

## Wpływ masy elektronu na błąd pomiaru natężenia prądu czujnikiem polarymetrycznym

**Streszczenie.** W pracy krótko scharakteryzowano zasadę działania polarymetrycznego czujnika natężenia prądu, która wprost wynika z definicji magnetoptycznego zjawiska Faradaya. Zaprezentowano sposób wyznaczania stałej Verdet światłowodu, z którego wykonana jest cewka pomiarowa czujnika polarymetrycznego oraz technikę obliczania masy efektywnej elektronu. Na tej podstawie można określić wpływ pola magnetycznego występującego wokół przewodnika z prądem, na którym umieszczona jest światłowodowa cewka pomiarowa. Pozwala to określić wpływ pola magnetycznego na masę elektronu oraz błąd pomiaru natężenia prądu czujnikiem polarymetrycznym. Sformułowano wnioski dotyczące wartości natężenia prądu w badanym przewodzie fazowym, które nie wpływają na masę elektronu oraz wzory korekcyjne umożliwiające wyznaczenie rzeczywistej wartości mierzonego natężenia prądu czujnikiem polarymetrycznym.

**Abstract.** The paper briefly characterized the principle of the polarimetric current sensor, which directly follows from the definition of the Faraday effect. There is presented a method of determining the Verdet constant of the fiber and a technique for calculating the effective mass of the electron. Using these equations, the influence of the magnetic field present around the conductor with current can be determined. The influence of magnetic field on the mass of the electron and current measurement error polarimetric sensor can be determined. There are formulated the conclusions of the value of the current in the test phase conductor which does not affect the mass of the electron and corrective patterns possible to determine the actual value of the measured current using polarimetric sensor. **(The impact of electron mass to the measurement error of current using polarimetric sensor)**

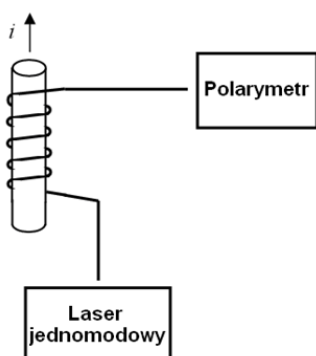
**Słowa kluczowe:** polarymetryczny czujnik natężenia prądu, magnetoptyczne zjawisko Faradaya, stała Verdet, masa elektronu, błąd pomiaru

**Keywords:** polarimetric current sensor, Faraday effect, Verdet constant, electron mass, measurement error

doi:10.12915/pe.2014.11.56

### Wstęp

Czujniki polarymetryczne wykorzystują efekt Faradaya do bezdotykowego pomiaru natężenia prądu. Ogólny schemat takiego czujnika przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy polarymetrycznego czujnika natężenia prądu ze światłowodową cewką pomiarową

W typowym układzie pomiarowym czujnika – rys. 1, światłowód jest owinięty  $N$  razy wokół przewodu z prądem o natężeniu  $I$ , a zasadę transformacji natężenia prądu elektrycznego w kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła opisuje równość [1]:

$$(1) \quad \alpha = \mu_0 \cdot V \cdot I \cdot N$$

gdzie:  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right]$  – przenikalność magnetyczna próżni,  $V$  – stała Verdet (stała materiałowa światłowodu, współczynnik proporcjonalności)  $\left[ \frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$ ,

$I$  – natężenie prądu [A],  $N$  – liczba zwojów światłowodowej cewki pomiarowej.

Stala Verdet  $V$ , jest parametrem charakterystycznym światłowodu stosowanego do budowy cewki pomiarowej w czujniku polarymetrycznym, a opisuje ją równość Becquerela [2]:

$$(2) \quad V = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \frac{\lambda}{c} \cdot \left| \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|$$

gdzie:  $\frac{e}{m_e}$  – ładunek właściwy elektronu ( $1,75881962 \cdot 10^{11}$

$\frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ),  $\lambda$  – długość fali [ $\mu\text{m}$ ],  $c$  – prędkość światła w próżni

( $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ),  $\left| \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|$  – wartość bezwzględna zmiany

współczynnika załamania względem długości fali  $\left[ \frac{1}{\mu\text{m}} \right]$ .

### Masa spoczynkowa i efektywna elektronu

Wartość stałej Verdet, opisana równością (2), między innymi zależy od masy elektronu  $m_e$ . Należy się więc zastanowić, czy w obliczeniach przyjmować jej wartość spoczynkową bądź efektywną. Zależność pomiędzy masami opisuje poprawka Lorentza [3]:

$$(3) \quad m_e = \frac{m_{e0}}{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}$$

gdzie:  $m_{e0} = 9,10938215 \cdot 10^{-31}$  – masa spoczynkowa elektronu [kg],  $v_e$  – prędkość elektronu w ośrodku

(światłowodzie)  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ .

Prędkość elektronu zależy od indukcji magnetycznej wywołanej płynącym w przewodniku prądem [4]. Powoduje to zmianę masy elektronu, a co za tym idzie zmianę stałej Verdet jednorodnego światłowodu. Zależność prędkości elektronu od indukcji magnetycznej opisuje wzór [4]:

$$(4) \quad v_e = \frac{e \cdot B \cdot R}{m_{e0}}$$

gdzie:  $e = 1,602176487 \cdot 10^{-19}$  – ładunek elementarny [C],  
 $R$  – promień toru po którym porusza się elektron w polu magnetycznym (promień cewki światłowodowej czujnika polarymetrycznego) [m].

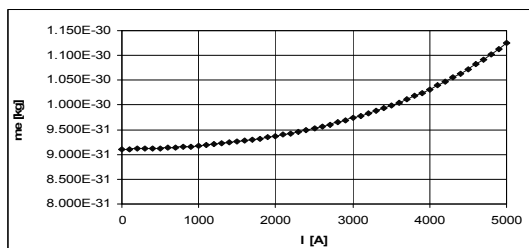
W pracach [1,5] wykazano, że dla światłowodów jednomodowych zależność indukcji magnetycznej od natężenia prądu można opisać zależnością:

$$(5) \quad B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R}$$

gdzie:  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right]$  – przenikalność

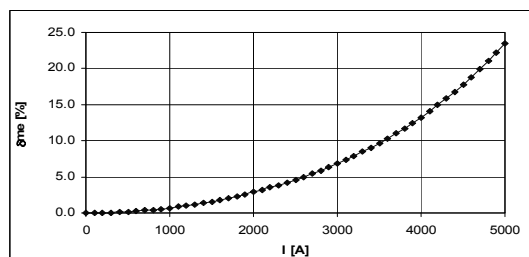
magnetyczna próżni,  $I$  – natężenie prądu [A],  
 $R$  – promień cewki światłowodowej czujnika polarymetrycznego [m].

Dokonując podstawienia wzoru (5) do równania (4), a następnie korzystając z poprawki Lorentza (3), w wyniku symulacji komputerowej określono zależność masy efektywnej elektronu od natężenia prądu w badanym przewodniku, na który nawinięta jest cewka pomiarowa wykonana ze światłowodu jednomodowego. Uzyskane wyniki zostały przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Zależność masy efektywnej elektronu od natężenia prądu [wyniki własne]

W celu oszacowania odstępstwa masy efektywnej od spoczynkowej wykorzystano klasyczną teorię błędów (odpowiednio błąd bezwzględny i względny). Na podstawie symulacji komputerowej wyznaczono błąd bezwzględny i względny oszacowania masy efektywnej elektronu. Uzyskane wyniki przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Zależność błędu względnego oszacowania masy efektywnej elektronu od natężenia prądu [wyniki własne]

### Wpływ masy elektronu na błąd pomiaru natężenia prądu czujnikiem polarymetrycznym

Przedstawione wyniki symulacji potwierdzają słuszność postawionej tezy, że na dokładność oszacowania stałej Verdetą wpływa przyjęta wartość masy elektronu. Konsekwencją przyjęcia nieodpowiedniej jej wartości może być wzrost niepewności pomiaru natężenia prądu czujnikiem polarymetrycznym ze światłowodową cewką pomiarową.

W pracach [1,6] określono stałą Verdetą jednomodowych światłowodów telekomunikacyjnych standardów G.652, G.653, G.655, G.657A i G.657B przyjmując masę spoczynkową elektronu. W niniejszej pracy, w celu uwidocznienia wpływu masy efektywnej elektronu na wartość stałej Verdetą, dokonano oszacowania dla trzech różnych wartości masy efektywnej, która odpowiada trzem różnym wartościom natężenia prądu w przewodniku. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabelach 1 i 2.

W celu określenia wpływu nieprawidłowego oszacowania stałej Verdetą na błąd pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła propagowanego w światłowodzie, korzystając z zależności (1), przeprowadzono symulację komputerową, w której przyjęto, że cewka światłowodowa posiada 100 zwojów, a kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji jest funkcją dwóch zmiennych – natężenia prądu oraz stałej Verdetą –  $\alpha = f(I, V)$ . Rozpatrzono dwie długości fali świetlnej – 1310 nm i 1550 nm determinujące stałą Verdetą oraz jej zależność od mierzonej wartości natężenia prądu (masy efektywnej elektronu –  $m_e$ ), rozpatrując stałą Verdetą jako funkcję dwóch zmiennych –  $V = f(\lambda, I)$ . Dla wymienionych wyżej jednomodowych światłowodów telekomunikacyjnych, korzystając z symulacji komputerowej, uzyskano wyniki zamieszczone w tabelach 3 i 4.

Korzystając z definicji błędu bezwzględnego i względnego określono wpływ nieprawidłowego oszacowania stałej Verdetą na wartość kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła propagowanego w światłowodzie, a co za tym idzie na niepewność pomiaru natężenia prądu za pomocą czujnika polarymetrycznego ze światłowodową cewką pomiarową. Uzyskane wyniki, w zależności od standardu jednomodowego włókna światłowodowego oraz długości fali optycznej zostały zawarte w tabelach 5 i 6

### Wnioski

Z uzyskanych charakterystyk (rys. 2. i rys. 3.) wynika, że przy wyznaczaniu stałej Verdetą światłowodów jednomodowych, z których ma być wykonana cewka pomiarowa polarymetrycznego czujnika natężenia prądu, należy uwzględniać masę efektywną elektronu. Masa spoczynkowa i efektywna elektronu mają zbliżone wartości jedynie w zakresie natężenia prądu od 0 A do 1 kA (przyjęto 1% kryterium błędu względnego oszacowania masy efektywnej elektronu), zatem projektując aplikacje współpracujące z analizatorem polaryzacji w czujnikach polarymetrycznych można stosować we wzorze (2) masę spoczynkową. Jeżeli natężenie mierzonego prądu przekracza wartość 1 kA, to powinno się uwzględniać masę efektywną elektronu, aby niwelować wpływ oszacowania stałej Verdetą na sumaryczny błąd pomiaru natężenia prądu rozpatrywanym czujnikiem.

Analizując wyniki zamieszczone w tabelach 5 i 6 można stwierdzić, że przyjmując masę spoczynkową elektronu do wyznaczenia stałej Verdetą światłowodu, z którego wykonana jest cewka pomiarowa czujnika polarymetrycznego, przy pomiarze natężenia prądu mniejszego od 1 kA, zostają spełnione wymagania określone w normie [7] – przekładnik światłowodowy będzie można uznać za pomiarowy, jednak wraz ze wzrostem natężenia prądu błąd rośnie. Oznacza to, że do wyznaczenia stałej Verdetą światłowodu, z którego wykonana jest cewka pomiarowa czujnika polarymetrycznego należy przyjmować masę efektywną elektronu, wtedy zredukujemy błąd bezwzględny i względny pomiaru natężenia prądu do wartości podanych w tablicy 1, tabelach 8 i 9.

Tabela 1. Stała Verdet jednorodnych światłowodów telekomunikacyjnych różnych typów przy różnych masach efektywnych elektronów i długości fali pomiarowej 1310 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Stała Verdet $V \left[ \frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$			
	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 0,0 \text{ A}$	$m_e = 9,173 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 1,0 \text{ kA}$	$m_e = 9,529 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 2,5 \text{ kA}$	$m_e = 1,125 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ $I = 5,0 \text{ kA}$
G.652	4,3784	4,3481	4,1856	3,5453
G.653	4,4090	4,3784	4,2148	3,5701
G.655	4,3755	4,3451	4,1828	3,5429
G.657A	4,3716	4,3413	4,1791	3,5398
G.657B	4,3800	4,3496	4,1871	3,5466

Tabela 2. Stała Verdet jednorodnych światłowodów telekomunikacyjnych różnych typów przy różnych masach efektywnych elektronów i długości fali pomiarowej 1550 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Stała Verdet $V \left[ \frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$			
	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 0,0 \text{ A}$	$m_e = 9,173 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 1,0 \text{ kA}$	$m_e = 9,529 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $I = 2,5 \text{ kA}$	$m_e = 1,125 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ $I = 5,0 \text{ kA}$
G.652	5,4579	5,4201	5,2176	4,4194
G.653	5,4642	5,4263	5,2236	4,4245
G.655	5,4437	5,4060	5,2040	4,4079
G.657A	5,4498	5,4120	5,2098	4,4128
G.657B	5,4597	5,4219	5,2193	4,4209

Tabela 3. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w jednorodnych światłowodach telekomunikacyjnych różnych typów przy różnych wartościach natężenia prądu, przyjętych wartościach stałej Verdet i długości fali pomiarowej 1310 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła $\alpha \left[ \text{rad} \right]$							
	$I = 0,0 \text{ A}$		$I = 1,0 \text{ kA}$		$I = 2,5 \text{ kA}$		$I = 5,0 \text{ kA}$	
	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$
G.652	0,000	0,000	0,550	0,546	1,376	1,315	2,751	2,228
G.653	0,000	0,000	0,554	0,550	1,385	1,324	2,770	2,243
G.655	0,000	0,000	0,550	0,546	1,375	1,314	2,749	2,226
G.657A	0,000	0,000	0,549	0,546	1,373	1,313	2,747	2,224
G.657B	0,000	0,000	0,550	0,547	1,376	1,315	2,752	2,228

Tabela 4. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w jednorodnych światłowodach telekomunikacyjnych różnych typów przy różnych wartościach natężenia prądu, przyjętych wartościach stałej Verdet i długości fali pomiarowej 1550 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła $\alpha \left[ \text{rad} \right]$							
	$I = 0,0 \text{ A}$		$I = 1,0 \text{ kA}$		$I = 2,5 \text{ kA}$		$I = 5,0 \text{ kA}$	
	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$	$m_{e0}$	$m_e$
G.652	0,000	0,000	0,686	0,681	1,715	1,639	3,429	2,777
G.653	0,000	0,000	0,687	0,682	1,717	1,641	3,433	2,780
G.655	0,000	0,000	0,684	0,679	1,710	1,635	3,420	2,770
G.657A	0,000	0,000	0,685	0,680	1,712	1,637	3,424	2,773
G.657B	0,000	0,000	0,686	0,681	1,715	1,640	3,430	2,778

Tabela 5. Błędy pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w zależności od standardu jednorodnego światłowodu telekomunikacyjnego oraz długości fali świetlnej 1310 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Wartości bezwzględne błędów pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji							
	$I = 0,0 \text{ A}$		$I = 1,0 \text{ kA}$		$I = 2,5 \text{ kA}$		$I = 5,0 \text{ kA}$	
	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]
G.652	0,00	0,0	0,00	0,7	0,06	4,6	0,52	23,5
G.653	0,00	0,0	0,00	0,7	0,06	4,6	0,52	23,5
G.655	0,00	0,0	0,00	0,7	0,06	4,6	0,52	23,5
G.657A	0,00	0,0	0,00	0,7	0,06	4,6	0,52	23,5
G.657B	0,00	0,0	0,00	0,7	0,06	4,6	0,52	23,5

Tabela 6. Błędy pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w zależności od standardu jednorodnego światłowodu telekomunikacyjnego oraz długości fali świetlnej 1550 nm [wyniki własne]

Standard włókna światłowodowego	Wartości bezwzględne błędów pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji							
	$I = 0,0 \text{ A}$		$I = 1,0 \text{ kA}$		$I = 2,5 \text{ kA}$		$I = 5,0 \text{ kA}$	
	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]	$\Delta\alpha$ [rad]	$\delta\alpha$ [%]
G.652	0,00	0,0	0,01	0,7	0,08	4,6	0,7	23,5
G.653	0,00	0,0	0,01	0,7	0,08	4,6	0,7	23,5
G.655	0,00	0,0	0,01	0,7	0,08	4,6	0,7	23,5
G.657A	0,00	0,0	0,01	0,7	0,08	4,6	0,7	23,5
G.657B	0,00	0,0	0,01	0,7	0,08	4,6	0,7	23,5

Tabela 7. Błąd bezwzględny pomiaru natężeni prądu długości fali świetlnej 1310 nm [wyniki własne]

Stężenie molowe domieszki GeO <sub>2</sub>	Błąd bezwzględny pomiaru natężenia prądu za pomocą polarymetrycznego czujnika natężenia prądu ze światłowodową cewką pomiarową w zależności od stężenia molowego GeO <sub>2</sub> oraz liczby zwojów							
	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]
3,1 M%	1	95164,14	10	951,65	100	9,52	1000	0,10
5,8 M%	1	95227,22	10	952,28	100	9,53	1000	0,10
7,9 M%	1	94503,67	10	945,04	100	9,46	1000	0,10
13,5 M%	1	102503,55	10	1025,04	100	10,26	1000	0,11

Tabela 8. Błąd bezwzględny pomiaru natężeni prądu dla długości fali świetlnej 1550 nm [wyniki własne]

Stężenie molowe domieszki GeO <sub>2</sub>	Błąd bezwzględny pomiaru natężenia prądu za pomocą polarymetrycznego czujnika natężenia prądu ze światłowodową cewką pomiarową w zależności od stężenia molowego GeO <sub>2</sub> oraz liczby zwojów							
	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]	N	$\Delta I$ [A]
3,1 M%	1	76341,94	10	763,42	100	7,64	1000	0,08
5,8 M%	1	76541,08	10	765,42	100	7,66	1000	0,08
7,9 M%	1	76253,92	10	762,54	100	7,63	1000	0,08
13,5 M%	1	84907,52	10	849,08	100	8,50	1000	0,09

Tabela 9. Błąd względny pomiaru natężeni prądu dla długości fali świetlnej 1310 nm i 1550 nm [wyniki własne]

Stężenie molowe domieszki GeO <sub>2</sub>	Błąd względny pomiaru – stosunek błędu bezwzględnego $\Delta I$ do wartości natężenia prądu zmierzonego za pomocą polarymetrycznego czujnika natężenia prądu ze światłowodową cewką pomiarową w zależności od stężenia molowego GeO <sub>2</sub> oraz liczby zwojów							
	N	$\delta = \frac{\Delta I}{I_m} \cdot 100\%$	N	$\delta = \frac{\Delta I}{I_m} \cdot 100\%$	N	$\delta = \frac{\Delta I}{I_m} \cdot 100\%$	N	$\delta = \frac{\Delta I}{I_m} \cdot 100\%$
3,1 M%	1	100,0	10	10,0	100	1,0	1000	0,1
5,8 M%	1	100,0	10	10,0	100	1,0	1000	0,1
7,9 M%	1	100,0	10	10,0	100	1,0	1000	0,1
13,5 M%	1	100,0	10	10,0	100	1,0	1000	0,1

## LITERATURA

- [1] Torbus S. A., Ratuszek M., The selection method of the single mode telecommunication fiber to the interferometric current sensor depending on the destination areas, *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2010*, Wilga (24 – 30 May 2010), Proc. of SPIE, 0277-786X, Vol. 7745, 7745-81
- [2] Romaniuk R., Szkło nieliniowe dla fotoniki. Część 5. Szkła Verdet – Faradaya, *Elektronika nr 10* (2008)
- [3] Pluska M., Oskwarek Ł., Rak R. J., Czerwiński A., Measurement of Magnetic Field Distorting the Electron Beam Direction in Scanning Electron Microscope, *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, Vol. 51, No. 1 (2009)
- [4] Halliday D., Resnick R., Walker J., Podstawy fizyki tom 5, PWN, Warszawa (2011)
- [5] Torbus S. A., Zastosowanie światłowodów telekomunikacyjnych G.652, G.653 i G.655 w polarymetrycznych czujnikach natężenia prądu, *Pomiary Automatyka Kontrola*, Maj (2011)
- [6] Torbus S. A., Ratuszek M., Zastosowanie jednomodowych światłowodów telekomunikacyjnych odpornych na zginanie G.657 do realizacji cewki pomiarowej polarymetrycznego czujnika natężenia prądu, *Przegląd Elektrotechniczny Nr 4a*, Kwiecień (2012)
- [7] *PN-EN 60044:1:2000 Przekładniki – Część 1, Przekładniki prądowe*

**Autorzy:** dr inż. Sławomir Andrzej Torbus, Uniwersytet Technologiczno – Przyrodniczy, Wydział Telekomunikacji, Informatyki i Elektrotechniki, Al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, E-mail: [slator@utp.edu.pl](mailto:slator@utp.edu.pl)