

Porównanie właściwości algorytmu DFT i klasycznego w pomiarze napięcia z zastosowaniem woltomierza próbkującego

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań właściwości metrologicznych algorytmu DFT i klasycznego do wyznaczania wartości skutecznej napięcia sinusoidalnego w pomiarach z zastosowaniem integracyjnego woltomierza próbkującego. Algorytmy badano dla wybranych, najważniejszych źródeł niepewności z zastosowaniem metody Monte Carlo. Na podstawie wyników badań stwierdzono, że właściwości obu algorytmów różnią się tylko w pomiarach mało dokładnych. Na poziomie niepewności pomiaru napięcia poniżej kilkudziesięciu ppm algorytmy zwracają jednakowe wyniki.

Abstract. The paper presents research results of metrological properties of algorithm DFT (4) and classical (5) for determining the RMS sinusoidal voltage measurements using an integrating sampling voltmeter. Tests were performed comparing measurement uncertainty calculated using a Monte Carlo method for both algorithms. Analyses were performed for selected, the most important sources of RMS voltage measurement uncertainty. Based on the results, it was found that the properties of both algorithms differ only in less accurate measurements. Below tens of ppm level voltage measurement uncertainty algorithms return the same results. **(Comparison of DFT and classical algorithm properties in voltage measurement using a sampling voltmeter)**

Słowa kluczowe: pomiar napięcia skutecznego, algorytm DFT, algorytm klasyczny, niepewność pomiaru, metoda Monte Carlo, woltomierz próbkujący.

Keywords: RMS voltage measurement, DFT algorithm, classical algorithm, uncertainty measurement, Monte Carlo method, sampling voltmeter.

doi:10.12915/pe.2014.11.09

Wprowadzenie

Jedną z najdokładniejszych metod wyznaczania wartości skutecznej napięcia sinusoidalnego jest metoda oparta na próbkowaniu integracyjnym z zastosowaniem wysokiej rozdzielczości woltomierza Agilent 3458A. Z zastosowaniem woltomierza próbkującego można wykonywać pomiary napięcia skutecznego z niepewnością na poziomie kilku do kilkunastu ppm w dość wąskim zakresie częstotliwości do 1 kHz [1]. Tak dokładne pomiary można jednak uzyskać w odpowiednich warunkach, między innymi dysponując źródłem napięcia sinusoidalnego o bardzo dobrych parametrach częstotliwościowych i amplitudowych oraz stosując tzw. algorytm Swerleina [2], który oparty jest na klasycznym algorytmie wyznaczania napięcia skutecznego na podstawie próbek $u(i)$ napięcia, ze wzoru

$$(1) \quad U_{rms} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M u^2(i)},$$

gdzie: M - liczba próbek, i - numer próbki.

Wartość skuteczną można wyznaczyć także na podstawie algorytmu DFT - dyskretnego przekształcenia Fouriera. Pewne właściwości obu algorytmów DFT i klasycznego przedstawiono w pracach [3, 4]. Niemniej odnoszą się one ogólnie do pomiaru napięcia bez uwzględnienia specyficznych cech pomiarów dokładnych. W niniejszej pracy podjęto się zadania sprawdzenia właściwości oraz oceny, który z wyżej wymienionych algorytmów może być bardziej przydatny w pomiarze wartości skutecznej napięcia sinusoidalnego z zastosowaniem próbkującego woltomierza integracyjnego dla niepewności poniżej kilkudziesięciu ppm. Badania właściwości algorytmów przeprowadzono z zastosowaniem symulacyjnej metody Monte Carlo do wyznaczania niepewności pomiarów.

Algorytm DFT i klasyczny w pomiarze napięcia z zastosowaniem woltomierza próbkującego

Cechą charakterystyczną pomiarów napięcia z zastosowaniem próbkującego woltomierza jest to, że otrzymane za jego pomocą tzw. próbki integracyjne różnią się od próbek, które powszechnie rozumiane są jako punktowe dla wybranej chwili czasowej. Poza tym w

dokładnych pomiarach istotne jest, że na napięcie mierzone oddziałują obwody wejściowe woltomierza, które mają ograniczone pasmo częstotliwościowe. Przyjmując ogólnie, że K_{PAS} jest wypadkową transmitancją obwodów wejściowych, a K_{DC} transmitancją integratora można określić próbki napięcia sinusoidalnego po przejściu przez układ wejściowy i integrator woltomierza w postaci

$$(2) \quad u_{DCP}(i) = K_{PAS} K_{DC} U_m \sin(2\pi f i T_s + \varphi).$$

gdzie: U_m - amplituda napięcia sinusoidalnego, f - częstotliwość napięcia, φ - faza początkowa, T_s - okres próbkowania.

Zastosowanie algorytmu DFT do wyznaczania wartości skutecznej napięcia polega na wyznaczeniu amplitud harmonicznych $X(h)$ sygnału z zastosowaniem transformaty Fouriera:

$$(3) \quad X(h) = \frac{2}{M} \sum_{i=0}^{M-1} u_{DCP}(i) e^{-j2\pi h i / M},$$

gdzie h jest numerem prążka wyznaczanego widma.

Następnie oblicza się wartość skuteczną, korygując wpływ skończonego czasu całkowania próbek oraz wpływ ograniczonego pasma woltomierza, ze wzoru:

$$(4) \quad \hat{U}_{rms,DFT} = \sqrt{X(0) + \sum_{h=1}^H \left(\frac{X(h)}{\sqrt{2}} \frac{1}{K_{DCt}(h)} \frac{1}{K_{PASt}(h)} \right)^2},$$

gdzie H jest najwyższą harmoniczną analizowanego napięcia ($H \leq M/2$).

Powyższy wzór (4) sugeruje możliwość pomiaru napięcia odkształconego.

W przypadku algorytmu klasycznego opisanego wzorem (1), wartość skuteczną napięcia, po uwzględnieniu efektu integracji oraz ograniczonego pasma woltomierza, można wyliczyć ze wzoru:

$$(5) \quad \hat{U}_{rms,KL} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M u_{DCP}^2(i) \frac{1}{K_{DCt}(h=1)} \frac{1}{K_{PASt}(h=1)}}.$$

Wspomniane korekcje napięcia przeprowadza się w oparciu o znaną wartość częstotliwości sygnału f i czasu całkowania T_a , na postawie [2]:

$$(6) \quad K_{DCi}(h) = \frac{\sin(2\pi hf T_a)}{2\pi kh T_a},$$

oraz transmitancji pierwszego rzędu dla jednego wzmacniacza w obwodzie wejściowym woltomierza

$$(7) \quad K_{PASi}(h) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{hf}{f_{pas}}\right)^2}},$$

gdzie f_{pas} jest częstotliwością graniczną wzmacniacza.

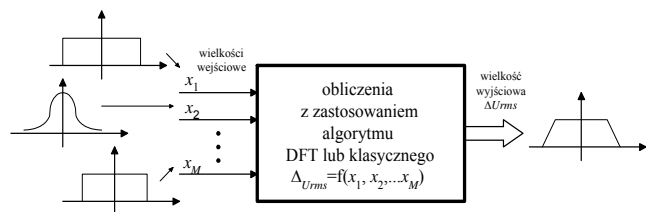
Metodyka badań algorytmów

Badania właściwości algorytmów przeprowadzono z zastosowaniem symulacyjnej metody Monte Carlo z uwzględnieniem zaleceń [5] dotyczących zastosowania tej metody do wyznaczania niepewności pomiarów. Do analizy właściwości metrologicznych algorytmów przyjęto model pomiaru

$$(8) \quad \Delta U_{rms} = \hat{U}_{rms,DFT,KL}(X_i) - U_{rms},$$

gdzie: $\hat{U}_{rms,DFT,KL}(X_i)$ jest estymatorem wartości skutecznej DFT (4) lub klasyczny (5); U_{rms} - teoretyczna wartość skuteczna.

Estymatory napięcia skutecznego zależą od zmiennych X_i , gdzie i to numer zmiennej, będących źródłami niepewności pomiaru. Tak jak w przypadku tworzenia budżetów niepewności zgodnie z dokumentem EA4/02, dla każdej zmiennej należy określić niepewność standardową $u(x_i)$ oraz rozkład prawdopodobieństwa. Na tej podstawie w pracy generowano liczby losowe, dla wybranej zmiennej i wyznaczano wartości na postawie (8) tworzące wypadkowy wyjściowy rozkład. Uproszczona ilustracja stosowania metody Mone Carlo przedstawiona została na rysunku 1.



Rys. 1. Ilustracja badania algorytmów z zastosowaniem metody Monte Carlo.

Na podstawie wyjściowego rozkładu wartości ΔU_{rms} wyznaczano w pracy ocenę wyniku (średnią) $\overline{\Delta U_{rms}}$ stanowiącą obciążenie estymatora wartości skutecznej napięcia, niepewność standardową pomiaru napięcia $u(\Delta)$ oraz tak zwany przedział objęcia, będący odpowiednikiem niepewności rozszerzonej w ujęciu klasycznym dla poziomu ufności $p = 0,95$. Dokładniejszy opis badania właściwości dowolnych algorytmów z zastosowaniem metody Monte Carlo przedstawiono w [6].

Analiza właściwości algorytmów

- Wpływ wybranych źródeł niepewności pomiaru napięcia

Na podstawie badań własnych [6] określono, że głównymi źródłami niepewności pomiaru napięcia z zastosowaniem woltomierza próbkującego są szумы oraz

niepewności częstotliwościowe. Szумы wpływają na powtarzalność wyników pomiarów, a pochodzą zarówno od woltomierza jak i źródła mierzonego napięcia. Z kolei niepewności częstotliwościowe mają wpływ na dokładność zapewnienia warunku

$$(9) \quad k = \frac{Mf}{f_s}, \text{ gdzie } k \in \mathbf{N}_+,$$

który jest niezbędny do prawidłowego wyznaczenia wartości skutecznej z zastosowaniem obu analizowanych w pracy algorytmów. Wobec powyższego na dokładność pomiaru wartości skutecznej napięcia ma wpływ niepewność nastawy częstotliwości źródła sygnału jak i niepewność częstotliwości wewnętrznego generatora kwarcowego woltomierza.

W pracy przeprowadzono badania symulacyjne wpływu szumu źródła napięcia sinusoidalnego i woltomierza oraz niepewności określenia częstotliwości f i f_s na wyniki estymatorów analizowanych algorytmów. Do obliczeń realizowanych ze wzoru (8) przyjęto następujący model pomiaru próbek:

$$(10) \quad u_{DCP}(i) = \sum_{h=1}^H K_{PAS}(h) K_{DC}(h) U_{mh} \sin(2\pi f(1+x_1)iT_s),$$

gdzie:

$$(11) \quad K_{DC}(h) = \frac{\sin(2\pi hf(1+x_1)T_a(1+x_2))}{2\pi kh(1+x_1)T_a(1+x_2)},$$

$$(12) \quad K_{PAS}(h) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{hf(1+x_1)}{f_{pas}}\right)^2}},$$

x_1, x_2, x_3, x_4 - źródła niepewności stanowiące odpowiednio błąd względny częstotliwości f , błąd względny częstotliwości f_s oraz błędy bezwzględne napięcia wynikające z szumu źródła napięcia i woltomierza.

Badania symulacyjne w pierwszej kolejności przeprowadzono dla pojedynczych wpływów źródeł niepewności. Do badań przyjęto przykładowe parametry mierzonego napięcia sinusoidalnego: amplitudę $U_m = 1$ V, równą wybranemu zakresowi woltomierza, dwie różniące się znacznie częstotliwości $f = 20$ Hz i 1000 Hz, oraz $M = 100$. Dodatkowo analizowano kombinacje przypadków:

- czas całkowania T_a wynosi 2 μ s lub 200 μ s (przykładowe wartości, różniące się znacznie między sobą),
 - próbki zbierane są z $k = 1, 2, 5, 10$ okresów napięcia mierzonego,
 - w napięciu mierzonym występuje 7 kolejnych wyższych harmonicznych o amplitudach $U_{mh} = 0,1$ V.
- Wybrane wyniki badań zestawiono w postaci tabel 1-4 w celu lepszego uwidocznienia różnic dla rozpatrywanych przypadków.

Analizując otrzymane wyniki badań wyciągnięto najważniejsze wnioski:

- niepewności częstotliwościowe (u_{f_s}, u_f) mają największy wpływ na wyniki estymacji wartości skutecznej napięcia za pomocą algorytmu DFT. Różnice między wynikami obu analizowanych algorytmów są większe dla większej liczby okresów mierzonego napięcia. Wniosek ten jest słuszny także dla różnych czasów całkowania woltomierza i w przypadku występowania wyższych harmonicznych w mierzonym napięciu.

- szumy woltomierza i generatora (u_{szw} , u_{szg}) w większym stopniu mają wpływ na wyniki estymacji wartości skutecznej napięcia za pomocą algorytmu klasycznego bez względu na to jaka jest wartość częstotliwość sygnału i czasu całkowania oraz czy mierzony jest sygnał sinusoidalny czy poliharmoniczny. Przy czym różnice między wynikami obu algorytmów dotyczą tylko obciążenia estymatora. Niepewności standardowe wyników uzyskanych za pomocą obu algorytmów są jednakowe.

Tabela 1. Wyniki badań symulacyjnych algorytmów dla niepewności częstotliwości sygnału u_f , różnych wartości okresów k napięcia sinusoidalnego, $f = 20$ Hz, $T_a = 200$ μ s.

u_f %	Algorytm DFT				Algorytm klasyczny			
	$k=1$		$k=5$		$k=1$		$k=5$	
	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V
1E-4	0,0E-7	2,5E-7	0,0E-7	2,5E-7	0,0E-7	2,5E-7	0,0E-7	2,5E-7
1E-3	0,0E-6	2,5E-6	0,0E-6	2,5E-6	0,0E-6	2,5E-6	0,0E-6	2,5E-6
1E-2	0,0E-5	2,5E-5	0,0E-5	2,5E-5	0,0E-5	2,5E-5	0,0E-5	2,5E-5
1E-1	0,0E-4	2,5E-4	-0,3E-4	2,6E-4	0,0E-4	2,5E-4	0,0E-4	2,5E-4
1E-0	-0,1E-4	2,5E-3	-2,9E-3	3,6E-3	0,0E-3	2,5E-3	0,0E-3	2,5E-3
1E+1	-1,1E-2	2,6E-2	-2,3E-1	1,9E-1	0,0E-2	2,3E-2	0,0E-3	6,1E-3

Tabela 2. Wyniki badań symulacyjnych algorytmów dla niepewności częstotliwości sygnału u_f , różnych wartości k , napięcia poliharmonicznego, $f = 20$ Hz, $T_a = 200$ μ s.

u_f %	Algorytm DFT				Algorytm klasyczny			
	$k=1$		$k=5$		$k=1$		$k=5$	
	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V
1E-4	0,0E-7	2,3E-7	0,0E-7	2,6E-7	0,0E-7	2,3E-7	0,0E-7	2,6E-7
1E-3	0,0E-6	2,3E-6	0,0E-6	2,6E-6	0,0E-6	2,3E-6	0,0E-6	2,6E-6
1E-2	0,0E-5	2,3E-5	0,0E-5	2,6E-5	0,0E-5	2,3E-5	0,0E-5	2,6E-5
1E-1	0,0E-4	2,3E-4	-0,3E-4	2,6E-4	0,0E-4	2,3E-4	0,0E-4	2,6E-4
1E-0	-0,3E-4	2,3E-3	-2,8E-3	3,6E-3	-0,2E-4	2,3E-3	0,0E-3	2,5E-3
1E+1	-0,3E-2	2,4E-2	-2,3E-1	1,9E-1	0,3E-3	2,3E-2	0,0E-3	6,1E-3

Tabela 3. Wyniki badań symulacyjnych algorytmów dla niepewności częstotliwości próbkowania u_{fs} , różnych wartości k , $f = 20$ Hz, $T_a = 200$ μ s.

u_{fs} %	Algorytm DFT				Algorytm klasyczny			
	$k=1$		$k=5$		$k=1$		$k=5$	
	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V
1E-4	0,0E-7	1,4E-7	0,0E-7	1,5E-7	0,0E-7	1,4E-7	0,0E-7	1,5E-7
1E-3	0,0E-6	1,4E-6	0,0E-6	1,5E-6	0,0E-6	1,4E-6	0,0E-6	1,5E-6
1E-2	0,0E-5	1,4E-5	0,0E-5	1,5E-5	0,0E-5	1,4E-5	0,0E-5	1,5E-5
1E-1	0,0E-4	1,4E-4	-0,1E-4	1,5E-4	0,0E-4	1,4E-4	0,0E-4	1,5E-4
1E-0	0,0E-3	1,4E-3	-1,0E-3	1,7E-3	0,0E-3	1,4E-3	0,0E-3	1,5E-3
1E+1	-0,4E-2	1,4E-2	-8,9E-2	7,2E-2	0,0E-2	1,4E-2	0,0E-3	5,7E-3

- Badanie wybranego przypadku pomiarowego

Badania symulacyjne wykonano także w odniesieniu do rzeczywistego przypadku pomiarowego, w którym założono, że mierzone jest napięcie sinusoidalne na wyjściu komercyjnego generatora Agilent 33120A za pomocą woltomierza próbkującego Agilent 3458A. Przyjęte warunki pomiaru to $U_m = 1$ V, $f = 20$ Hz, $f_s = 2$ kHz, $M = 100$, $T_a = 200$ μ s. W symulacjach uwzględniono parametry szumów i częstotliwości generatora i woltomierza podane w ich kartach katalogowych ($u_{szw} = 4E-4$ V, $u_{szg} = 4,4E-6$ V, $u_f = 1,15E-3\%$, $u_{fs} = 5,77E-3\%$). Dodatkowo uwzględniono wyższe harmoniczne generatora wg jego specyfikacji ($U_{mh} = 1,6E-4$ V, $h = 1,2,..8$). Wyniki które otrzymano z zastosowaniem metody Monte Carlo, uwzględniając łączny wpływ wszystkich wymienionych źródeł niepewności, były jednakowe dla obu algorytmów. Uzyskane wyniki to:

obciążenie estymatora napięcia skutecznego $\bar{\Delta}U_{rms} = 0$ μ V, niepewność standardowa $u(\Delta) = 27$ μ V oraz przedział objęcia ($\Delta U_{rmsLo}.. \Delta U_{rmsHi}$) = -53..53 μ V dla $p = 0,95$.

Tabela 4. Wyniki badań symulacyjnych algorytmów dla niepewności standardowej szumów woltomierza u_{szw} , mierzonego napięcia sinusoidalnego lub poliharmonicznego, $f = 20$ Hz, $k = 1$, $T_a = 200$ μ s.

u_{szw} V	Algorytm DFT				Algorytm klasyczny			
	nap. sinus.		nap. poliharm.		nap. sinus.		nap. poliharm.	
	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V	$\bar{\Delta}U_{rms}$ V	$u(\Delta)$ V
1E-6	0,0E-7	1,0E-7	0,0E-7	1,0E-7	0,0E-7	1,0E-7	0,0E-7	1,0E-7
1E-5	0,0E-6	1,0E-6	0,0E-6	1,0E-6	0,0E-6	1,0E-6	0,0E-6	1,0E-6
1E-4	0,0E-5	1,0E-5	0,0E-5	1,0E-5	0,0E-5	1,0E-5	0,0E-5	1,0E-5
1E-3	0,0E-4	1,0E-4	0,0E-4	1,0E-4	0,0E-4	1,0E-4	0,0E-4	1,0E-4
1E-2	0,0E-3	1,0E-3	0,0E-3	1,0E-3	0,1E-3	1,0E-3	0,1E-3	1,0E-3
1E-1	0,0E-2	1,0E-2	0,1E-2	1,0E-2	0,7E-2	1,0E-2	0,7E-2	1,0E-2

Podsumowanie

Cechą charakterystyczną pomiarów napięcia opartych na próbkowaniu jest to, że bardzo duże dokładności rzędu pojedynczych ppm można uzyskać stosując różne techniki mające na celu minimalizację wpływu głównych źródeł niepewności pomiarów czyli szumów i niedokładności częstotliwościowych. W pomiarach dokładnych, nawet o niedokładności rzędu kilkudziesięciu ppm, nie stosuje się powszechnie stosowanych funkcji okien czasowych, ponieważ wprowadzają one dodatkowe zauważalne niepewności. W pracy rozważano algorytmy oparte na niezmodyfikowanym algorytmie DFT i klasycznym. Na podstawie wyników badań wywnioskowano, że algorytmy te różnią się właściwościami metrologicznymi tylko w pewnych przypadkach, kiedy szumy i niepewności częstotliwościowe są duże. Poniżej kilkudziesięciu ppm niepewności pomiaru wartości skutecznej napięcia sinusoidalnego algorytmy te zwracają jednakowe wyniki.

LITERATURA

- [1] Kampik M., Laiz H., Klonz M.: Comparison of Three Accurate Methods to Measure AC Voltage at Low Frequencies. *IEEE Trans. Instr. Meas.*, 49(2), (2000).
- [2] Swerlein R.L. A 10 ppm accurate digital ac measurement algorithm. Hewlett Packard Co., August 1991.
- [3] Novotny M., Sedleček M.: RMS value measurement based on classical and modified digital signal processing algorithms. *Measurement*, 41, (2008).
- [4] Hegeđuš H., Mostarac R., Malarić R.: Comparison of RMS Value Measurement Algorithms of Non-coherent Sampled Signals. *Measurement Science Review*, (2011), Vol. 1, No. 3.
- [5] Evaluation of measurement data. Supplement 1 to the „Guide to the expression in measurement”- Propagation of distributions using a Monte Carlo method, JCGM. (2008).
- [6] Krajewski M.: Analiza właściwości wybranych algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów w pomiarze zespolonego stosunku napięć. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra (2010).

Authors: PhD Mariusz Krajewski, University of Zielona Góra, Institute of Electrical Metrology, Podgórna 50, 65-246 Zielona Góra, E-mail: M.Krajewskii@ime.uz.zgora.pl.