

Wpływ konstrukcji cewki Rogowskiego w technologii PCB na dokładność pomiaru prądu

Abstract. In the paper the use of Rogowski coil manufactured in multilayer PCB technology for the measurement of emissions of harmonic currents into the mains has been described. The method of evaluating the frequency characteristic of the coil up to several MHz has been presented. The current measurement resolution has been discussed taking into account the thermal noise of the coil and the equivalent input noise of the modern coil signal amplifier. The algorithms of coil signal processing have been evaluated. **The use of Rogowski coil manufactured in multilayer PCB technology for the measurement of emissions of harmonic currents**

Streszczenie. W artykule przedstawiono zastosowanie cewki Rogowskiego wykonanej w technologii wielowarstwowych obwodów drukowanych do pomiaru harmonicznego prądu pojawiających się w sieci zasilającej. Opisano metodę wyznaczania charakterystyki częstotliwościowej cewki w zakresie częstotliwości do kilku MHz. Przeprowadzono analizę możliwej do osiągnięcia rozdzielczości pomiaru biorąc pod uwagę szumy termiczne cewki oraz równoważne napięcie szumów wzmacniacza sygnału cewki. Przedstawiono algorytmy przetwarzania cyfrowego sygnału pomiarowego.

Keywords: Rogowski coil, current harmonics measurement.

Słowa kluczowe: cewka Rogowskiego, pomiar harmonicznego prądu, przetwarzanie cyfrowe sygnałów.

doi:10.12915/pe.2014.07.43

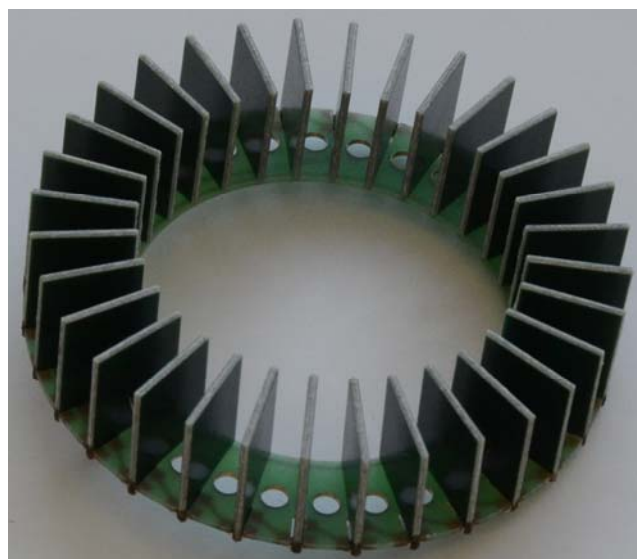
Wstęp

Pomiar harmonicznego prądu wprowadzanych do sieci zasilającej jest elementem badań kompatybilności elektromagnetycznej urządzeń zgodnie z normami PN-EN 61000-3-2:2007/A2:2010E i PN-EN 61000-3-2:2007/A2:2010E. Wspomniane normy nie wymieniają cewki Rogowskiego jako pomiarowego przetwornika prądu. Niemniej zalety cewki Rogowskiego takie jak doskonała liniowość w całym zakresie mierzonych prądów oraz bardzo duże pasmo pomiarowe predysponują ten rodzaj przetwornika do pomiaru harmonicznego prądu w przewodach zasilających urządzenia.

Cewka Rogowskiego jest wykonana w postaci toroidalnego transformatora bezrdzeniowego tworzącego uzwojenie wtórne. Przewód z mierzonym prądem przechodzący przez obszar toroidu tworzy uzwojenie pierwotne. Typowa czułość cewki Rogowskiego wynosi 1 mV/A. Niewielki poziom sygnału wyjściowego cewki oraz konieczność całkowania sygnału wyjściowego jest pewnym utrudnieniem w zastosowaniach cewki. Jak to jednak zostanie wykazane w artykule, zastosowanie nowoczesnych wzmacniaczy pozwala uzyskać wystarczającą rozdzielczość pomiaru prądu za pomocą cewki Rogowskiego. Zaawansowane metody cyfrowego przetwarzania sygnałów, wraz z szerokim pasmem pomiarowym pozwalają z powodzeniem zastosować ten przetwornik w pomiarach kompatybilności elektromagnetycznej.

Tradycyjna technologia wykonania cewki Rogowskiego polega na nawijaniu uzwojenia wtórnego drutem na karkasie wykonanym z materiału niemagnetycznego. W ciągu ostatnich kilkunastu lat szereg firm, w tym m.in. Instytut Tele -i Radiotechniczny, opracowało metodę wykonania cewek Rogowskiego w technologii wielowarstwowych obwodów drukowanych (ang. PCB). Cewki wykonane w tej technologii składają się z wielu sprasowanych wielowarstwowych płytek, Rys. 1, przy czym na każdej warstwie znajduje się spiralnie naniesione kilkanaście zwojów. Zwoje poszczególnych warstw są połączone szeregowo tworząc uzwojenie pierwotne. Płytki wielowarstwowe są wlutowane w płytkę bazową zapewniającą ich połączenie elektryczne.

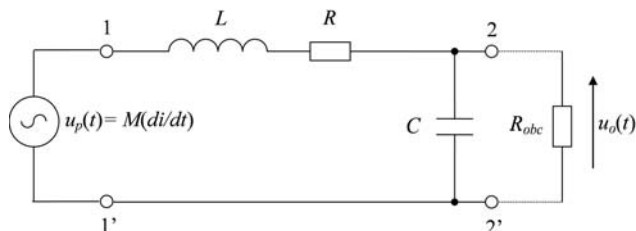
Zastosowanie technologii wielowarstwowych obwodów drukowanych PCB do konstrukcji cewki pozwala otrzymać przetwornik o szerokim pasmie pomiarowym i powtarzalnych parametrach elektrycznych.



Rys.1. Cewka Rogowskiego wykonana w technologii wielowarstwowych obwodów drukowanych

Elektryczny układ zastępczy cewki Rogowskiego

Elektryczny układ zastępczy cewki Rogowskiego [1] został przedstawiony na rys. 2.



Rys.2. Elektryczny układ zastępczy cewki Rogowskiego

Zaciski 2-2' są zaciskami wyjściowymi cewki, L jest indukcyjnością własną cewki, C jest skupioną pojemnością reprezentującą rozłożoną pojemność między-zwojową, R jest rezystancją cewki a R_{obc} zewnętrzną rezystancją dołączoną równolegle do zacisków wyjściowych cewki. Źródło o napięciu $u_p(t)$ reprezentuje siłę elektromotoryczną powstałą na skutek zmian strumienia indukcji magnetycznej przechodzącego przez uzwojenia cewki, wywołanego

prądem płynącym w obwodzie pierwotnym cewki (prawo indukcji Faradaya). M jest indukcyjnością wzajemną cewki. Wartość M zależy od wymiarów geometrycznych uzwojenia wtórnego cewki. W przypadku gdy cewka jest wykonana w postaci jednorodnego toroidu o średnicy d (d jest średnią arytmetyczną średnicy wewnętrznej i zewnętrznej toroidu) i N zwojach, każdy o powierzchni A , napięcie $u_p(t)$ wyraża się zależnością

$$(1) \quad u_p(t) = -\frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{\pi \cdot d} \cdot \frac{di}{dt}, \quad M = -\frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{\pi \cdot d}$$

Napięcie na wyjściu cewki jest modyfikowane przez transmitancję układu zastępczego cewki między zaciskami 1-1' i 2-2'. To właśnie charakterystyka częstotliwościowa tej transmitancji ogranicza pasmo częstotliwości, w jakim można zastosować cewkę do pomiaru prądu. Istotnym jest wyznaczenie wartości elementów układu zastępczego cewki Rogowskiego w celu obliczenia jej charakterystyki częstotliwościowej.

Metoda wyznaczania wartości elementów układu zastępczego cewki Rogowskiego

W wypadku gdy prąd w obwodzie pierwotnym jest skokiem jednostkowym

$$(2) \quad i_{skok}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ I_A, & t \geq 0 \end{cases}$$

napięcie na wyjściu cewki jest postaci

$$(3) \quad u_o(t) = -M \cdot I_A \cdot \frac{2 \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t\right)}{\sqrt{C} \sqrt{4L - CR^2}}$$

Podstawiając do (3) poniższe zależności

$$(4) \quad K = \frac{2 \cdot M \cdot I_A}{\sqrt{C} \sqrt{4L - CR^2}}, \quad \tau = \frac{2L}{R}, \quad \omega_w = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

otrzymujemy

$$(5) \quad u_o(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega_w \cdot t)$$

Wartości parametrów K , ω_w oraz τ wyznacza się na drodze aproksymacji danych pomiarowych funkcją postaci (5). Wartości L oraz C uzyskuje się następnie z zależności (4), przy czym za R przyjmuje się wartość rezystancji zmierzoną między zaciskami wyjściowymi cewki 2-2', (rys. 2), dla prądu stałego. W praktycznym układzie pomiarowym liczba punktów pomiarowych jest rzędu 10000 a więc w drodze aproksymacji następuje bardzo dobre odfiltrowanie z sygnału pomiarowego szumów o wartości średniej równej zero.

Analiza odpowiedzi jednostkowej pozwala wyznaczyć również czułość cewki, a więc parametr najbardziej interesujący dla użytkownika. Czułość zdefiniowana jest jako iloraz wartości RMS napięcia na wyjściu cewki do wartości RMS prądu sinusoidalnego o częstotliwości 50 Hz płynącego w obwodzie pierwotnym. Ponieważ cewka jest układem całkowicie liniowym, czułość wystarczy zmierzyć dla jednej wartości częstotliwości.

To, że cewka Rogowskiego jest układem liniowym oznacza, że dla prądu sinusoidalnego $i(t)$ w obwodzie

pierwotnym, napięcie $u_o(t)$ na wyjściu cewki jest również sinusoidalne. Czułość S cewki, jak to wynika z elektrycznego układu zastępczego (rys. 2) wyraża się wzorem

$$(6) \quad S = \left. \frac{u_{o,rms}}{i_{rms}} \right|_{\omega=2\pi \cdot 50 [\text{rad/s}]} = \left. \frac{M \cdot j \cdot \omega}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C} \right|_{\omega=2\pi \cdot 50 [\text{rad/s}]}$$

Dla typowych wartości R , L i C oraz $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$ [rad/s] spełniona jest zależność $|1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C| \cong 1$. Uwzględniając to przybliżenie oraz podstawiając zależność określającą M wyznaczoną z (4), otrzymuje się

$$(7) \quad S = \left. \frac{\omega \cdot K \cdot \sqrt{C} \sqrt{4L - CR^2}}{2 \cdot I_A} \right|_{\omega=2\pi \cdot 50 [\text{rad/s}]}$$

Cztery parametry S , R , L i C w pełni charakteryzują własności pomiarowe cewki Rogowskiego w całym zakresie mierzonych prądów oraz w całym zakresie częstotliwości. Jest to niewątpliwą zaletą cewki Rogowskiego w porównaniu z tradycyjnymi pomiarowymi transformatorami prądowymi, których właściwości pomiarowe określone są przez szereg empirycznie wyznaczonych charakterystyk pomiarowych.

Charakterystyka częstotliwościowa cewki Rogowskiego

Charakterystyka częstotliwościowa cewki Rogowskiego wyraża się zależnością

$$(8) \quad H(\omega) = \frac{M \cdot j \cdot \omega}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C}$$

gdzie licznik wyrażenia (8) związany jest z operacją różniczkowania wg zależności (1) natomiast mianownik jest związany z transmitancją elektrycznego układu zastępczego cewki między zaciskami 1-1' i 2-2'.

Transmitancja układu zastępczego typowej cewki Rogowskiego stosowanej w energetyce wykazuje wyraźne właściwości rezonansowe. Badania cewek wykazują, że przy porównywalnej czułości cewki wykonane w technologii wielowarstwowych obwodów PCB charakteryzują się szerszym pasmem pomiarowym od cewek wykonanych w tradycyjnej technologii polegającej na nawijaniu cewki drutem na karkasie z materiału niemagnetycznego. Pasmo pomiarowe cewek wykonanych w technologii PCB przekracza 100 kHz.

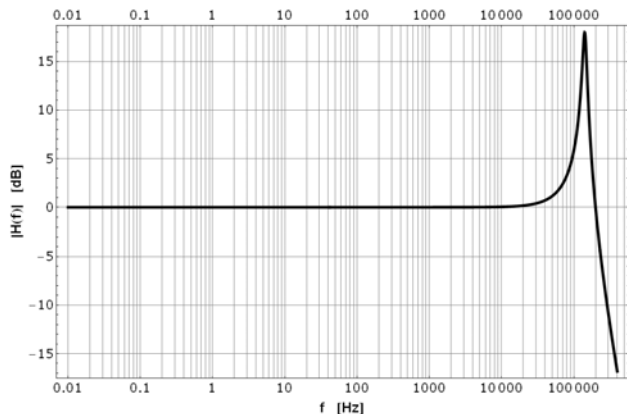
W tabeli 1 przedstawiono parametry cewki Rogowskiego wykonanej w technologii obwodów drukowanych a na rysunkach 3, 4 i 5 charakterystyki częstotliwościowe tych cewek. Cewki wykonane były z tych samych wielowarstwowych płytek umieszczonych na cokole, przy czym Cewka1 składała się z 32 płytek, Cewka 2 z 16 płytek a Cewka3 z 8 płytek.

Tabela 1 Parametry cewki Rogowskiego wykonanej w technologii obwodów drukowanych

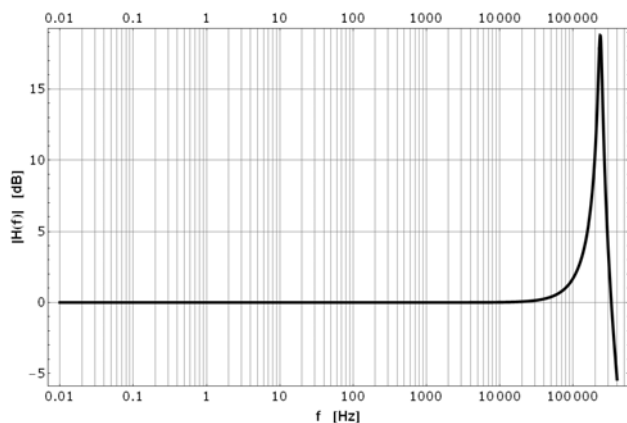
Parametr	S [mV/A]	R [Ω]	L [mH]	C [pF]	f _w [kHz]	Q	ζ
Cewka1	1.08	1167	10.4	121	142	7.9	0.06
Cewka2	0.52	590	3.4	131	236	8.7	0.06
Cewka3	0.243	293	1.29	160	350	9.7	0.05

Regułą jest, że im mniejsza jest liczba płytek wielowarstwowych tworzących uzwojenie wtórne cewki, tym silniejszy jest jej charakter rezonansowy. Przy pomiarze harmonicznych wysokiego rzędu lub innych składowych prądu o wysokich częstotliwościach istotna jest dokładna

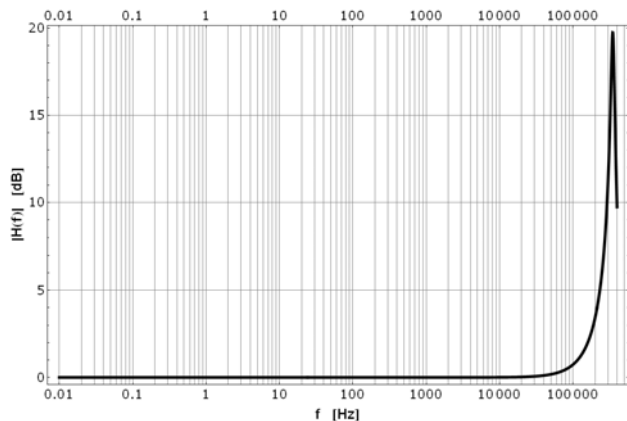
znajomość częstotliwości rezonansowej cewki Rogowskiego. Dla spotykanych w praktyce konstrukcji cewek w wypadku, gdy częstotliwość sygnału mierzonego zbliża się do częstotliwości rezonansowej cewki, następuje dodatkowe wzmocnienie mierzonego sygnału, nawet do 20 dB.



Rys. 3 Charakterystyka częstotliwościowa Cewki1



Rys. 4 Charakterystyka częstotliwościowa Cewki2



Rys. 5 Charakterystyka częstotliwościowa Cewki3

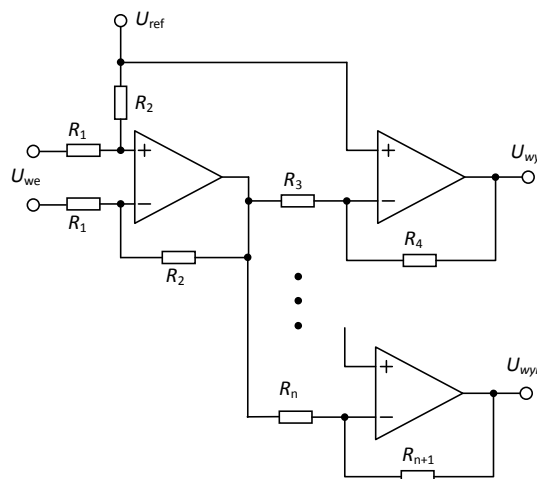
Rozdzielczość pomiaru

Dolny zakres pomiarowy cewki Rogowskiego dla małych prądów jest ograniczony szumami termicznymi rezystancji przewodu (lub ścieżki gdy cewka wykonana jest w technologii PCB) tworzącego cewkę. Wartość skuteczna napięcia szumów termicznych rezystancji R wyraża się zależnością

$$(9) \quad e_R = \sqrt{4 \cdot k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f}$$

gdzie T jest temperaturą w Kelvinach, $k_B = 1,380658(12) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ jest stałą Boltzmana a Δf jest szerokością pasma częstotliwości szumu. Dla $R = 1 \text{ k}\Omega$, $T = 343 \text{ K}$ (odpowiada to temperaturze $70 \text{ }^\circ\text{C}$) wartość skuteczna napięcia szumów w paśmie od 0 Hz do 10 kHz , jest równa $0,44 \text{ }\mu\text{V}$. Dla przetwornika o czułości 1 mV/A i rezystancji $R = 1 \text{ k}\Omega$, przy sinusoidalnym prądzie pomiarowym o częstotliwości 50 Hz rozdzielczość pomiaru wynosi ok. $0,5 \text{ mA}$.

Impedancja wyjściowa przetwornika prądowego jakim jest cewka Rogowskiego wynika z rezystancji R ścieżki tworzącej mozaikę obwodu drukowanego. Rezystancja ta, wraz z impedancją wejściową układu przetwarzania sygnału, tworzy dzielnik sygnału wyjściowego przetwornika. Rezystancja R zmienia się ze zmianą temperatury (współczynnik temperaturowy rezystancji miedzi wynosi $4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$). Z kolei impedancja wejściowa układu przetwarzania przy zmianie temperatury jest praktycznie stała, gdyż użyte w niej elementy są kompensowane termicznie. Rozpiętość temperatur otoczenia, w którym pracuje przetwornik sięga 100 K . Zmiana jego rezystancji wywołana taką zmianą temperatury wynosi 43% . Przykładowo dla $R = 1 \text{ k}\Omega$ i rezystancji obwodu wejściowego R_{we} układu przetwarzania, równej $100 \text{ k}\Omega$, zmiana rezystancji R o 43% powoduje zmianę stopnia podziału dzielnika a więc i zmianę odczytu równą 1% . Taka zmiana jest dopuszczalna w typowych zastosowaniach cewki Rogowskiego do pomiaru prądu. Z tego powodu impedancja wejściowa wzmacniacza sygnału cewki o rezystancji $1 \text{ k}\Omega$ powinna być równa przynajmniej $100 \text{ k}\Omega$.



Rys. 6 Schemat ideowy wzmacniacza sygnału wyjściowego cewki Rogowskiego

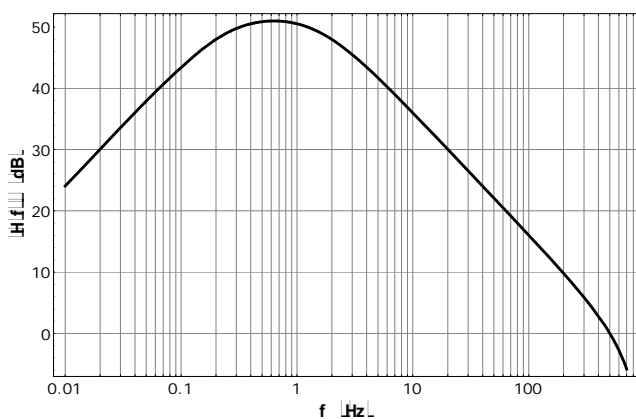
Na rys.6 przedstawiono schemat ideowy typowego wzmacniacza sygnału z cewki Rogowskiego. Impedancja wejściowa tego wzmacniacza ($2 \cdot R_1$) tworzy dzielnik wraz z rezystancją cewki. Analiza szumowa tego wzmacniacza [2] pokazuje, że dla $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, i rezystancji cewki $R = 1 \text{ k}\Omega$ rozdzielczość pomiaru wynosi ok. 10 mA dla częstotliwości sygnału pomiarowego równej 50 Hz . Ponieważ poziom sygnału wyjściowego cewki Rogowskiego jest proporcjonalny do jego częstotliwości, rozdzielczość pomiaru dla wyższych harmonicznych odpowiednio rośnie.

Przetwarzanie sygnału wyjściowego cewki Rogowskiego

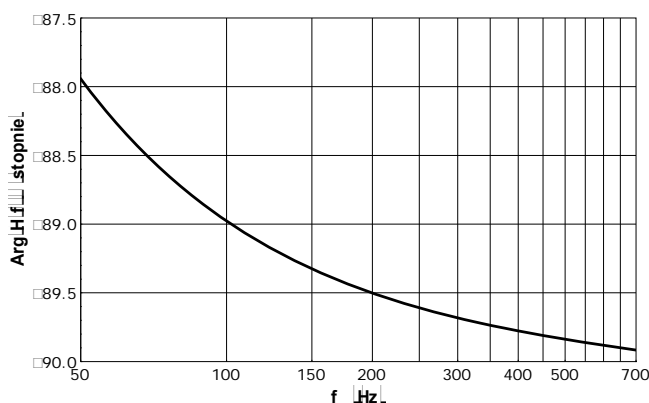
W celu odtworzenia kształtu sygnału mierzonego konieczne jest poddanie sygnału wyjściowego cewki Rogowskiego operacji całkowania. Ponieważ operacja różniczkowania odpowiada pomnożeniu widma sygnału

przez transmitancję $j\omega$, gdzie j jest jednostką urojoną, ω pulsacją kołową, transmitancja układu całkującego powinna być równa $1/j\omega$. Operacja różniczkowania powoduje przesunięcie fazy wszystkich składowych sygnału o 90 stopni, a operacja całkowania powoduje przesunięcie fazy o -90 stopni.

Całkowanie sygnału wyjściowego cewki Rogowskiego we wszelkiego rodzaju urządzeniach pomiarowych odbywa się obecnie prawie wyłącznie na drodze cyfrowej. Filtr realizujący całkowanie powinien usunąć z sygnału całkowanego składową stałą, gdyż składowa taka nie znajduje się w sygnale wyjściowym cewki Rogowskiego natomiast może być do niego dodana w torze przetwarzania sygnału w urządzeniu zabezpieczeniowym np. na skutek napięcia niezrównoważenia wzmacniaczy wejściowych. Wśród metod całkowania można wyróżnić całkowanie metodą trapezów, całkowanie na zboczu filtra pasmowo-przepustowego oraz całkowanie na zboczu filtra dolnoprzepustowego [3]. Na rys.7 i rys.8 pokazano dla przykładu charakterystyki częstotliwościowe amplitudową i fazową filtra pasmowo-przepustowego typu Bessela, realizującego całkowanie. Przy realizacji filtra założono, że powinien on realizować charakterystykę $1/j\omega$ w zakresie częstotliwości sygnału <50 Hz, 700 Hz>. Przyjęto, że sygnał prądowy który podlega całkowaniu jest próbkowany z częstotliwością 2 kHz [1], co dla częstotliwości sieci 50 Hz daje 40 próbek na okres.



Rys. 7 Charakterystyka amplitudowa filtra pasmowo-przepustowego typu Bessela



Rys. 8 Charakterystyka fazowa filtra pasmowo-przepustowego typu Bessela

W celu rozszerzenia pasma, w którym filtr całkujący realizuje charakterystykę $1/j\omega$, należy zwiększyć odpowiednio wartość częstotliwości próbkującej. Dysponując szybkim przetwornikiem analogowo-cyfrowym oraz sprzętem o odpowiedniej mocy obliczeniowej można przeprowadzić operację cyfrowego całkowania sygnału z cewki Rogowskiego w praktycznie całym zakresie jej częstotliwości pracy.

Charakterystyki częstotliwościowe filtra realizującego całkowanie metodą trapezów, filtra dolno-przepustowego oraz filtra pasmowo-przepustowego, w zakresie częstotliwości <50 Hz, 700 Hz> (wartość częstotliwości próbkującej jest równa 2 kHz), realizują z podobną dokładnością charakterystykę idealnego filtra całkującego $1/j\omega$. Filtry te różnią się jednak znacznie charakterem odpowiedzi na zaniki i nagłe pojawienie się sygnału całkowanego oraz na skokowe zmiany składowej stałej w tym sygnale. Czas ustalania się odpowiedzi filtra trapezowego z usuwaniem składowej stałej jest ok. 2 razy krótszy od czasu ustalania się odpowiedzi filtra dolnoprzepustowego z usuwaniem składowej stałej oraz ok. 20 razy krótszy od czasu ustalania się odpowiedzi filtra pasmowo-przepustowego typu Bessela.

Podsumowanie

Technologia PCB umożliwia projektowanie i konstruowanie cewek Rogowskiego do pomiaru prądu w szerokim zakresie częstotliwości, rzędu 1 MHz. Cewki te mogą być z powodzeniem użyte do pomiaru harmonicznego prądu wprowadzanych do sieci zasilającej w trakcie badań kompatybilności elektromagnetycznej.

W stosowanych konstrukcjach cewek Rogowskiego istnieje współzależność parametrów takich jak czułość oraz szerokość pasma pomiarowego. Cewki o dużej szerokości pasma (powyżej 1 MHz) charakteryzują się małą czułością i nie nadają się do pomiaru prądów niskiej częstotliwości, poniżej 1 kHz. Można jednak za pomocą dwóch cewek, jednej o dużej czułości i wąskim paśmie pomiarowym i drugiej o niższej czułości lecz szerokim paśmie pomiarowym, zrealizować układ do pomiaru harmonicznego prądu o częstotliwości podstawowej 50 Hz w zakresie od najniższego rzędu do częstotliwości powyżej 1 MHz.

LITERATURA

- [1] Lisowiec A., Parametry cewek Rogowskiego jako czujników prądu w urządzeniach EAZ, *Wiadomości Elektrotechniczne*, (2007), nr 5
- [2] Lisowiec A., Układy przetwarzania sygnałów wyjściowych przetworników bezrdzeniowych o małym poziomie szumów własnych, *Elektronika*, (2012), No. 8
- [3] Lisowiec A., Wojtaś G., Przetwarzanie sygnałów cewki Rogowskiego w procesorze o arytmetyce stałoprzecinkowej, *Elektronika*, (2013), No. 4

Authors: dr inż. Aleksander Lisowiec, Instytut Tele- i Radiotechniczny, ul. Ratuszowa 11, 03-450 Warszawa, E-mail: aleksander.lisowiec@itr.org.pl