# Analiza wpływu średnicy zbrojenia, rozstawu pomiędzy prętami oraz parametrów elektrycznych betonu na wartości natężenia pola elektrycznego

Streszczenie. Celem publikacji jest szczegółowa analiza wpływu średnicy zbrojenia, ilości rzędów oraz rozstawu pomiędzy prętami na wartości natężenia pola elektrycznego. Przedmiotem badań był model zawierający ścianę nośną wykonaną z betonu (absorbujący dielektryk) wraz ze zbrojeniem (przewodnik). Analizowano cztery, powszechnie stosowane w budownictwie układy zbrojenia. Dodatkowo dyskusji poddano wpływ parametrów elektrycznych (przenikalność elektryczna, konduktywność) na wartości natężenia pola obliczone dla niejednorodnych, złożonych struktur materiałowych. Zaprezentowany został rozkład pola generowanego przez system komunikacji bezprzewodowej (WiFi) pracujący przy częstotliwości f=2,4 GHz. W celu określenia będu obliczeń, wyniki uzyskane dla jednorodnej struktury przy zastosowaniu numerycznej metody FDTD porównano z rozwiązaniem analitycznym.

Abstract. The aim of this article is the detailed analysis of the diameter of reinforcement, number of rows and spacing between bars on the values of the electric field intensity. The object of the analysis was a model containing the load-bearing wall made of concrete (absorbing dielectric) and reinforcement (conductor). It were analyzed four, typical systems of concrete reinforcement used in building engineering. Additional, the influence of electric parameters of concrete (electrical permittivity and conductivity) on values of the electric field intensity received for heterogeneous structures of material was discussed. The presented situation is one of the distribution of field generated by a wireless communication system (WiFi) operating by the frequencies f=2.4 GHz. Due to circumscribe the error of the calculate, results which were received for the homogeneous structure by application of the numerical method FDTD were compared with analytical solution. (The analysis of the diameter of reinforcement, spacing between bars and the electrical parameters of the concrete on the values of the electric field intensity).

Słowa kluczowe: propagacja fal elektromagnetycznych, metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD), komunikacja bezprzewodowa, materiały budowlane.

Keywords: electromagnetic waves propagation, finite difference time domain method (FDTD), wireless communication, building materials.

doi:10.12915/pe.2014.02.41

## Wstęp

Na bazie podstawowych materiałów budowlanych tworzone są konstrukcje, których wewnętrzna struktura, jej złożoność oraz różnorodność parametrów materiałowych wpływa na właściwości budowlane, jak i elektryczne. Ze względu na zjawiska elektromagnetyczne istotne znaczenie ma sposób opisu struktury materiałowej. Jednak osobnego omówienia wymagają modele ścian zawierające zbrojenie, zwłaszcza w postaci metalowych prętów. Wprowadzenie do konstrukcji wkładek metalowych powoduje zniekształcenie propagującej fali elektromagnetycznej, które prowadzi do zmian rozkładu pola i w konsekwencji wpływa m.in. na jakość komunikacji bezprzewodowej.

Rozkład zbrojenia wewnątrz elementów konstrukcyjnych zależy m.in. od założeń konstrukcyjnych przy zastosowaniu odpowiedniego składu betonu [2]. Rozstaw między prętami (*L*) uzależniony jest m.in. od schematów obliczeniowych oraz od wielkości sił i momentów obciążających konstrukcję. Nominalna średnica prętów zbrojenia wynosi  $d=\langle 0,005 \ 0,04 \rangle$  m. Montaż zbrojenia oraz odstępy między prętami zbrojeniowymi są ściśle określone dla odpowiednich elementów konstrukcyjnych [2, 6-8].

Określenie wartości parametrów elektrycznych jest względnie trudne w wielu przypadkach. Z tego powodu np. w publikacji [1] do analizy wpływu żelbetowej płyty na komunikację radiową, mimo szerokiego zakresu 6) GHz), częstotliwości (*f*=⟨0,1 przyjęto niezmienne parametry materiałowe betonu, często wykorzystywane jedynie dla f=1 GHz. W większości prowadzonych analiz rozkładu pola elektromagnetycznego wewnątrz konstrukcji z wykorzystaniem betonu, pomijana jest informacja o jego składnikach, wilgotności czy twardości.

Celem niniejszej publikacji jest analiza wpływu zbrojenia wewnątrz konstrukcji ściany nośnej wykonanej z żelbetu na rozkład pola elektromagnetycznego przy częstotliwości stosowanej w komunikacji bezprzewodowej (2,4 GHz). Uwzględniono również cztery typowe wymiary średnicy zbrojenia oraz dwa warianty rozstawu pomiędzy nimi. Przeprowadzono obliczenia przy najczęściej stosowanych wartościach parametrów elektrycznych betonu. Dyskusji poddano także wpływ konduktywności na wartości natężenia pola elektrycznego przy zachowaniu niezmienności wartości względnej przenikalności elektrycznej ( $\varepsilon_{r}$ ).

### Konstrukcja modelu numerycznego

Analizie poddano warianty modeli ścian, w których głównym materiałem konstrukcyjnym był beton zwykły. W równych odstępach, w betonie umieszczono pionowe pręty zbrojenia (rys. 1). Oznacza to, że w obszarze nieidealnego dielektryka znajdowały się pręty przewodnika o średnicy ponad dziesięciokrotnie mniejszej niż długość propagującej fali. Rozpatrywano dwa warianty powszechnie stosowanego rozstawu prętów, tj. *L*=0,1 m oraz *L*=0,2 m [2].



Rys.1. Geometria analizowanych modeli układów ze ścianą wykonaną z betonu wraz ze zbrojeniem (żelbet)

Przy wpisaniu warunków symetrii rozkładu pola na krawędziach pionowych modelu, szerokość całego obszaru była równa rozstawowi prętów *L*. Do opisania właściwości elektrycznych materiału zbrojenia przyjęto warunki odpowiadające idealnemu przewodnikowi [3]. Dokonano założenia, że przed i za ścianą znajduje się otwarta przestrzeń o właściwościach powietrza, świadcząca o braku dodatkowych czynników zaburzających propagację fali elektromagnetycznej.

Wymiary ściany (*b*=0,24 m) w kierunku prostopadłym do kierunku propagacji fali (tj. wzdłuż osi *Oy*) były znacznie większe od długości fali w powietrzu ( $\lambda_p$ =0,125 m) [3, 13]. Przy takim założeniu możliwe było dokonanie analizy dwuwymiarowego modelu numerycznego oraz zmniejszenie wymiarów modelu przez zastosowanie odpowiednich warunków brzegowych, m.in. warunków periodyczności rozkładu pola.

Obserwację rozkładu pola w poszczególnych wariantach prowadzono na podstawie określenia natężenia pola elektrycznego w obszarze za ścianą. Wymuszenie pola w układzie stanowiła harmoniczna fala płaska spolaryzowana liniowo, propagująca w kierunku zgodnym z osią *Oy*.

Absorpcję fali otrzymano poprzez zastosowanie warunków brzegowych typu PML (ang. *perfectly matched layer*) wpisanych w zewnętrznych obszarach (krawędziach) prostopadłych do powierzchni ekwipotencjalnej [12, 13]. Są to najbardziej stabilne warunki stosowane w metodach numerycznych. Ograniczeniem sformułowania jest konieczność tworzenia dodatkowego obszaru, odpowiednio oddalonego od ściany, aby mogło nastąpić tłumienie wnikającej fali poprzez wzrost konduktywności w tym obszarze. Przyjmuje się, że warstwa PML powinna mieć nie mniej niż 0,25 długości fali w powietrzu ( $\lambda_a$ =0,125 m). Przyjęta w modelu grubość warstwy PML była spełniona.

Natomiast na krawędziach równoległych do kierunku propagacji fali zastosowano warunki okresowości, tj. periodyczne warunki brzegowe Blocha [14]. W tym celu musiały być spełnione warunki, co do struktury materiałowej przy jednoczesnym uwzględnieniu rozstawu między prętami. Takie podejście umożliwiło zredukowanie szerokości modelu wzdłuż osi *Ox* do dwóch wymiarów (0,1 m lub 0,2 m) zależnych od rozstawu (rys. 1).

Analizie poddano cztery konstrukcje ściany (rys. 2). Przyjęto, że rozpatrywane modele ścian wykonane zostały z betonu i zawierały:

- 1p\_L10: jeden rząd prętów zbrojeniowych i rozstaw L=0,1 m;
- 2p\_L10: dwa rzędy prętów zbrojeniowych wraz z otuliną 0,02 m i przy rozstawie L=0,1 m;
- 1p\_L20: większy rozstaw L=0,2 m i jeden rząd prętów zbrojeniowych;
- 2p\_L20: rozstaw L=0,2 m oraz dwa symetryczne rzędy prętów.





Rys.2. Warianty ścian: (a) 1p\_L10, (b) 2p\_L10, (c) 1p\_L20, (d) 2p\_L20

Dodatkowo, w każdym z modeli analizowano różne warianty ściany uwzględniające zmianę średnicy zbrojenia  $d \in \{0,006, 0,008, 0,01, 0,012\}$  m.

Do analizy przyjęto stosowane w literaturze wartości względnej przenikalności elektrycznej betonu  $\varepsilon_r \in \{5, 6, 8\}$  [4-6, 8-10]. Z uwagi na fakt, iż w publikacjach występuje duża rozbieżność przyjmowanych danych, dodatkowo przy wybranej  $\varepsilon_r$  rozpatrzono zmienność wartości natężenia pola elektrycznego w zależności od konduktywności  $\sigma \in \{0,00195, 0,004, 0,01\}$  S/m.

W tabeli 1 zestawiono najczęściej stosowane wartości parametrów elektrycznych opisujących beton zwykły przy *f*=2,4 GHz.

Tabela 1. Właściwości elektryczne przyjmowane do opisu betonu

Beton		
εr	$\sigma$ [S/m]	Literatura
5	0,004	[11]
6	0,00195	[5, 6, 8]
8	0,01	[5]

W odniesieniu do długości fali w betonie  $\lambda_b$  wymiary konstrukcji ściany wyznaczono przy założeniu, że zastępcza wartość przenikalności elektrycznej odpowiada przypadkowi dielektryka bezstratnego (tabela 2)

(1) 
$$\lambda_{\rm b} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mathcal{E}_{\rm r}} \cdot \boldsymbol{\mu}_{\rm r}} \,.$$

Tabela 2. Wymiary elektryczne ściany wykonanej z betonu o grubości *b*=0,24 m przy *f*=2,4 GHz

Względna przenikalność elektryczna $\boldsymbol{\epsilon}_{r}'$			
5	6	8	
<b>4,29</b> λ <sub>b</sub>	4,71 λ <sub>b</sub>	5,43 λ <sub>b</sub>	

Do wyznaczenia natężenia pola elektrycznego wykorzystano metodę różnic skończonych z bezpośrednim całkowaniem równań Maxwella w dziedzinie czasu (ang. *Finite Difference Time Domain* FDTD) [3, 7, 12]. Dzięki zastosowaniu tej metody możliwe jest analizowanie i wizualizacja procesów falowych występujących w stanach ustalonych oraz nieustalonych przy propagacji fal elektromagnetycznych o złożonych przebiegach. Metoda FDTD oparta jest na równaniach Maxwella:

(2) 
$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \nabla \times \vec{E} \right),$$

(3) 
$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \nabla \times \vec{H} - \sigma \vec{E} \right),$$

które w klasycznej wersji trójwymiarowej, po zastosowaniu dekompozycji w układzie współrzędnych kartezjańskich, są przedstawione w postaci sześciu skalarnych, wzajemnie zależnych równań różniczkowych opisujących poszczególne składowe pola elektrycznego i magnetycznego.

Przy stosowaniu tego typu metod numerycznych konieczne jest poddanie całego obszaru dyskretyzacji. W metodzie FDTD jest to wykonywane poprzez wpisanie równomiernej siatki komórek Yee [3, 12-14]. W tym celu dodatkowo wykonano testy obrazujące wpływ rozmiaru komórki Yee na dokładność obliczeń na przykładzie modeli zawierających ścianę wykonaną z betonu (bez zbrojenia), przy uwzględnieniu trzech wartości  $\epsilon_{r}$ '.

Rozpatrywano osiem wielkości elementów siatki różnicowej  $\Delta_x = \Delta_y \in \{0, 5, 1, 1, 5, 2, 3, 4, 5, 6\}$  mm, a wyniki uzyskane przy użyciu metody numerycznej FDTD [14] porównano z rozwiązaniem analitycznym [15] (rys. 3).



Rys.3. Zależność pomiędzy rozmiarem komórki Yee a uzyskaną dokładnością obliczeń przy względnej przenikalności elektrycznej: (a)  $\varepsilon_{r'}=5$ ; (b)  $\varepsilon_{r'}=6$ ; (c)  $\varepsilon_{r'}=8$ 

Weryfikacja wyników dowiodła, iż najlepszym rozwiązaniem jest przyjęcie  $\Delta_x=\Delta_y=0.5$  mm, dające co najwyżej 0,5% błąd ( $\delta_{\Delta}$ ) (rys. 4). W tym celu zastosowano wzór opisujący błąd obliczania wartości pola:



Rys.4. Zależność pomiędzy rozmiarem komórki Yee a wartością błędu  $\delta_{\!\scriptscriptstyle \Delta}$ 

Przy przyjętej rozdzielczości siatki różnicowej, w tworzonym modelu liczba komórek Yee przypadających na długość fali w dielektryku ( $\lambda_b$ ) wynosiła  $N_x \in \langle 88, 111 \rangle$ . Rozdzielczość siatki różnicowej gwarantowała spełnienie warunku Nyquista [12].

## Wyniki obliczeń

Na rysunkach 4-6 przedstawiono wpływ średnicy zbrojenia na wartości pola, przy uwzględnieniu zmienności wartości konduktywności oraz ilości rzędów prętów i jego rozstawu. Zamieszczone wyniki zostały obliczone dla układów w stanie ustalonym przy zastosowaniu oprogramowania Meep [14].



Rys.5. Wpływ średnicy zbrojenia na wartość natężenia pola, przy  $\sigma$ =0,00195 S/m dla czterech modeli ścian, przy względnej przenikalności elektrycznej: (a)  $\varepsilon_r$ '=5; (b)  $\varepsilon_r$ '=6; (c)  $\varepsilon_r$ '=8

Analiza wykazała, że przy częstotliwości f=2,4 GHz większy rozstaw pomiędzy prętami (L=0,2 m) powoduje wzrost wartości natężenia pola elektrycznego w obszarze za ścianą. Jednak wspomniana zależność nie jest spełniona przy względnej przenikalności elektrycznej betonu  $\varepsilon_{r}$ '=5, gdzie model 1p\_L10 miejscami wykazuje wyższe nawet o 5% wartości pola od pozostałych wariantów (rys. 5a, 6a, 7a).

Natomiast przy  $\varepsilon_r \in \{6, 8\}$ , modele zawierające jeden rząd prętów i o większym rozstawie (*L*=0,2 m), dla wszystkich analizowanych średnic zbrojenia miały wyższe wartości max(*E<sub>z</sub>*) co najwyżej o 60% względem wariantów z dwoma rzędami prętów, które powodują zwiększenie liczby wielokrotnych odbić występujących na granicy ośrodków oraz zmniejszenie efektywnej powierzchni tłumienia fali EM (rys. 5b,d-7b,d).



C)

a)



Rys.6. Wpływ średnicy zbrojenia na wartość  $max(E_z)$  przy konduktywności  $\sigma$  =0.004 S/m oraz względnej przenikalności elektrycznej: (a)  $\varepsilon_r$ '=5; (b)  $\varepsilon_r$ '=6; (c)  $\varepsilon_r$ '=8

Modele z dwoma rzędami prętów i mniejszym rozstawem (L=0,1 m), niezależnie od średnicy zbrojenia charakteryzowały się niższymi nawet o 65% wartościami natężenia pola elektrycznego względem wariantów z jednym rzędem prętów (rys. 5-7).

Zwiększenie średnicy prętów zbrojeniowych w zakresie stosowanym w Polsce znacząco nie wpływa na wartości pola; różnice wynoszą co najwyżej 4%.

a)









Rys.7. Wpływ średnicy zbrojenia na wartości natężenia pola obliczone dla  $\sigma$  =0,01 S/m, przy względnej przenikalności elektrycznej: (a)  $\varepsilon_r$ '=5; (b)  $\varepsilon_r$ '=6; (c)  $\varepsilon_r$ '=8

#### Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono analizę ściany żelbetowej z uwzględnieniem różnej średnicy pretów zbrojenia oraz parametrów elektrycznych betonu.

W podsumowaniu omówiono analizę wyników przy uwzględnieniu trzech zestawów parametrów elektrycznych betonu (tabela 1).

1) Dwukrotne zwiększenie liczby rzędów zbrojenia skutkuje ok. 25% obniżeniem wartości natężenia pola jedynie dla mniejszego rozstawu (L=0,1 m). Taka zależność nie występuje przy parametrach elektrycznych betonu podawanych przez autorów publikacji [5, 6, 8] (ɛr'=6 i  $\sigma = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ S/m}$ ).

2) Natomiast przy rozpatrywaniu większego rozstawu zbrojenia (L=0,2 m) stwierdzono wzrost  $max(E_z)$ , co najwyżej 10%. Wyjątek stanowią dwie wartości średnicy  $d \in \{0,01, 0,012\}$  m, jedynie dla parametrów zamieszczonych w [5], tj.  $\varepsilon_r$ '=8 i  $\sigma$ =0,01 S/m).

3) Niezależnie od liczby prętów zbrojenia oraz rozstawu najmniejsze zmiany w wartościach natężenia pola zauważono przy analizie modeli z zastosowaniem parametrów ( $\epsilon_r$ '=6 i  $\sigma$ =1,95·10<sup>-3</sup> S/m) [5, 6, 8]. Widoczny jest jedynie nieznaczny wzrost wartości max( $E_z$ ) (do 10%) dla wariantu z dwoma rzędami prętów i L=0,2 m względem pozostałych modeli.

4) Zwiekszenie średnicy zbrojenia znacząco nie wpływa na wartości natężenia pola elektrycznego (5%).

Na podstawie dokonanych obliczeń można zauważyć, że w zależności od doboru parametrów opisujących materiał (beton) uzyskuje się różne relacje wynikające ze zwiększenia liczby prętów, czy rozstawu. Tego typu dane należy uwzględniać szczególnie przy obliczeniach złożonych konstrukcji, w których struktura zawiera dodatkowe elementy, zwłaszcza metalowe (zbrojenie). Niewłaściwy dobór parametrów elektrycznych może skutkować błędnymi wynikami oraz opisanymi na ich podstawie wnioskami.

LITERATURA

- [1] Dalke R.A., Holloway Ch.L., McKenna P., Johansson M., Ali A.S., Effects of reinforced concrete structures on RF communications, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, 42 (2000), n. 4, 486-496
- [2] Drewnowski S., Rozumieć konstrukcje. Zasady zbrojenia betonu. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, (2002).
- [3] Piątek Z., Jabłoński P., Podstawy teorii pola magnetycznego. WNT, Warszawa, (2010)
- [4] Pinhasi Y., Yahalom A., Petnev S., Propagation of ultra wide-band signals in lossy dispersive media, IEEE International Conference on Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems, COMCAS (2008), 1-10
- [5] Landron O., Feuerstein M.J., Rappaport T.S., A comparison of theoretical and empirical reflection coefficients for typical exterior wall surfaces in a mobile radio environment, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 44 (1996), n. 3, 341-351
- [6] Ping L., Qi-tao Y., Yun-liang L., Analysis of electromagnetic propagation into reinforced concrete walls by FEM-PML methods. *IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*, ICMMT 2008 Proceedings, (2008), 1-4
- [7] Choroszucho A., Butryło B., The influence of the building reinforcement inside the concrete column on the distribution of the electromagnetic field, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 5, 60-63
- [8] Ping L., Xuewang W., The reflection and transmission properties of reinforced concrete wall. *International Conference* on *Microwave and Millimeter Wave Technology*, ICMMT'07, (2007), 1-4

- [9] Shah M.A., Hasted J.B., Moore L., Microwave absorption by water in building materials: aerated concrete, *British Journal of Applied Physics*, 16 (1965), n. 11, 1747-1754
- [10] Hasted J.B., Shah M.A., Microwave absorption by water in building materials. *British Journal of Applied Physics*, 15 (1964), 825-836
- [11] Yang M., Stavrou S., Three-dimensional modal transmission-line method for radio wave propagation through periodic building structures. *IEEE Proceedings Microwaves, Antennas and Propagation*, (2005), 597-603
- [12] Berenger J.P., A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114 (1994), 185-200
- [13] Taflove A., Hagness S.C., Computational electrodynamics, The Finite–Difference Time–Domain Method. Boston, Artech House, (2005)
- [14] Oskooi A.F., Roundyb D., Ibanescua M., Bermelc P., Joannopoulosa J.D., Johnson S.G., MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method, *Computer Physics Communications*, 181 (2010), 687-702
- [15] Orfanidis S.J., Electromagnetic waves and antennas, Rutgers University, (2010), www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa

#### Autorka:

mgr inż. Agnieszka Choroszucho,

E-mail: a.choroszucho@pb.edu.pl,

Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok.