

Probabilistyczny model opóźnień transmisji w jednorodnym systemie bezprzewodowym poddawany zaburzeniom

Streszczenie. W artykule scharakteryzowano metodę probabilistycznego modelowania opóźnień w systemie bezprzewodowym, w którym zastosowano elementy komunikacyjne tego samego rodzaju. Transmisja w systemie ulega zaburzeniom, co powoduje konieczność retransmisji danych. Metoda polega na zastosowaniu funkcji delta Dirac'a do opisu opóźnień stałych i skończonych szeregów funkcyjnych do modelowania transmisji wielokrotnych. Przedstawiono przykładowy opis analityczny funkcji gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia w wieloelementowym torze komunikacyjnym. Opis ten zweryfikowano przy użyciu metody Monte Carlo.

Abstract. A method of probabilistic modeling of delays in a wireless system consisting of devices applying the same communication elements has been presented in the paper. A transmission in the system is disturbed which needs retransmissions of the sent message. The presented method consists in using Dirac's delta function to describe constant delays and the finite function sequences to model multi-transmissions. The exemplary analytical description of the delays in a multi-element communication chain is presented and verified by using Monte Carlo method. (Probabilistic model of transmission delays in homogeneous wireless system affected by disturbances)

Słowa kluczowe opóźnienia w systemie bezprzewodowym, probabilistyczny opis opóźnień, funkcja delta Dirac'a
Keywords: delays in wireless system, probabilistic description of delays, Dirac's delta function

doi:10.12915/pe.2014.11.06

Wstęp

Sieci bezprzewodowe stają się współcześnie podstawowym środkiem komunikacji w systemach pomiarowych [1], co skutkuje potrzebą opisu ich parametrów pod kątem wykorzystania sieci w tego rodzaju systemach [2]. W szczególności, istotne jest uwzględnienie wpływu opóźnień transmisji na błędy wyników pomiarowych uzyskiwanych przy użyciu systemów o zmiennych w czasie sygnałach wejściowych [3]. Wyznaczanie niepewności wyników wymaga probabilistycznego opisu błędów pomiaru, co pociąga za sobą konieczność stosowania losowego modelu opóźnień transmisji danych w systemie.

Dla celów opisywanego tu modelu opóźnień przyjęto następujące założenia:

- Stosowana jest losowa procedura dostępu węzłów do medium transmisyjnego, a zatem opóźnienie z tym związane opisywane jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa.
- Opóźnienia powodowane przez inne zadania transmisyjne realizowane przez węzły sieci są stałe.
- Sieć jest wrażliwa na zaburzenia, co skutkuje potrzebą powtarzania transmisji.
- Wszystkie węzły sieci są urządzeniami o tej samej budowie (pochodzą od tego samego producenta).

Ponadto zakłada się, że węzły korzystają ze wspólnego medium transmisyjnego, które jest zaburzane czynnikami zewnętrznymi, takimi jak przeszkody, inne sieci, itp. [4]. Zaburzenia powodują konieczność powtarzania transmisji, przy czym ich maksymalną liczbę określa producent.

Z wybranych elementów sieci tworzone są tor komunikacyjny składające się z co najmniej 2 węzłów. W skład toru wchodzi urządzenia oraz kanały komunikacyjne. Zadaniem kanału jest przekazanie komunikatu przez medium transmisyjne z nadajnika do odbiornika.

Opóźnienia wnoszone przez urządzenia

Do dalszych rozważań przyjmuje się, że urządzenie w sieci może spełniać jedną z 3 funkcji:

- Nadajnika, wysyłającego dane w postaci komunikatu.
- Odbiornika, pobierającego komunikat.
- Ruteru, spełniającego obie wymienione funkcje, czyli przekazującego komunikat z wejścia na wyjście.

Wyboru funkcji dokonuje konstruktor systemu.

Wszystkie urządzenia mają jednakową budowę, a zatem każde z nich może być ogólnie opisane za pomocą wektora parametrów:

$$(1) \quad \mathbf{P} = [\vartheta_n \quad \vartheta_r \quad \vartheta_o]^T,$$

gdzie ϑ_n jest stałym czasem potrzebnym na przygotowanie komunikatu do nadawania, ϑ_r czasem rutingu, ϑ_o czasem odbioru komunikatu, a T jest symbolem transformacji. Całkowite opóźnienie transmisji wprowadzane przez urządzenie można opisać jako:

$$(2) \quad \vartheta = \mathbf{P}^T \mathbf{S},$$

gdzie \mathbf{S} jest wektorem wyboru, który w zależności od funkcji urządzenia jako odbiornika, nadajnika lub ruteru przyjmuje odpowiednio postać:

$$(3) \quad \mathbf{O} = [1 \ 0 \ 0]^T, \quad \mathbf{T} = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad \mathbf{R} = [1 \ 1 \ 1]^T$$

Zgodnie z równaniami od (1) do (3), opóźnienie powodowane przez działania wykonywane w odbiorniku wynosi $\vartheta = \vartheta_o$, w nadajniku: $\vartheta = \vartheta_n$, a w ruterze: $\vartheta = \vartheta_n + \vartheta_r + \vartheta_o$.

Utworzenie toru komunikacyjnego powoduje, że opóźnienie wnoszone przez urządzenia tego toru stanowi sumę właściwych im opóźnień. Zatem zgodnie z podanymi zależnościami, opóźnienie całkowite w torze spowodowane przez realizację funkcji urządzeń można zapisać jako:

$$(4) \quad \vartheta_u = \mathbf{P}^T \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_n i_n,$$

gdzie $i_n = 1$, jeżeli urządzenie o numerze n należy do wybranego toru, w przeciwnym przypadku $i_n = 0$, N jest liczbą wszystkich urządzeń w sieci.

Przykład 1. Przyjmijmy, że tor transmisyjny składa się 3 urządzeń: nadajnika, ruteru i odbiornika, a czas przygotowania komunikatu do transmisji wynosi $\vartheta_n = 4$ ms, czas rutingu $\vartheta_r = 2$ ms, a czas jego odbioru $\vartheta_o = 4$ ms. Gdy uwzględnimy podane zależności, całkowite opóźnienie wnoszone przez urządzenia toru wynosi:

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_u &= \mathbf{P}^T \mathbf{T} + \mathbf{P}^T \mathbf{R} + \mathbf{P}^T \mathbf{O} = \mathbf{P}^T [\mathbf{T} + \mathbf{R} + \mathbf{O}] = \\
(5) \quad &= [\mathcal{G}_0 \quad \mathcal{G}_r \quad \mathcal{G}_t] \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] = [\mathcal{G}_0 \quad \mathcal{G}_r \quad \mathcal{G}_t] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \\
&= 2\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_r + 2\mathcal{G}_t = 2 \cdot 4 + 2 + 2 \cdot 4 = 18 \text{ ms.}
\end{aligned}$$

Opóźnienie transmisji w kanale komunikacyjnym

Transmisja komunikatu zaczyna się z chwilą podjęcia przez nadajnik próby uzyskania dostępu do nośnika, a kończy się z chwilą poprawnego przekazania ostatniego bitu. Procedura dostępu ma charakter losowy, w związku z czym czas dostępu τ_{dos} może być opisany funkcją gęstości prawdopodobieństwa $g_{\text{dos}}(\tau_{\text{dos}})$ o wartości oczekiwanej:

$$(6) \quad \mathcal{G}_{\text{dos}} = E[g_{\text{dos}}(\tau_{\text{dos}})] = \int_0^{\mathcal{G}_{\text{max}}} g_{\text{dos}}(\tau_{\text{dos}}) \tau_{\text{dos}} d\tau_{\text{dos}} > 0,$$

przy czym spełniony jest warunek, że $0 \leq \mathcal{G}_{\text{dos}} < \mathcal{G}_{\text{max}}$, \mathcal{G}_{max} jest maksymalną wartością czasu dostępu.

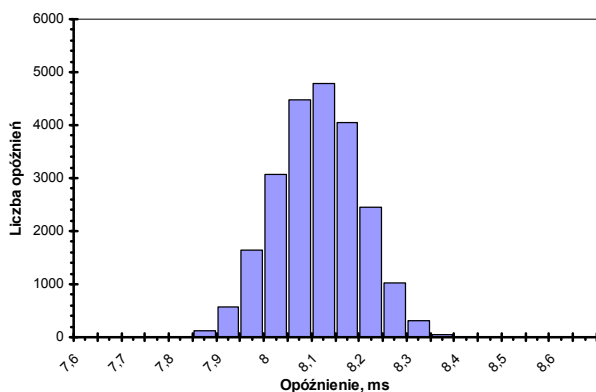
Do dalszych rozważań przyjmuje się, że funkcja dostępu jest przedstawiana jako splot dwóch wielkości:

$$(7) \quad g_{\text{dos}}(\tau_{\text{dos}}) = g_{\text{sz}}(\tau) * \delta(\tau - \mathcal{G}_{\text{dos}}),$$

gdzie $\delta(\cdot)$ oznacza deltę Dirac'a [5], a $*$ jest symbolem splotu. Funkcja $g_{\text{sz}}(\cdot)$, nazywana szablonem [4], jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa o takim samym kształcie jak czas dostępu, jednak z zerową wartością oczekiwaną. We wzorze (7) użyto delty Dirac'a [6], która może być traktowana jako funkcja gęstości prawdopodobieństwa punktowej zmiennej losowej, czyli zmiennej o stałej wartości. W tym przypadku jest to średni czas dostępu do nośnika \mathcal{G}_{dos} .

Przykład 2. Przy zyciu układu opisanego w pracy [4] wykonano 10 000 pomiarów czasu dostępu do medium. Wyniki przedstawiono za pomocą histogramu na rysunku 1.

Użycie metody opisanej w pracy [7] pozwala na identyfikację parametrów rozkładu danego histogramem z rysunku 1. Rozkład ten może być opisany jako normalny o wartości oczekiwanej $\mathcal{G}_0 = 8,1$ ms (opóźnienie średnie) i odchyleniu standardowym $\sigma_{\text{dos}} = 0,1$ ms. Średnie opóźnienie transmisji jest sumą opóźnienia wnoszonego przez nadajnik $\mathcal{G}_n = 3,5$ ms, średniego czasu dostępu do medium $\mathcal{G}_{\text{dos}} = 1,1$ ms i opóźnienia w odbiorniku $\mathcal{G}_o = 3,5$ ms.

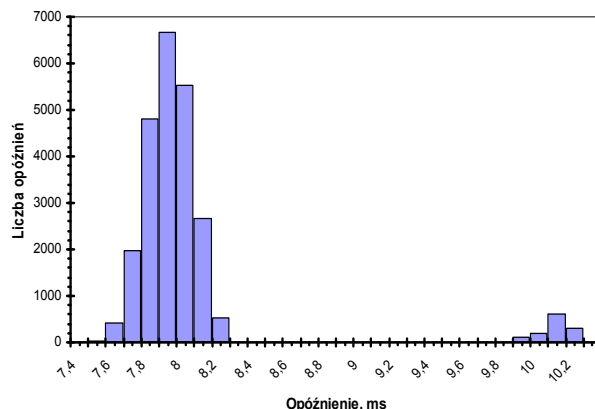


Rys. 1. Rozkład czasu dostępu do medium uzyskany pomiarowo

Opóźnienie transmisji jest sumą czasu dostępu i czasu potrzebnego na przesłanie komunikatu. Zaburzenia transmisji mogą spowodować przekłamanie w odbiorze danych, co skutkuje wystąpieniem retransmisji. W takim przypadku rozkład opóźnienia odbioru poprawnych danych jest wielomodalny i może być opisany jako szereg [5]:

$$(8) \quad g_{\text{otr}}(\tau_{\text{otr}}) = g_{\text{sz}}(\tau) * a_0 \delta(\tau - \mathcal{G}_0) + g_{\text{sz}}(\tau) * a_1 \delta(\tau - \mathcal{G}_1) + \dots + g_{\text{sz}}(\tau) * a_K \delta(\tau - \mathcal{G}_K),$$

gdzie \mathcal{G}_0 jest średnim czasem pierwszej transmisji, $\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_K$ oznaczają średnie czasy retransmisji komunikatu, K jest maksymalną liczbą retransmisji dopuszczalną przez producenta układu. Współczynniki modalne a_0, a_1, \dots, a_K określają względną częstość wystąpienia odpowiednio pierwszej transmisji oraz kolejnych retransmisji, a ich suma jest równa 1 [5]. W wyrażeniu (8) przyjęto, że czas przesyłania komunikatu przez medium jest pomijalnie mały.



Rys. 2. Rozkład opóźnienia przy 1 retransmisji

Przykład 3. Wykonano pomiary opóźnień w warunkach tłumienia sygnału przez przegrody [4]. Histogram dla 10 000 wyników pokazano na rysunku 2. Po identyfikacji parametrów metodą opisaną w pracy [6] uzyskano: $a_0 = 0,87$, $a_1 = 0,13$, co oznacza, że 13% komunikatów jest retransmitowanych. Średnie opóźnienie transmisji wynosi $\mathcal{G}_0 = 8,1$ ms, a retransmisji $\mathcal{G}_1 = 10,2$ ms.

W celu skrócenia zapisu zależność (8) może być przedstawiona ogólnie w postaci macierzowej:

$$(9) \quad g_{i-j}(\tau) = g_{\text{sz}}(\tau) * \mathbf{\Delta}^T \mathbf{A},$$

gdzie i, j są numerami węzłów, między którymi kanał został utworzony. Wektor współczynników ma postać:

$$(10) \quad \mathbf{A} = [a_0 \quad a_1 \quad \dots \quad a_K]^T,$$

a wektor opóźnień średnich transmisji:

$$(11) \quad \mathbf{\Delta} = [\delta(\tau - \mathcal{G}_0) \quad \delta(\tau - \mathcal{G}_1) \quad \dots \quad \delta(\tau - \mathcal{G}_K)]^T,$$

gdzie wykorzystano deltę Dirac'a do opisu opóźnień stałych. Wektor $\mathbf{\Delta}$ jest taki sam dla wszystkich kanałów w sieci, natomiast wektor współczynników dla każdego kanału może być inny, gdyż opisuje wpływ zaburzeń na opóźnienia w określonym kanale, które zależą od jego fizycznego usytuowania w sieci.

Opóźnienie całkowite w torze komunikacyjnym

Opóźnienie całkowite jest sumą opóźnień cząstkowych wprowadzanych przez urządzenia wchodzące w skład toru komunikacyjnego oraz przez kanały transmisyjne utworzone między nimi. Zastosowanie opisanego aparatu matematycznego do wyznaczenia rozkładu opóźnienia całkowitego pokazano na przykładzie.

Przykład 4. Przyjmijmy, że wyznaczone jest opóźnienie komunikacyjne w torze składającym się z 3 urządzeń: nadajnika, rutera i odbiornika, które są węzłami sieci o numerach 5, 6 i 8. Całkowite opóźnienie w torze stanowi sumę opóźnień cząstkowych:

$$(12) \quad \tau = \tau_5 + \tau_6 + \tau_{5-6} + \tau_8 + \tau_{6-8},$$

gdzie τ_5 , τ_6 i τ_8 są opóźnieniami wprowadzanymi przez odpowiednie węzły, a τ_{5-6} i τ_{6-8} powodowane są przez transmisję realizowaną między węzłami o numerach podanych w indeksach. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia całkowitego jest w takim przypadku splotem funkcji cząstkowych:

$$(13) \quad g(\tau) = g_{\tau_5}(\tau_5) * g_{\tau_6}(\tau_6) * g_{\tau_{5-6}}(\tau_{5-6}) * g_{\tau_8}(\tau_8) * g_{\tau_{6-8}}(\tau_{6-8}).$$

Splot jest operacją liniową, w związku z czym działania we wzorze (13) można wykonywać w dowolnej kolejności. Przyjmując wartości jak w przykładzie 1, po spleceniu ze sobą wyrazów opisujących opóźnienia wprowadzane przez urządzenia uzyskuje się:

$$(14) \quad g_u(\tau) = g_5(\tau_5) * g_6(\tau_6) * g_8(\tau_8) = \delta(\tau - \vartheta_u),$$

gdzie $\vartheta_u = 18$ ms jest sumą opóźnień wprowadzanych przez urządzenia wchodzące skład toru.

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia wnoszonego łącznie przez kanały transmisyjne 5-6 i 6-8 uzyskuje się jako:

$$(15) \quad g_{kan}(\tau) = g_{5-6}(\tau_{5-6}) * g_{6-8}(\tau_{6-8}).$$

Założmy, że liczba retransmisji w obu kanałach wynosi 1. W takim przypadku opóźnienia cząstkowe każdego z kanałów mogą być opisane przy użyciu wektora:

$$(16) \quad \Delta = [\delta(\tau_0 - \vartheta_0) \quad \delta(\tau_1 - \vartheta_1)]^T,$$

a współczynniki modalne obu kanałów jako:

$$(17) \quad \mathbf{A}_{5-6} = [a_{0(5-6)} \quad a_{1(5-6)}]^T, \quad \mathbf{A}_{7-8} = [a_{0(7-8)} \quad a_{1(7-8)}]^T.$$

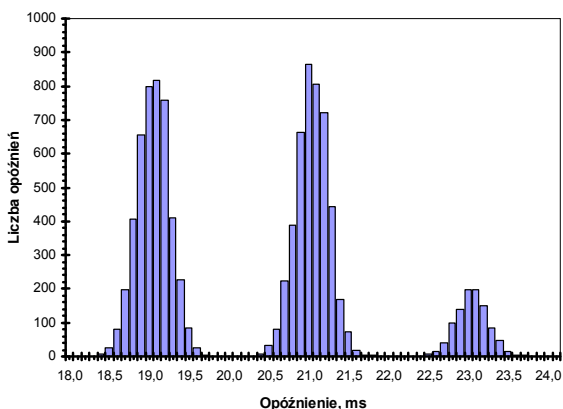
Na podstawie zależności (15), (16) i (17) oraz dla przyjętych założeń, opóźnienie łączne wprowadzane przez kanały ma postać:

$$(18) \quad g_{kan}(\tau) = g_{sz}(\tau_{sz}) * [a_{0,5-6} \delta(\tau_0 - \vartheta_0) + a_{1,5-6} \delta(\tau_1 - \vartheta_1)] * g_{sz}(\tau) * [a_{0,7-8} \delta(\tau_0 - \vartheta_0) + a_{1,7-8} \delta(\tau_1 - \vartheta_1)].$$

Po wykonaniu splotu zgodnie z (18) otrzymuje się:

$$(19) \quad g_{kan}(\tau) = a_{0,5-6} a_{0,7-8} g_{sz2}(\tau - 2\vartheta_0) + [a_{0,5-6} a_{1,7-8} + a_{1,5-6} a_{0,7-8}] g_{sz2}(\tau - \vartheta_0 - \vartheta_1) + a_{1,5-6} a_{1,7-8} g_{sz2}(\tau - 2\vartheta_1),$$

gdzie $g_{sz2}(\cdot)$ jest splotem dwóch szablonów.



Rys. 3. Przykładowy histogram opóźnień komunikacyjnych uzyskany metodą Monte Carlo

Przyjmijmy, że czas dostępu ma rozkład normalny $N(\vartheta_0, \sigma_{dos}) = N(1, 0,2)$ ms, a czas retransmisji $\vartheta_1 = 2$ ms. Współczynniki modalne mają wartości: $a_{0(5-6)} = 0,75$, $a_{1(5-6)} = 0,25$, $a_{0(7-8)} = 0,60$, $a_{1(7-8)} = 0,40$, co oznacza, że w kanale 5-6 25% komunikatów jest retransmitowanych, a w kanale 7-8: 40%. Po wykonaniu splotu wyrażań (14) i (19) oraz wprowadzeniu przyjętych wartości parametrów,

otrzymuje się analityczny opis funkcji gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia całkowitego w torze w postaci:

$$(20) \quad g(\tau) = 0,45 g_{sz2}(\tau - 19) + 0,45 g_{sz2}(\tau - 21) + 0,1 g_{sz2}(\tau - 23),$$

gdzie $g_{sz2}(\tau)$ ma rozkład normalny o odchyleniu standardowym równym $0,2\sqrt{2}$ ms.

Na rysunku 3 przedstawiono histogram opóźnienia całkowitego otrzymany metodą Monte Carlo zgodnie ze wzorem (12) dla założeń przyjętych w przykładzie 4. Histogram ten stanowi graficzną reprezentację wyrażenia (19).

Podsumowanie

Zastosowanie funkcji delta do opisu stałych opóźnień w sieci bezprzewodowej oraz szeregów funkcyjnych do modelowania opóźnień związanych z retransmisją komunikatów umożliwia uzyskiwanie probabilistycznych modeli opóźnienia całkowitego w postaci analitycznej. Podstawą budowy tych modeli jest funkcja gęstości prawdopodobieństwa opisująca czas dostępu nadajnika do medium komunikacyjnego. W przypadku sieci jednorodnych możliwe jest użycie opisanego aparatu matematycznego do budowy modelu sieci złożonej z wielu urządzeń, przy czym każdy kanał komunikacyjny opisywany jest indywidualnie za pomocą współczynników modalnych, zależnych od specyfiki zjawisk zaburzających transmisję w tym kanale.

Wykorzystanie zapisu macierzowego pozwala na uzyskiwanie prostej struktury modelu, dzięki czemu może być on stosowany w programach służących do symulacyjnej analizy sieci bezprzewodowych [8], [9]. Wyrażenia analityczne uzyskiwane przy użyciu opisanego modelu mogą być łatwo weryfikowane przy użyciu metody Monte Carlo, jak pokazano to na przykładzie.

LITERATURA

- [1] Akyildiz L.F., Su W., Sankarasubramanian Y., Cayirci E.: A survey on sensor networks. *IEEE Communication Magazine*, 2002, 40 (8), pp. 102-114.
- [2] Topór-Kamiński T., Krupane B., Homa J.: Delays Models of Measurement and Control Data Transmission Network. *Monograph: Advanced Technologies for Intelligent Systems of National Border Security*, Studies in Computational Intelligence, 440, pp. 257-279.
- [3] Jakubiec J.: Błędy i niepewności danych w systemie pomiarowo-sterującym. *Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, Gliwice, 2010.
- [4] Krupane B.: Modelowanie opóźnień transmisji spowodowanych zaburzeniami w sieciach bezprzewodowych w standardzie IEEE 802.15.4. *Rozprawa doktorska*, Gliwice, 2012.
- [5] Jakubiec J., Krupane B., Grygiel M.: Probabilistyczne modelowanie opóźnień komunikacyjnych w sieciach komputerowych. *Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Elektryka*, Z. 216, Gliwice 2011, s. 79-92.
- [6] Gupta S.C.: Delta Function. *IEEE Transactions on Education*, vol. 7, iss. 1. 1964, pp.16-22.
- [7] Krupane B., Bogacz R.: Metoda porównywania histogramów wielomodalnych dla celów analizy transmisji bezprzewodowej. *Materiały X Konferencji Systemy Pomiarowe w badaniach naukowych i w przemyśle*, Łągow 2014, s. 63-66.
- [8] Topór-Kamiński T., Żurkowski R., Grygiel M.: Selected methods of measuring the delay in data transmission systems with wireless network interfaces. *Acta Phys. Pol. A* 2011, vol. 120, no. 4, s. 748-754.
- [9] Krupane B.: Badania symulacyjne bezprzewodowego systemu eksperymentalnego opartego na standardzie ZigBee przy wykorzystaniu środowiska OPNET Modeler. *Materiały XI Międzynarodowych Warsztatów Doktoranckich OWD*, Wisła 2009, s. 312-317.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Jerzy Jakubiec, E-mail: jerzy.jakubiec@polsl.pl
dr inż. Beata Krupane, E-mail: beata.krupane@polsl.pl
Politechnika Śląska, Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice,