Politechnika Wrocławska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych

# Wykorzystanie sterowania predykcyjnego z modelem w przestrzeni stanu w napędzie indukcyjnym z połączeniem sprężystym

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono bezkaskadową strukturę sterowania prędkością indukcyjnego napędu dwumasowego, bazującą na układzie polowo zorientowanym i wykorzystującym regulator predykcyjny. Zaprezentowano model matematyczny rozpatrywanego napędu, strategię sterowania oraz wyniki badań symulacyjnych.

Abstract. The paper presents the structure cascadeless speed control of induction drive with elastic coupling, based on the method of field-oriented and predictive controller. Presented a mathematical model of the drive in question, the control strategy and simulation results. (Application of the model predictive control MPC to induction drive with elastic coupling).

Słowa kluczowe: silnik indukcyjny, napęd z połączeniem sprężystym, sterowanie predykcyjne z modelem w przestrzeni stanu Keywords: induction motor, drive with elastic coupling, model predictive control MPC

doi:10.12915/pe.2014.09.48

#### Wstęp

W zdecydowanej większości przypadków podstawową strukturą sterowania, która umożliwia wprowadzanie ograniczeń zmiennych stanu, jest struktura kaskadowa. W takich układach wprowadza się ograniczenia sygnału wyjściowego na poszczególnych stopniach regulacji. Ma ona szczególne zastosowanie w układach napędowych [1].

Wraz z rozwojem nowoczesnych metod sterowania silniki indukcyjne przeszły od prostych zastosowań do układów napędowych, w których żąda się od nich wysokiej dynamiki i precyzji sterowania. Jest to możliwe dzięki wykorzystaniu coraz bardziej zaawansowanych technik regulacji: od metod polowo-zorientowanych [2], poprzez metody bezpośredniego sterowania momentem [3], czy metody bazujące na zaawansowanych technikach regulacji, takich jak: sterowanie predykcyjne [4], czy sterowanie ślizgowe [5]. Można również wykorzystać kombinacje metod polowo zorientowanych i predykcyjnych [6]. Wykorzystanie tych zaawansowanych technik sterowania przyczyniło się do ujawnienia skończonej sztywności sprzęgieł i wałów napędowych w nowych grupach napędów [7]-[10].

Aby wyeliminować niekorzystne zjawiska związane ze skończoną sztywnością połączenia mechanicznego stosuje się specjalne struktury sterowania. Od prostych regulatorów *PI* z dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi [11], poprzez regulatory adaptacyjne [11], [12], a skończywszy na specjalistycznych, zaawansowanych rozwiązaniach jak sterowanie predykcyjne czy neuronowe [13]-[15]. Jednak wszystkie te metody bazują na strukturach kaskadowych, w których zakłada się występowanie zoptymalizowanej pętli sterowania momentem elektromagnetycznym.

Sterowanie predykcyjne jest jedną z zaawansowanych technik regulacji, w której wyznaczenie sterowania odbywa się na podstawie minimalizacji określonej funkcji celu [16]. Z tego względu o sterowaniu predykcyjnym często mówi się jako o sterowaniu optymalnym [17]. Sterowanie to rozwinęło się w drugiej połowie XX wieku w przemyśle chemicznym i petrochemii, jednak obecnie jest coraz częściej stosowane w aplikacjach o znacznie mniejszych stałych czasowych.

W artykule przedstawiono strukturę sterowania prędkością indukcyjnego napędu dwumasowego, w której brak jest klasycznego układu kaskadowego z podrzędnymi regulatorami strumienia i prądów oraz nadrzędnymi regulatorem prędkości.

#### Model matematyczny rozpatrywanego napędu

Rozpatrywany model zawiera dwa podsystemy: pierwszy jest modelem matematycznym silnika indukcyjnego (jego części elektromagnetycznej), drugi natomiast jest związany z modelem części mechanicznej. Jako model części elektromagnetycznej wykorzystano równania matematyczne silnika indukcyjnego zapisane za pomocą wektorów przestrzennych (układ  $\alpha$ - $\beta$ ), w jednostkach względnych, przy powszechnie stosowanych założeniach upraszczających [2]:

(1)  

$$\mathbf{u}_{s} = r_{s}\mathbf{i}_{s} + T_{N}\frac{d}{dt}\mathbf{\Psi}_{s}$$

$$\mathbf{\Psi}_{s} = x_{s}\mathbf{i}_{s} + x_{M}\mathbf{i}_{r}$$

$$0 = r_{r}\mathbf{i}_{r} + T_{N}\frac{d}{dt}\mathbf{\Psi}_{r} - j\omega_{r}\mathbf{\Psi}_{r}$$

$$\mathbf{\Psi}_{r} = x_{r}\mathbf{i}_{r} + x_{M}\mathbf{i}_{s}$$

$$m_{e} = \frac{x_{M}}{x_{r}}\left(Im\{\mathbf{\Psi}_{r}\cdot\mathbf{i}_{s}\}\right)$$

gdzie:  $u_s$  – wektor napięć stojana,  $i_s$ ,  $i_r$  – wektory prądów: stojana i wirnika,  $\Psi_s$ ,  $\Psi_r$  – wektory strumieni stojana i wirnika,  $\omega_r$  – pulsacja poślizgu,  $T_N$  – stała czasowa odniesienia,  $r_s$ ,  $r_r$  – rezystancje: stojana, wirnika,  $x_s$ ,  $x_r$ ,  $x_M$  – reaktancje: stojana, wirnika, magnesująca,  $T_M$  – stała mechaniczna.

Przy orientacji wektorów przestrzennych na strumień wirnika powyższy układ równań można przedstawić w uproszczonej formie (2).

Ponieważ układ napędowy, sterowany ma być z falownika napięcia, należy uwzględnić równania stojana. W równaniach tych występują sprzężenia skrośne, które należy odprzęgać przy sterowaniu. W równaniu (3) oznaczono człony autonomizujące tory sterowania  $e_x$  i  $e_y$ .

(2)  

$$T_{N} \frac{d\Psi_{r}}{dt} = \frac{r_{r}x_{M}}{x_{r}} i_{sx} - \frac{r_{r}}{x_{r}} \Psi_{r};$$

$$0 = T_{N} \frac{d\Psi_{ry}}{dt} = \frac{r_{r}x_{M}}{x_{r}} i_{sy} - \omega_{r} \Psi_{r};$$

$$m_{e} = \frac{x_{M}}{x_{r}} (\Psi_{r} i_{sy})$$

....

$$u_{sx} = r_{s}i_{sx} + T_{N}x_{s}\sigma \frac{di_{sx}}{dt} - \underbrace{\omega_{s\psi}x_{s}\sigma i_{sy} + \frac{x_{M}}{x_{r}}T_{N}\frac{d\Psi_{r}}{dt}}_{e_{x}},$$
(3)
$$u_{sy} = r_{s}i_{sy} + T_{N}x_{s}\sigma \frac{di_{sy}}{dt} + \underbrace{\omega_{s\psi}x_{s}\sigma i_{sx} + \omega_{s\psi}\frac{x_{M}}{x_{r}}\Psi_{r}}_{e_{x}}.$$

gdzie:  $\sigma$  – całkowity współczynnik rozproszenia silnika,  $\omega_{s\psi}$  – pulsacja pola.

Do opisu części mechanicznej (model dwumasowy) wykorzystywanych jest kilka modeli, jednak do syntezy układu sterowania wykorzystuje się najczęściej model z bezinercyjnym połączeniem sprężystym [10] zapisany w jednostkach względnych:

(4a) 
$$\frac{d}{dt}\omega_1 = \frac{1}{T_1}(m_e - m_s)$$

(4b) 
$$\frac{d}{dt}\omega_2 = \frac{1}{T_2}(m_s - m_L)$$

(4c) 
$$\frac{d}{dt}m_s = \frac{1}{T_c}(\omega_1 - \omega_2)$$

gdzie:  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  – prędkości silnika napędowego i maszyny roboczej, ,  $m_e$ ,  $m_s$ ,  $m_L$  – moment elektromagnetyczny, skrętny i obciążenia,  $T_1$ ,  $T_2$ – mechaniczna stała czasowa silnika napędowego i maszyny roboczej,  $T_c$  – stała czasowa sprężystości.

W modelu symulacyjnym uwzględniono również idealny dwupoziomowy falownik napięcia oraz modulator wektorowy SVM.

#### Proponowana struktura sterowania

Na rysunku 1. przedstawiono proponowaną strukturę sterowania. Zbudowana jest ona analogicznie jak układ bezpośredniego sterowania polowo zorientowanego, przy czym w proponowanym rozwiązaniu występuje jeden regulator, który na podstawie wartości wektora zmiennych stanu (zmienne elektromagnetyczne i mechaniczne) wystawia dwa sygnały sterujące. Odpowiednio dla toru sterowania prędkością i strumieniem. Regulator predykcyjny wykorzystuje model (5), który zbudowany został z równań (2)-(4) przy pominięciu członów autonomizujących i założeniu, że napęd pracuje w obszarze stałego momentu oraz strumień stabilizowany jest na znamionowym poziomie.

$$(5)\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} X_E\\ X_M\\ X^{ref}\\ X_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_E & 0 & 0\\ C_E & A_M & 0\\ 0 & 0 & A_{ref} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_E\\ X_M\\ X^{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_E\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_x^{ref}\\ u_y^{ref} \end{bmatrix}$$

gdzie:  $X_{E}$ ,  $A_{E}$ ,  $B_{E}$ ,  $C_{E}$  – wektor stanu i macierze elektromagnetycznych zmiennych stanu postaci (6),  $X_{M}$ ,  $A_{M}$  – wektor stanu i macierz mechanicznych zmiennych stanu postaci (6),  $X^{ref}$  – wektor zadanych sygnałów: strumienia wirnika i prędkości obciążenia,  $A_{R}$  – macierz dynamiki sygnału zadanego.

Model (2)–(4) rozszerzony został o sygnały: momentu obciążenia, zadanych prędkości i strumienia. Przyjęto że dynamika tych nowych zmiennych stanu jest nieznana.



Rys.1. Proponowana struktura sterowania

$$X_{E} = \begin{bmatrix} i_{sx} \\ \psi_{r} \\ i_{sy} \end{bmatrix}; A_{E} = \begin{bmatrix} \frac{-r_{s}}{\sigma T_{N} x_{s}} & 0 & 0 \\ \frac{x_{M} r_{r}}{x_{r} T_{N}} & \frac{-r_{r}}{x_{r} T_{N}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_{s}}{\sigma T_{N} x_{s}} \end{bmatrix}; B_{E} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma T_{N} x_{s}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma T_{N} x_{s}} \end{bmatrix}$$
  
(6)  
$$X^{ref} = \begin{bmatrix} \psi_{r}^{ref} \\ \omega_{r}^{ref} \end{bmatrix}; C_{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\psi_{r}^{rom} x_{M}}{x_{r}} \end{bmatrix}; A_{ref} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
  
$$X_{M} = \begin{bmatrix} \omega_{1} \\ \omega_{2} \\ m_{s} \\ m_{L} \end{bmatrix}; A_{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{T_{1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{2}} & \frac{-1}{T_{2}} \\ \frac{1}{T_{c}} & \frac{-1}{T_{c}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Strategia sterowania predykcyjnego polega na wyznaczeniu takiej sekwencji sterowań określonych na horyzoncie ich predykcji, które zminimalizują różnicę pomiędzy sygnałem zadanym a mierzonym z uwzględnieniem ograniczeń nałożonych na wektor stanu [16]. W rozpatrywanym przypadku ograniczenia nakładane są na prądy stojana w osiach x i y. Powyższy problem można sformułować zgodnie z równaniem:

$$\min_{\substack{\Delta u_{x} \\ \Delta u_{y} \\ \Delta u_{y}}} \left\{ \sum_{k=1}^{N} \begin{bmatrix} q_{1}(\psi_{r}(k) - \psi_{r}^{ref}(k))^{2} + \\ q_{2}(\omega_{1}(k) - \omega^{ref}(k))^{2} + \\ q_{3}(m_{s}(k) - m_{L}(k))^{2} \end{bmatrix} + \sum_{p=0}^{N_{u}-1} \begin{bmatrix} r_{1}(u_{x}^{ref}(p)) + \\ r_{2}(u_{y}^{ref}(p)) \end{bmatrix} \right\}$$

$$|u_{sx}| \leq u_{sx}^{\max}; |u_{sy}| \leq u_{sy}^{\max}$$

$$|i_{sx}| \leq i_{sx}^{\max}; |i_{sy}| \leq i_{sy}^{\max}$$

$$|m_{s}| \leq m_{s}^{\max}$$

gdzie: N – horyzont predykcji wyjść,  $N_u$  – horyzont predykcji sterowań,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  – wagi różnicujące oddziaływanie poszczególnych wyjść na wartość funkcji celu,  $r_1$ ,  $r_2$  – wagi różnicujące wpływ zmienności sterowania na wartość funkcji celu.

Problem wyznaczenia optymalnego sterowania dla regulatora predykcyjnego (opisany równaniem (7) może być rozwiązany dwoma sposobami:

1) "on-line", gdzie w każdym kroku algorytmu obliczane jest optymalne sterowanie. Dokładny opis tej metody można znaleźć w pracach [16],[18].

2) Drugim podejściem do problemu (7) jest metoda "offline", w której optymalne sterowania wyznaczane są poprzez rozpatrzenie wszystkich kombinacji wektora stanu  $x_c \in X_{f_i}$  przy użyciu programowania wieloparametrycznego [19]. Zgodnie z [20] można wykazać, że przestrzeń  $X_f$  może być podzielona na regiony, w których optymalizator jest wyrażony, jako funkcja jawna dla danych wartości wektora x. Prawo sterowania może być traktowane, jako kawałkami ciągłe i wyrażone następująco:

(8) 
$$U(\mathbf{x}) = \mathbf{K}_r \mathbf{x} + g_{r,} \quad \forall \mathbf{x} \in P_r$$

gdzie Pr są wielościennymi zbiorami zdefiniowanymi, jako:

(9)  $P_r = \{x \in \Re^n \mid H_r x \le d_r\}, \quad r = 1, ... N_r$ 

Algorytmy projektowania wielościennych zbiorów oraz wyliczania prawa sterowania są opisane szczegółowo w [20]. W celu wyznaczenia wartości strumienia wirnika i momentu elektromagnetycznego wykorzystano prosty symulator zgodnie z [2].



Rys.2. Wyniki symulacji dla niewielkiej prędkości zadanej a) przebiegi strumienia wirnika, b) przebiegi momentów, c) przebiegi prędkości, d) przebiegi prądów w osiach x i y, e) przebiegi napięć zadanych w osiach x i y, f) aktywny region regulatora.



Rys.3. Wyniki symulacji dla znamionowej prędkości zadanej a) przebiegi strumienia wirnika, b) przebiegi momentów, c) przebiegi prędkości, d) przebiegi prądów w osiach x i y, e) przebiegi napięć zadanych w osiach x i y, f) aktywny region regulatora.

## Uzyskane wyniki

W niniejszym podpunkcie przedstawiono wyniki symulacyjnych badań proponowanej struktury. Do badań wykorzystano następujące parametry: Horyzont predykcji wyjść i sterowań przyjęto odpowiednio na poziomie dwudziestu kroków i dwóch. Wartości wagowe dobrano empirycznie:  $q_1 = 8 \cdot 10^3$ ;  $q_2 = 555$ ;  $q_3 = 100$ ;  $r_1 = r_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ . Okres próbkowania regulatora wynosił 0,2ms. Ograniczenia prądów przyjęto na poziomie 2,28 dla prądu w osi y, co odpowiada ograniczeniu momentu elektromagnetycznego na wartości około 1,5 oraz 2,5 dla prądu w osi x. Natomiast wartość ograniczenia momentu skrętnego przyjęto na poziomie 0,75. Regulator zbudowany jest z 668 multiobszarów, na których zapisano 484 różnych powierzchni sterowania. W pierwszej koleiności sprawdzono działanie układu dla niewielkiej prędkości zadanei.

Algorytm badań był następujący. Na wstępie skokowo zmieniono wartość zadaną strumienia wirnika, następnie w czasie t=0,04s skokowo zwiększono prędkość zadaną do wartości 0,25. W chwili t=0,2s następowało przyłożenie znamionowego momentu obciążenia. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku 2.

Układ regulacji prawidłowo ustala wartość zadaną strumienia wirnika, po czym jest ona bardzo dobrze stabilizowana (rys.2.a). W przebiegach ograniczanych zmiennych stanu (prądy, moment skrętny) widoczne są chwilowe i niewielkie naruszenia ograniczeń (rys.2.d), jednak nie wpływają one na stabilność pracy układu. W przebiegu prędkości nie widać oscylacji zarówno przy rozruchu jak i przy przyłożonym momencie obciążenia (rys.2.c).

Kolejno sprawdzono działanie układu dla znamionowej prędkości zadanej. Algorytm badania był podobny jak w poprzednim przypadku. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku 3. Podobnie jak w poprzednim przypadku strumień wirnika stabilizowany jest na znamionowej wartości (rys.3.a). W przebiegach prądów *x* i *y* widoczne są chwilowe nieznaczne przekroczenia wartości ograniczenia (rys.3.d), jednak podobnie jak w poprzednim przypadku, nie wpływa to na działanie układu sterowania. Natomiast wartość ograniczenia momentu skrętnego jest utrzymywana bez naruszeń (rys.3.b). W przebiegach sygnałów sterujących (rys.4.e) widoczny jest wzrost wartości wraz ze wzrostem prędkości. Również reakcja na przyłożony moment obciążenia jest szybka i bez błędów ustalonych (rys.3.c).

## Podsumowanie

W artykule przedstawiono zagadnienia związane z opracowaniem struktury predykcyjnego regulatora prędkości napędu z połączeniem sprężystym, w której nie występuje budowa kaskadowa. Przedstawiono strukturę regulatora, funkcję celu jaką regulator predykcyjny minimalizuje oraz badania symulacyjne. Z badań tych wynika, że proponowany regulator zapewnia ograniczenie wartości zarówno elektromagnetycznych jak i mechanicznych zmiennych stanu.

W dalszych badaniach przewiduje się eksperymentalną weryfikację uzyskanych wyników, jak również dalszą rozbudowę struktury sterowania, tak aby możliwa był praca w obszarze osłabiania pola. Przeprowadzone zostaną również wszechstronne badania porównawcze z klasycznymi strukturami kaskadowymi.

### LITERATURA

- Zawirski K., Deskur J., Kaczmarek T., Automatyka Napędu Elektrycznego, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej Poznań 2012
- [2] Orłowska-Kowalska T., Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi, *Oficyna Wydaw. PWr*, Wrocław, 2003.
- [3] Azcue-Puma J., Gaziolla H., Sguarezi-Filho A., Ruppert E., Bezpośrednie sterowanie momentem trójfazowego silnika indukcyjnego bazujące na obliczaniu kąta obciążenia, *Przegląd Elektrotechniczny*, 89 (2013), nr 9, 309-313
- [4] Rodriguez J., Kazmierkowski M., Espinoza J., Zanchetta Abu-Rub P. H., Young H., Rojas C., State of the Art of Finite Control Set Model Predictive Control in Power Electronics, *IEEE Trans.* on Industrial Informatics, 9 (2013), no. 2, 1003–1016
- [5] Tarchała G. Kaskadowe struktury sterowania ślizgowego w zastosowaniu do napędów z silnikami indukcyjnymi, *Przegląd Elektrotechniczny*, 88 (2012), nr 4b, 246-251
- [6] Serkies P., Wróbel K., Szabat K., Application of the long horizon model predictive control to an induction motor drive, 17th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE 2013, October 2-4, 2013, Dubrovnik on CD
- [7] Valenzuela M. A., Bentley J. M., Lorenz R. D., Computer-Aided Controller Setting Procedure for Paper Machine Drive Systems, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 45, (2009), no. 2, 638-650
- [8] Luca A.D., Book, W., Robots with flexible elements, Springer handbook of robotics Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, (2008), 287–319
- [9] Westermayer C., Priesner R., Kozek M., Bauer R., High Dynamic Torque Control for Industrial Engine Test Beds, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 60 (2013), no. 9, 3877 – 3888
- [10] Montague R., Bingham C., Atallah K., Servo Control of Magnetic Gears, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17 (2012), no. 2, 269-278
- [11] SŻABAT K, Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej nr 61, Wrocław 2008
- [12] Knychas S. Szabat K., Adaptacyjny układ sterowania z rekurencyjnymi regulatorami rozmytymi dla układu napędowego o zmiennych parametrach, Przegląd Elektrotechniczny 89 (2013), nr 6, 155-158
- [13] Kamiński M., Neural network speed controller for drive system with elastic joint, *EuroCon 2013*, Zagreb, Croatia, 1-4 July 2013 2080-2085
- [14] Serkies P., Szabat K., Application of the MPC controller to the Position Control of the Two-Mass Drive System, *IEEE Trans.* on Industrial Electronics, 60 (2013), no. 9, 3679 – 3688
- [15] Serkies P., Szabat K., Dodds S., FDC method based control of two-mass drive system with state variables constraints (in Polisch), *Przegląd Elektrotechniczny* 89 (2013), no.12, 60-63
- [16] Maciejówski J.M, Predictive Control with Constraints, *Prentice Hall*, UK, 2002
- [17] Hackl C.M., Larcher F., Dotlinger A., Kennel R.M., Is multipleobjective model-predictive control "optimal"?, IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives and Predictive Control of Electrical Drives and Power Electronics (SLED/PRECEDE), 2013
- [18] Richter S., Jones C.N., Morari, M, Computational Complexity Certification for Real-Time MPC With Input Constraints Based on the Fast Gradient Method, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 57 (2012), no. 6, 1391-1403
- [19] Herceg M., Kvasnica M., Jones N., Morari M., Multi-Parametric Toolbox 3.0., Proc. of the European Control Conference, pages 502–510, Zurich, Switzerland, July 17–19 2013
- [20] Bemporad A., Morari M, Dua V., Pistikopoulos E.N., The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, *Automatica*, 38, (2002), no. 1, 3–20

Autorzy: mgr inż. Karol Wróbel, E-mail karol.wrobel@pwr.wroc.pl, dr inż. Piotr J. Serkies, E-mail: piotr.serkies@pwr.wroc.pl; Politechnika Wrocławska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław