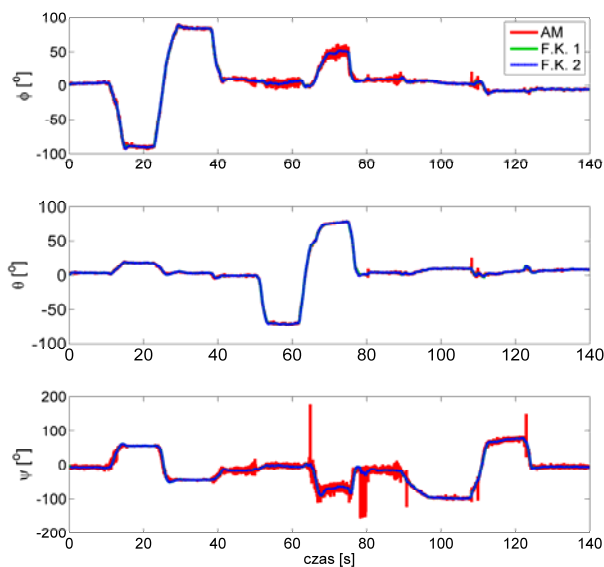
Na rysunkach 4-6 zaprezentowano kąty wyznaczone z wykorzystaniem: AM – akcelerometrów i magnetometrów (z zależności (8), (9) i (14)); F.K.1 – filtru Kalmana o modelu z wejściem sterującym (39); F.K.2 – filtru Kalmana z modelem bez sterowania (42) oraz G – macierzy (1) i algorytmu całkowania bezkardanowego (ang. *strapdown integration*) (31) za pomocą wzorów (18), (20) i (21).

Z przeprowadzonych badań wynika iż filtry Kalmana z liniowymi modelami (39) i (42) prawidłowo estymują kąty R-P-Y realizując zadanie filtracji oraz fuzji danych z niezależnych kanałów. Jak wynika z rysunku 4 i rysunku 5 kąty wyznaczone z modeli procesów (39) i (42) praktycznie nie różnią się między sobą. W rezultacie przebiegi czasowe oznaczone jako F.K.1 i F.K.2 prawie pokrywają się. Estymaty kątów z akcelerometrów i magnetometrów (AM) charakteryzują się większą wariancją zmienności. Algorytm całkowania (31) macierzy rotacji (przebieg G na rysunku 4b)) błędnie wylicza kąty a wyniki obciążone są błędem w stanie ustalonym. Spowodowane jest to między innymi błędem biasu.

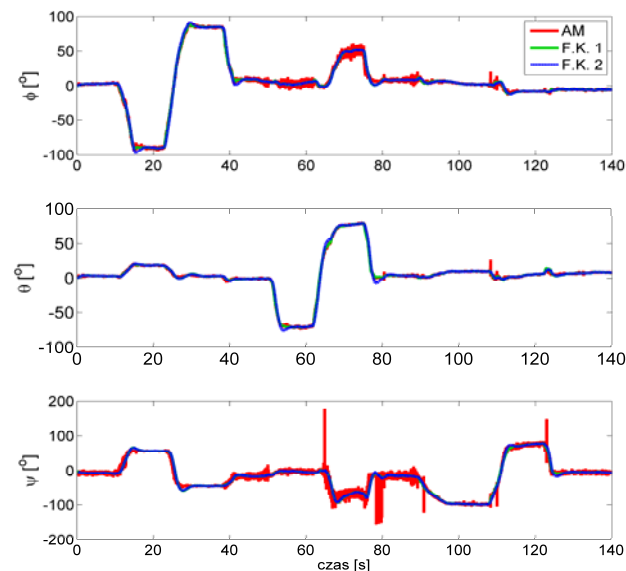


Rys. 4. Przebiegi czasowe estymowanych kątów Euler przy $W=I \cdot 0,1$ i $R=I$ w odniesieniu do kątów uzyskanych z a) akcelerometrów i magnetometrów (AM) oraz b) całkowania macierzy rotacji (G).

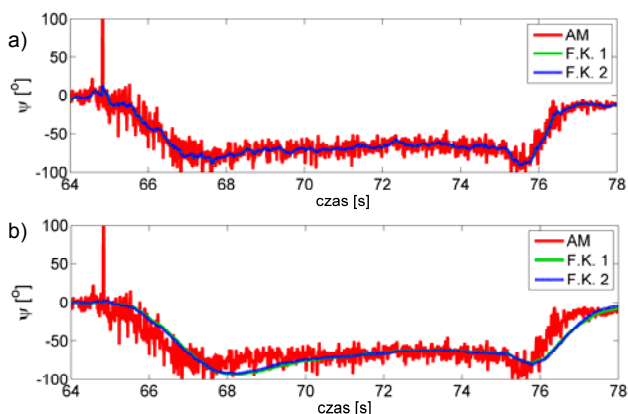
Na jakość filtracji, wariancję otrzymywanego sygnału kąta, istotny wpływ ma wzajemny stosunek wariancji zakłócenia σ_w^2 , σ_e^2 do szumu pomiarowego σ_a^2 . W przypadku gdy różnica między wariancją zakłócenia a wariancją szumu pomiarowego jest znaczna wówczas przebiegi są bardziej wygładzone (rys. 7), jednak dokładność wyznaczania kąta maleje. Ponadto, dostrzega się wówczas pewne różnice w wartościach kątów uzyskanych z modelowania zjawiska z wejściem sterującym (39) oraz bez wejścia sterującego (42).



Rys. 5. Przebiegi czasowe estymowanych kątów Euler przy $W=I \cdot 0,001$ i $R=I$ w odniesieniu do kątów uzyskanych z akcelerometrów i magnetometrów (AM).



Rys. 6. Przebiegi czasowe estymowanych kątów Euler przy $W=I \cdot 0,0001$ i $R=I$ w odniesieniu do kątów uzyskanych z akcelerometrów i magnetometrów (AM).



Rys. 7. Przybliżenie przebiegu czasowego kąta ψ dla a) $W = I \cdot 0,1$ i b) $W = I \cdot 0,0001$ oraz $R = I$ w odniesieniu do kątów uzyskanych z akcelerometrów i magnetometrów (AM).

Podsumowanie

W pracy, korzystając z idei konstrukcji tzw. naiwnego klasyfikatora zaproponowano algorytm estymacji orientacji w przestrzeni 3D wykorzystujący do tego celu trzy niezależne filtry Kalmana. Założono bowiem, że prędkość kątowa ω^G określa pewien wektor składający się z trzech niezależnych zdarzeń. Podejście to umożliwiło zbudowanie dla każdej z osi R-P-Y niezależnego filtra Kalmana, który wykorzystując pomiary z żyroskopu oraz akcelerometrów i magnetometrów wyznacza odpowiednie kąty Eulera. Pomimo zastosowania, wydawać by się mogło, błędnego podejścia z przeprowadzonych eksperymentów można wnioskować o poprawności zaproponowanego rozwiązania.

Ponieważ filtry Kalmana syntetyzuje się niezależnie dla każdego z kątów rotacji oraz wykorzystuje się bezpośrednio pomiary z żyroskopów problem fuzji można zdekomponować na trzy niezależne podproblemy. Ułatwia to implementację algorytmu w docelowym urządzeniu pomiarowym. Modelowanie procesu, w postaci dyskretnego całkowania, wykonać można wykorzystując model z wejściem lub bez wejścia sterującego. Zaproponowane filtry Kalmana poza orientacją wyznaczają także błędy zera żyroskopów. Odpowiednie sparacjonowanie modelu pozwala uzyskać przebiegi czasowe estymowanych kątów o pożądanej wariancji oraz precyzji i szybkości uzyskania stanu ustalonego.

Publikacja powstała w ramach projektu:

Kostium do akwizycji ruchu człowieka oparty na sensorach IMU z oprogramowaniem gromadzenia, wizualizacji oraz analizy danych. Projekt dofinansowany w ramach I Programu Badań Stosowanych przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju. (projekt ID 178438 ścieżka A)

LITERATURA

- [1] J. S. Medith, Estymacja i sterowanie statystycznie optymalne w układach liniowych, WNT, Warszawa (1975).
- [2] M. Haid, J. Breitenbach, Low cost inertial orientation tracking with Kalman filter, Applied Mathematics and Computation 153 (2004) 567–575
- [3] Gućma M., Montewka J., Podstawy morskiej nawigacji inercyjnej, Akademia Morska w Szczecinie, Szczecin (2006)
- [4] LaValle S.M, Planning algorithms, Cambridge University Press, (2006)
- [5] Titterton D.H., Weston J.L., Strapdown Inertial Navigation Technology - 2nd Ed., The Institution of Electrical Engineers, (2004)
- [6] Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, (2001)
- [7] Pedley M., Tilt Sensing Using a Three-Axis Accelerometer, Freescale Semiconductor Application Note, (2013), n.AN3461
- [8] Roetenberg D, Inertial and Magnetic Sensing of Human Motion, PhD Thesis, University of Twente, (2006)
- [9] Kim K., Park C.G., A New Initial Alignment Algorithm for Strapdown Inertial Navigation System Using Sensor Output, Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control (IFAC), (2008), 13034-13039
- [10] Roetenberg D., Henk J. Luinge H.J., Chris T. M. Baten Ch.T.M, Veltink P.H, Compensation of Magnetic Disturbances Improves Inertial and Magnetic Sensing of Human Body Segment Orientation, IEEE Transactions On Neural Systems And Rehabilitation Engineering, 13, (2005), 3, 305-405
- [11] Pusa J., Strapdown inertial navigation system aiding with nonholonomic constraints using indirect Kalman filtering, MSc Thesis, Tampere University of Technology, (2009)
- [12] Talat Ozyagcilar T, Implementing a Tilt-Compensated eCompass using Accelerometer and Magnetometer Sensors, Freescale Semiconductor Application Note, (2012), n.AN4248
- [13] Sadłowski P., Parametryzacja rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki z rotacyjnymi stopniami swobody, Praca doktorska, Polska Akademia Nauk, (2007)
- [14] Woodman O.J., An introduction to inertial navigation, Technical Report 696, University of Cambridge, (2007)
- [15] Fux S., Development of a planar low cost Inertial Measurement Unit for UAVs and MAVs, MSc Thesis, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, (2008)
- [16] Theodoridis S., Koutroumbas K., Pattern Recognition, 3rd edition, Academic Press, Elsevier, (2006)
- [17] Koronacki J., Ćwik J., Statystyczne systemy uczące się, wydanie drugie, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, (2008)
- [18] Peter Haywood King, Low Cost Localization Solution Using a Kalman Filter for Data Fusion, Praca magisterska, April 29, 2008, Blacksburg, Virginia Tech, (2008)
- [19] Songlai Han and Jinling Wang A Novel Method to Integrate IMU and Magnetometers in Attitude and Heading Reference Systems. Journal of Navigation, 64, (2011), pp 727-738.
- [20] Michael J. Caruso, Applications of Magnetoresistive Sensors in Navigation Systems, Honeywell Inc., (1998)

Autorzy: Ph.D. Robert Bieda, Ph.D. Rafał Grygiel, Instytut Automatyki, Politechnika Śląska w Gliwicach ul. Akademicka 2A, 44-100 Gliwice, Polska, email: robert.bieda@polsl.pl, rafal.grygiel@polsl.pl.