

## Badania symulacyjne wybranych statystycznych metod estymacji czasu opóźnienia sygnałów losowych

**Streszczenie.** W artykule omówiono zastosowanie w pomiarach opóźnień czasowych sygnałów losowych następujących metod różnicowych: średniego modułu różnicy amplitud, średniego kwadratu różnicy amplitud oraz metod złożonych, będących połączeniem ww. metod różnicowych i funkcji korelacji wzajemnej. Dla przyjętych modeli sygnałów przeprowadzono badania symulacyjne i porównano niepewności standardowe estymacji czasu opóźnienia.

**Abstract.** This paper presents the use for time delay measurement of random signals such differential methods as the average magnitude difference function, the average square difference function and methods based on a combination of the above mentioned functions and cross-correlation. For the chosen model of signals the simulation was conducted and uncertainties of time delay estimation by use described methods were determined. (*Simulation studies of selected statistical methods of time delay estimation of random signals*)

**Słowa kluczowe:** estymacja czasu opóźnienia, metody różnicowe, korelacja wzajemna, sygnały losowe.

**Keywords:** time delay estimation, differential methods, cross-correlation, random signals.

doi:10.12915/pe.2014.12.11

### Wstęp

Wyznaczanie czasu opóźnienia jest ważnym zagadnieniem w technice radarowej, telekomunikacji, medycynie, analizie zjawisk sejsmicznych i meteorologicznych. Ma także istotne znaczenie w pomiarach parametrów przepływów, w tym przepływów dwufazowych, gdzie sygnały otrzymywane z czujników (np. optycznych, pojemnościowych, scyntylicyjnych) są przebiegami stochastycznymi. W takich przypadkach do wyznaczania opóźnień czasowych stosuje się statystyczne metody analizy w dziedzinie czasu i częstotliwości. Wśród metod klasycznych, stosowanych zwykle dla gaussowskich sygnałów stacjonarnych, najczęściej wykorzystuje się funkcję korelacji wzajemnej (ang. cross-correlation function - CCF) i fazę wzajemnej gęstości widmowej [1-10]. Do mniej popularnych metod należą m.in. analiza korelacyjna z zastosowaniem transformaty Hilberta [11, 12], metody różnicowe [13] oraz metody oparte na warunkowym uśrednianiu sygnałów [14 -16].

W niniejszej pracy omówiono metody różnicowe: średni moduł różnicy amplitud (average magnitude difference function - AMDF), średni kwadrat różnicy amplitud (average square difference function - ASDF) oraz metody złożone, będące kombinacją wyżej wymienionych funkcji różnicowych i CCF. Przedstawiono przykładowe wyniki badań symulacyjnych ww. metod dla generowanych programowo modeli wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych, odpowiadających sygnałom rzeczywistym, otrzymywanym (po wstępnej obróbce) w radioizotopowych pomiarach przepływu dwufazowego ciec-gaz w rurociągu poziomym [17]. Uzyskane dla badanych metod wartości czasu opóźnienia i ich niepewności standardowe porównano z odpowiednimi wynikami otrzymanymi dla funkcji korelacji wzajemnej.

### Modele sygnałów pomiarowych w estymacji czasu opóźnienia sygnałów losowych

W wielu zagadnieniach estymacji czasu opóźnienia zależność sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$  otrzymywanych z dwóch czujników przedstawia się wzorami [18]:

$$(1) \quad x(t) = s(t) + m(t),$$

$$(2) \quad y(t) = c \cdot s(t - \tau_0) + n(t),$$

gdzie:  $s(t)$  - stacjonarny sygnał losowy o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa  $N(0, \sigma_s)$ , paśmie częstotliwościowym  $B$ ;  $c$  - stały współczynnik (najczęściej

$c = 1$ );  $\tau_0$  - czas opóźnienia transportowego;  $m(t)$ ,  $n(t)$  - nieskorelowane z sygnałem  $s(t)$  i wzajemnie ze sobą szумы białe o rozkładach  $N(0, \sigma_m)$  i  $N(0, \sigma_n)$ .

Przy przedstawionych wyżej założeniach dla modeli sygnałów (1) prawdziwe są relacje:

$$(3) \quad \sigma_x^2 = \sigma_s^2 + \sigma_m^2,$$

$$(4) \quad \sigma_y^2 = c^2 \sigma_s^2 + \sigma_n^2,$$

gdzie  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  oznaczają odchylenia standardowe odpowiednio sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$ .

Stosunek sygnał/szum (SNR) dla sygnałów (1) i (2) można zdefiniować odpowiednio jako:  $SNR_x = (\sigma_s / \sigma_m)^2$  dla  $x(t)$  oraz  $SNR_y = (\sigma_s / \sigma_n)^2$  dla  $y(t)$ . W zależności od obecności zakłóceń w jednym lub obydwu torach pomiarowych można rozważać trzy modele sygnałów, przy czym w praktyce najczęściej stosuje się dwa przypadki:

- model I:  $\sigma_m = 0$ ,  $\sigma_n = \sigma_z \neq 0$  i  $SNR_x = SNR_y = SNR$ ; wówczas:

$$(5) \quad y(t) = c \cdot s(t - \tau_0) + z(t) = c \cdot x(t - \tau_0) + z(t),$$

$$(6) \quad SNR = (\sigma_s / \sigma_z)^2 = (\sigma_x / \sigma_z)^2.$$

- model II:  $\sigma_m = \sigma_n = \sigma_z \neq 0$  i  $SNR_x = SNR_y = SNR$ ; wtedy:

$$(7) \quad x(t) = s(t) + z_1(t),$$

$$(8) \quad y(t) = c \cdot s(t - \tau_0) + z_2(t),$$

$$(9) \quad SNR = (\sigma_s / \sigma_z)^2.$$

Zakłócenia  $z(t)$  mają rozkłady  $N(0, \sigma_z)$ , ale w przypadku modelu II są to różne, wzajemnie nieskorelowane realizacje.

### Wybrane statystyczne metody estymacji czasu opóźnienia

#### Metoda korelacji wzajemnej

Funkcja korelacji wzajemnej ergodycznych sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$  jest równa [11]:

$$(10) \quad R_{CCF}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)] = c R_{ss}(\tau - \tau_0),$$

gdzie  $E[\cdot]$  oznacza wartość oczekiwaną a  $\tau$  – opóźnienie.

Opóźnienie transportowe (estymator  $\hat{\tau}_0$ ) określa się na podstawie lokalizacji głównego maksimum CCF. Unormowana CCF dla  $\tau = \tau_0$  może być przedstawiona zależnością:

$$(11) \quad \rho_{CCF}(\tau_0) = \frac{R_{CCF}(\tau_0)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}} = \frac{cR_{ss}(0)}{\sigma_x\sigma_y} = \frac{c\sigma_s^2}{\sigma_x\sigma_y},$$

gdzie:  $R_{ss}$ ,  $R_{xx}$  i  $R_{yy}$  – funkcje autokorelacji odpowiednio sygnałów  $s$ ,  $x$  i  $y$ .

Podstawiając do (11) wzory (3) i (4),  $c=1$  oraz uwzględniając (6) i (9) po przekształceniach otrzymamy odpowiednio:

• dla modelu I:

$$(12) \quad SNR = \frac{1}{\rho_{CCF}^{-1}(\tau_0) - 1},$$

• dla modelu II:

$$(13) \quad SNR = \frac{1}{\rho_{CCF}^{-2}(\tau_0) - 1}.$$

Wzory (12) i (13) mogą być przydatne do określenia SNR na podstawie wartości unormowanej funkcji  $\rho_{CCF}(\tau_0)$  wyznaczonej eksperymentalnie.

Dyskretny estymator funkcji korelacji wzajemnej można przedstawić zależnością [9]:

$$(14) \quad \hat{R}_{CCF}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n+l),$$

gdzie:  $N$  – liczba dyskretnych wartości sygnałów  $x(n)$  i  $y(n)$ ,  $n = t/\Delta t$ ,  $l = \tau/\Delta t$ ,  $\Delta t$  – odstęp próbkowania.

### Metody różnicowe

Dyskretne estymatory funkcji AMDF i ASDF można przedstawić odpowiednio wzorami [13]:

$$(15) \quad \hat{R}_{AMDF}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n) - y(n+l)|,$$

$$(16) \quad \hat{R}_{ASDF}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - y(n+l)]^2.$$

W obydwu przedstawionych wyżej metodach różnicowych wyznaczanie opóźnienia transportowego polega na lokalizacji położenia głównego minimum odpowiedniej funkcji.

### Metody złożone

Do wyznaczania opóźnienia sygnałów losowych można zastosować metody złożone, będące ilorzem CCF oraz funkcji różnicowych AMDF i ASDF:

$$(17) \quad \hat{R}_{CCF/AMDF}(l) = \frac{\hat{R}_{CCF}(l)}{\hat{R}_{AMDF}(l) + \varepsilon},$$

$$(18) \quad \hat{R}_{CCF/ASDF}(l) = \frac{\hat{R}_{CCF}(l)}{\hat{R}_{ASDF}(l) + \varepsilon},$$

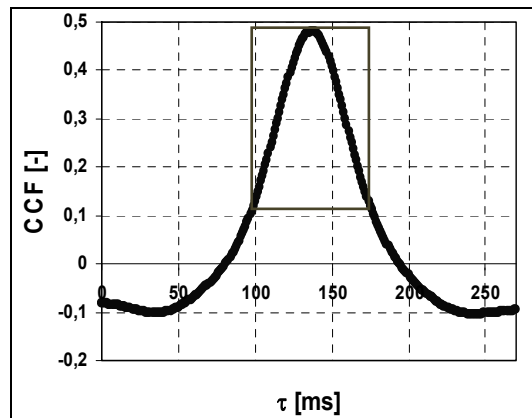
gdzie  $\varepsilon$  jest małą liczbą dodatnią.

Liczbę  $\varepsilon$  wprowadzono w celu uniknięcia dzielenia przez zero, gdyż funkcje AMDF i ASDF mogą w idealnym przypadku braku zakłóceń w sygnałach przyjmować dla  $\tau = \tau_0$  wartości zerowe. Dla  $\sigma_s \neq 0$ , co zwykle ma miejsce w pomiarach, dodawanie  $\varepsilon$  w mianownikach zależności (17) i (18) nie jest konieczne.

Połączenie funkcji AMDF i funkcji korelacji zastosowano już w pracach [19, 20] do analizy sygnałów akustycznych. Łączne zastosowanie CCF i ASDF nie było dotąd przedstawiane w znanej autorowi literaturze.

### Przykładowe wyniki symulacji Modelowanie sygnałów

W badaniach symulacyjnych metod estymacji czasu opóźnienia sygnałów stochastycznych wygodnie jest stosować komputerowe modele sygnałów otrzymywanych z czujników. Algorytmy modelowania takich sygnałów o zadawanych parametrach statystycznych omówiono m.in. w artykułach [21, 22]. W niniejszej pracy symulacje przeprowadzono przy wykorzystaniu dyskretnych modeli sygnałów stochastycznych  $x(n)$  i  $y(n)$  odpowiadających sygnałom uzyskiwanym (po wstępnej obróbce – centrowanie, filtracja) z sond scyntylicyjnych w radioizotopowych pomiarach parametrów przepływu dwufazowego ciec-z-gaz w rurociągu poziomym [17]. Sygnały z sond po wstępnej obróbce (centrowanie, filtracja) charakteryzują się normalnym rozkładem prawdopodobieństwa i funkcją autokorelacji zbliżoną do modelu typu  $(\sin x)/x$ . Przykładowe przebiegi czasowe i histogramy takich sygnałów przedstawiono w pracach [15, 23]. Na rysunku 1 pokazano przykładowo unormowaną funkcję korelacji wzajemnej wyznaczoną eksperymentalnie przy parametrach akwizycji  $N = 300000$ ,  $\Delta t = 1$  ms [15, 17].

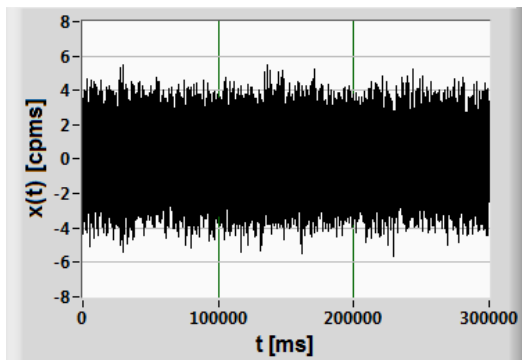


Rys. 1. Wykres unormowanej funkcji  $\rho_{CCF}(\tau)$  otrzymanej eksperymentalnie

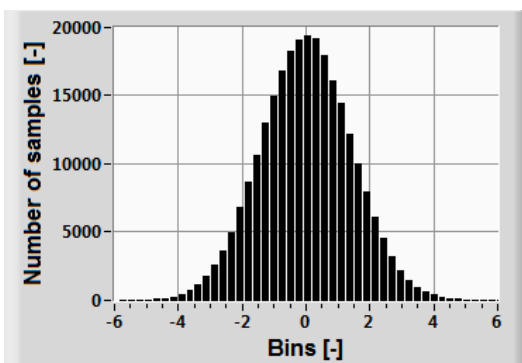
Sygnały otrzymywane z sond zawierają nie tylko informacje statystyczne o analizowanym przepływie, ale także zakłócenia spowodowane tłem radiacyjnym, szumami aparatury i fluktuacjami rozpadów jądrowych. Do modelowania takich przebiegów wykorzystać można przedstawione w rozdziale drugim modele sygnałów o odpowiednich parametrach. W niniejszej pracy zastosowano model II opisany wzorami (7) i (8). Symulacje przeprowadzono w środowisku LabVIEW, przydatnym w aplikacjach cyfrowego przetwarzania sygnałów [24]. Sygnał  $s(n)$  formowano z szumu białego przy zastosowaniu filtracji dolnoprzepustowej, przy czym parametry filtrów oraz SNR dobrano tak, aby uzyskać kształt i amplitudę unormowanej funkcji korelacji wzajemnej zbliżone do funkcji z rysunku 1. Zakłócenia  $z_1(n)$  i  $z_2(n)$  były generowane jako szumy białe o rozkładach  $N(0, \sigma_z)$ , wzajemnie nieskorelowane oraz

nieskorelowane z sygnałami użytecznymi. Na rysunku 2 pokazano przebieg czasowy i histogram modelowanego sygnału dla następujących wartości parametrów:  $N = 300000$ ,  $SNR = 1,02$ , filtr Butterwortha 3 rzędu o względnej częstotliwości odcięcia 0,009.

a)

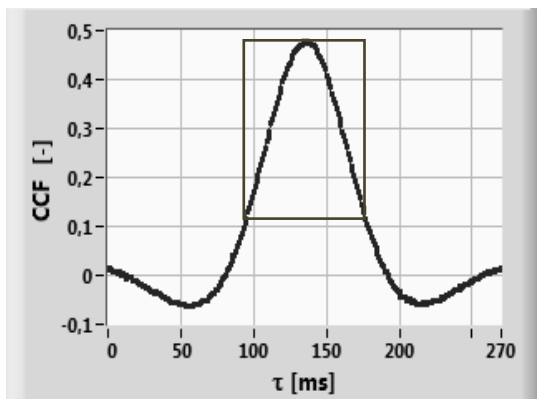


b)



Rys. 2. Przebieg czasowy (a) i histogram (b) modelowanego sygnału  $x(t)$

Unormowaną funkcję korelacji wzajemnej otrzymaną z modelowania przy  $\tau_0 = 136$  ms, przedstawiono na rysunku 3. Widoczna jest duża zbieżność funkcji CCF z rys. 1 i rys. 3 w otoczeniu punktu maksimum (fragmenty zaznaczone ramkami).

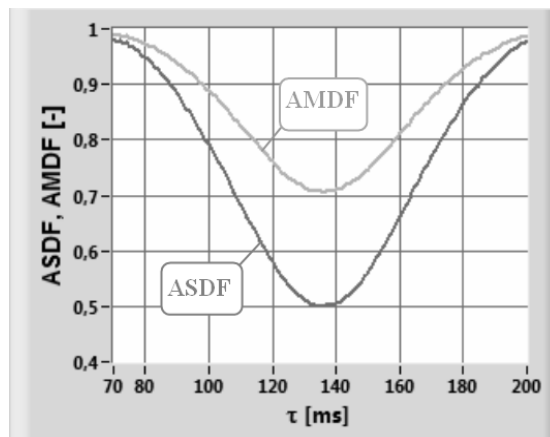


Rys. 3. Wykres unormowanej funkcji  $\rho_{CCF}(\tau)$  otrzymanej z modelowania. Ramką zaznaczono fragment wykorzystany do aproksymacji

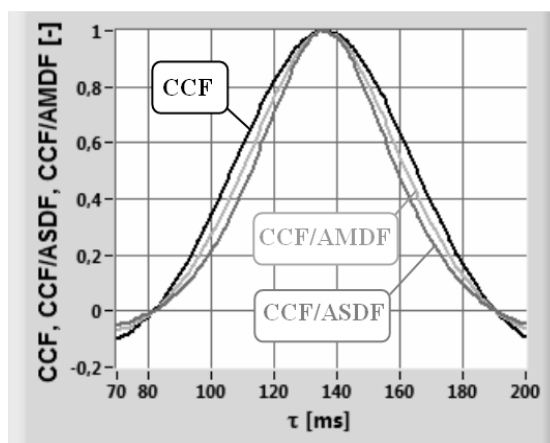
### Przykładowe wyniki estymacji czasu opóźnienia

Dla modeli sygnałów o wyżej podanych parametrach przeprowadzono badania symulacyjne polegające na wyznaczeniu estymatorów (14) – (18), określeniu na podstawie ich przebiegu opóźnienia transportowego i niepewności standardowej opóźnienia. Rysunki 4 i 5

przedstawiają odpowiednio otrzymane dla modelowanych sygnałów funkcje różnicowe ASDF i AMDF (rys. 4) oraz złożone CCF/ASDF i CCF/AMDF (rys. 5). Dodatkowo na rysunku 5 pokazano przebieg CCF. W celu łatwiejszego porównania wszystkie funkcje unormowano w stosunku do ich wartości maksymalnych.



Rys. 4. Wykresy funkcji różnicowych AMDF i ASDF uzyskanych z modelowania, unormowanych w stosunku do wartości maksymalnych



Rys. 5. Wykresy funkcji CCF, CCF/ASDF i CCF/AMDF otrzymanych z modelowania, unormowanych w stosunku do wartości maksymalnych

Wyznaczanie opóźnienia transportowego na podstawie badanych funkcji polega na lokalizacji pozycji ich głównego ekstremum. W pracy zastosowano procedurę wyznaczania położenia głównego minimum ASDF i AMDF oraz głównego maksimum CCF, CCF/ASDF i CCF/AMDF polegającą na aproksymacji wybranego fragmentu danej charakterystyki funkcją Gaussa:

$$(19) \quad p(\tau) = p_0 + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau - \hat{\tau}_0)^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie:  $p_0$  – poziom normalizacji,  $\sigma$  – odchylenie standardowe dopasowanego rozkładu.

Wówczas estymator opóźnienia transportowego  $\hat{\tau}_0$  wyznacza się jako pierwszy moment dopasowanego rozkładu normalnego [15, 25, 26] a niepewność standardowa opóźnienia  $u(\hat{\tau}_0)$  jest równa odchyleniu standardowemu średniej:

$$(20) \quad u(\hat{\tau}_0) = \frac{\sigma}{\sqrt{k}},$$

gdzie  $k$  – liczba punktów zastosowanych w procedurze aproksymacji.

Dla wszystkich omawianych funkcji zastosowano jednakową procedurę dopasowania i tą samą liczbę punktów  $k = 105$  (dla CCF odpowiada to fragmentowi zaznaczonemu ramką na rysunku 3). Analizy przeprowadzono przy zastosowaniu oprogramowania Origin a otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki badań symulacyjnych

Metoda	$\hat{\tau}_0$ [ms]	$u(\hat{\tau}_0)$ [ms]	$u(\hat{\tau}_0)/u(\hat{\tau}_0)_{CCF}$ [-]
CCF	136,01	2,75	1,00
AMDF	136,02	2,49	0,91
ASDF	136,02	2,75	1,00
CCF/AMDF	136,01	2,26	0,82
CCF/ASDF	136,01	1,97	0,72

### Podsumowanie

W artykule przedstawiono przykładowe wyniki badań właściwości metrologicznych różnicowych i złożonych metod estymacji czasu opóźnienia sygnałów losowych w odniesieniu do klasycznej korelacji wzajemnej. Badania przeprowadzono metodą symulacyjną, stosując komputerowe modele wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych. Parametry tych modeli dobrano w ten sposób, aby uzyskać przebieg unormowanej funkcji korelacji wzajemnej odpowiadający funkcji  $\rho_{CCF}(\tau)$  wyznaczonej w radioizotopowych absorpcyjnych pomiarach przepływu dwufazowego ciec-z-gaz w rurociągu poziomym. Stwierdzono, że w analizowanym przypadku najmniejsze wartości niepewności standardowej czasu opóźnienia otrzymuje się w kolejności dla metod: CCF/ASDF, CCF/AMDF, AMDF, CCF i ASDF. W przypadku metod złożonych niepewność standardowa opóźnienia jest mniejsza niż dla CCF o 28% (CCF/ASDF) i o 18% (CCF/AMDF).

Uzyskane wyniki zachęcają do dalszych badań. Aktualnie realizowane prace dotyczą aplikacji metod różnicowych i złożonych w radioizotopowych pomiarach parametrów przepływów dwufazowych ciec-z-gaz i ciec-z-cząstki stałe w rurociągach.

### LITERATURA

- [1] Gajewski J.B., Accuracy of cross correlation velocity measurements in two-phase gas–solid flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 30 (2013), 133–137
- [2] Jung S.H., Kim J.S., Kim J.B., Kwon T.Y., Flow-rate measurements of a dual-phase pipe flow by cross-correlation technique of transmitted radiation signals. *Applied Radiation and Isotopes*, Vol. 67 (2009), 1254–1258
- [3] Fernandes C.W., Bellar M.D., Werneck M.M., Cross-correlation-based optical flowmeter. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59 (2010), 840–846
- [4] Petryka L., Zych M., Murzyn R., The non-stationary two-phase flow evaluation by radioisotopes. *Nukleonika*, Vol. 50 (2005), 43–46
- [5] Zych M., Petryka L., Kępiński J., Hanus R., Bujak T., Puskarczyk E., Radioisotope investigations of compound two-phase flows in an open channel. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 35 (2014), 11–15
- [6] Gurau B., Vassallo P., Keller K., Measurement of gas and liquid velocities in an air–water two-phase flow using cross-correlation of signals from a double sensor hot-film probe. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 28 (2004), 495–504

- [7] Hanus R., Porównanie statystycznych błędów estymacji czasu opóźnienia przy zastosowaniu funkcji korelacji wzajemnej i fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy. *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 84 (2008), n. 12, 301–303
- [8] Mosorov V., A method of transit time measurement using twin plane electrical tomography. *Measurement Science and Technology*, Vol. 17 (2006), 753–760
- [9] Beck M.S., Płaskowski A., Cross-correlation flowmeters - their design and application. Adam Hilger, Bristol (1987)
- [10] Pawłowski E., Spectrum analysis of measuring signals in sensors circuits with frequency output. *Proc. SPIE Vol. 4516, Optoelectronic and Electronic Sensors IV*, 2001, 181–186
- [11] Bendat J.S., Piersol A.G., Random data - analysis and measurement procedures. 4<sup>th</sup> edition, Wiley, New York (2010)
- [12] Hanus R., Badanie właściwości korelacyjnej metody estymacji czasu opóźnienia wykorzystującej transformatę Hilberta sygnału pomiarowego. *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 88 (2012), n. 10b, 39–41
- [13] Jacovitti G., Scarano G., Discrete time technique for time delay estimation; *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 41 (1993), n. 2, 525–533
- [14] Kowalczyk A., Hanus R., Szlachta A., Investigation of the statistical method of time delay estimation based on conditional averaging of delayed signal. *Metrology and Measurement Systems*, Vol. 18 (2011), n. 2, 335–342
- [15] Hanus R., Szlachta A., Kowalczyk A., Petryka L., Zych M. Radioisotope measurement of two-phase flow in pipeline using conditional averaging of signal. *Proc. 2012 IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference MELECON 2012*, Yasmine-Hammamet, Tunisia, 25–28 March 2012, 144–147
- [16] Kowalczyk A., Szlachta A., Zastosowanie warunkowego uśredniania sygnałów do pomiaru opóźnienia transportowego. *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 86 (2010), n. 1, 225–228
- [17] Petryka L., Hanus R., Zych M., Zastosowanie metody absorpcji promieniowania gamma w pomiarach przepływów dwufazowych w rurociągach. *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 88 (2012), n. 1b, 185–188
- [18] Soo S.L. (ed), Instrumentation for fluid-particle flow. Noyes Publications, New Jersey (1999)
- [19] Chen J., Benesty J., Huang Y., Performance of GCC-and AMDF-based time-delay estimation in practical reverberant environments. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005, n. 1, 25–36
- [20] Shimamura T., Kobayashi H., Weighted autocorrelation for pitch extraction of noisy speech, *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, Vol. 9 (2001), n. 7, 727–730
- [21] Hanus R., Modelling of the stationary stochastic signals used in time delay and velocity measurements of solid objects. *Systems Analysis Modelling Simulation* Vol. 40 (2001), n. 3, 301–307
- [22] Hanus R., Szlachta A., Kowalczyk A., Generowanie sygnałów stochastycznych o zadanych charakterystykach statystycznych w badaniach metod estymacji czasu opóźnienia. *Pomiary Automatyka Kontrola* Vol. 57 (2011), n. 2, 172–174
- [23] Hanus R., Petryka L., Zych M., Zastosowanie fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy w radioizotopowych pomiarach przepływów dwufazowych w rurociągach. *Pomiary Automatyka Kontrola*, Vol. 58 (2012), n. 3, 236–239
- [24] Świsulski D., Przykłady cyfrowego przetwarzania sygnałów w LabVIEW. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk (2014), <http://pbc.gda.pl/dlibra/docmetadadata?id=34406> (dostęp 24.06.2014)
- [25] Petryka L., Zych M., Hanus R., Sobota J., Vlasak P., Application of the cross-correlation method to determine of solid and liquid velocities during flow in a vertical pipeline. *Proc. 10th ISOPE Ocean Mining & Gas Hydrates Symposium OMS-2013*, Szczecin, Poland, September 22–26, 230–233
- [26] Zych M., Petryka L., Hanus R., Kępiński J., Pomiary prędkości przepływu mieszanin dwufazowych w kanale otwartym metodą absorpcji promieniowania gamma. *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 88 (2012), n. 10a, 98–100

**Autor:** dr inż. Robert Hanus, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów. E-mail: [rohan@prz.edu.pl](mailto:rohan@prz.edu.pl).