

Realizacja nieliniowych metod przetwarzania sygnałów w systemach cyfrowych

Streszczenie: Wiele metod analogowego przetwarzania sygnałów zostało z powodzeniem zrealizowane w technice CPS (Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów). Jednakże cyfrowa realizacja układów nieliniowego przetwarzania sygnałów prowadzi do zniekształceń widmowych, które nie występują w procesie przetwarzania analogowego. W artykule przedstawiono dwie metody, które minimalizują zniekształcenia widmowe związane z nieliniowym przetwarzaniem sygnałów cyfrowych. Pierwsza stosuje nadpróbkowanie przetwarzanego sygnału. Druga, zaproponowana przez autora, wykorzystuje metody analizy i syntezy sygnałów. W artykule przedstawiono również analizę wykorzystania zaproponowanych metod w nieliniowym przetwarzaniu sygnałów dźwiękowych.

Abstract: Many signal processing methods have already been successfully translated from their original analog implementations into DSP (Digital Signal Processing). However, digital implementation of the nonlinear processing methods leads to spectral distortions which are not present in the analog processing. The paper presents two methods that minimize the spectral distortion associated with the nonlinear processing of digital signals. The first one uses oversampling of a processing signal. The second one, proposed by author uses the methods of analysis and synthesis of the signals. The article also presents an analysis of the use of the proposed methods in nonlinear processing of audio signals. **Implementation of the nonlinear signal processing methods in digital systems.**

Słowa kluczowe: nieliniowe przetwarzanie sygnałów, aliasing, kształtowanie fali.

Keywords: nonlinear signal processing, aliasing, waveshaping.

Wprowadzenie

Wiele współcześnie stosowanych algorytmów przetwarzania sygnałów wywodzi się z implementacji układów analogowych [1]. Są to głównie algorytmy związane z przetwarzaniem sygnałów w systemach liniowych. Z drugiej strony istnieje wiele nieliniowych metod przetwarzania sygnałów [2], stosowanych zarówno w aplikacjach inżynierskich jak i w badaniach naukowych, którym towarzyszą niepożądane zniekształcenia związane z ich cyfrową implementacją.

W systemach związanych z przetwarzaniem sygnałów akustycznych zastosowania metod nieliniowych można podzielić na trzy główne grupy [3]. Pierwsza zawiera metody zmiany zakresu dynamicznego sygnału, których głównym celem jest minimalizacja zniekształceń harmonicznych. Przykładami takich algorytmów są kompresory i ekspandery, które odpowiednio zawężają i poszerzają zakres dynamiczny sygnałów oraz limitery, które przetwarzają sygnały tak, aby jego średnia wartość nie przekroczyła pewnej ustalonej wartości granicznej. Drugą grupę stanowią tzw. excitery, które w pewien kontrolowany sposób dodają składniki wysoko-częstotliwościowe poprawiając subtelne odczucia jakości sygnału. Trzecią grupę stanowią metody celowych mocnych zmian charakterystyki widmowej sygnału, których przykładami są układy typu overdrive, distortion czy fuzz (w języku polskim wszystkie określane są mianem przesterów). Zasada działania tych układów jest identyczna i polega na ścinaniu wierzchołków sygnału elektrycznego, a różnice pomiędzy nimi wynikają jedynie z innej filtracji sygnału przed i po ograniczniku amplitudy. Overdrive wprowadza najmniej zniekształceń nieliniowych, ponieważ naśladuje przesterowany wzmacniacz lampowy. Fuzz natomiast obcina sygnał bardzo gwałtownie i z minimalną filtracją, dając prawie prostokątny sygnał wyjściowy o największej zawartości harmonicznych w widmie.

Cyfrowa realizacja nieliniowych metod przetwarzania sygnałów

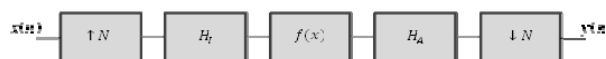
W wersji cyfrowej nieliniowe przetwarzanie sygnałów realizowane jest zasadniczo trzema sposobami [4]. Pierwszy polega na wyznaczeniu wartości wyjściowej sygnału na podstawie przekształcenia nieliniowego, opisanego prostą funkcją nieliniową, bądź na podstawie

opisu w postaci tablicowej. Drugi uwzględnia również zmiany charakterystyk widmowych przetwarzanego sygnału poprzez zastosowanie odpowiednich liniowych układów filtracyjnych umieszczanych przed i po układach nieliniowych. Trzeci odwzorowuje przetwarzanie realizowane w rzeczywistych układach analogowych na podstawie numerycznych symulacji opartych na rozwiązywaniu nieliniowych równań różniczkowych. Jednak w odróżnieniu od klasycznych programów symulujących układy elektryczne jednym z kluczowych kryteriów związanych ze stosowanymi w tym przypadku algorytmami jest możliwość ich realizacji w czasie rzeczywistym.

Niezależnie od przyjętego sposobu implementacji nieliniowego przetwarzania sygnału podstawowym problemem jest pasmowe ograniczenie cyfrowej reprezentacji sygnałów. Powoduje ono występowanie zjawiska aliasingu [5] czyli zniekształcenia widmowego związanego z okresowością widma sygnałów dyskretnych i zbyt małą częstotliwością ich próbkowania w stosunku do pasma sygnału poddanego przetwarzaniu nieliniowemu.

Realizacja nieliniowego przetwarzania sygnałów z zastosowaniem ich nadpróbkowania

Najprostszą i intuicyjną metodą zmniejszenia wpływu niepożądanego zjawiska aliasingu jest zwiększenie pasma przetwarzanego nieliniowo sygnału poprzez jego nadpróbkowanie [1]. Przykład realizowanego w ten sposób przetwarzania pokazany jest na rysunku 1.



Rys. 1. Nadpróbkowanie sygnału w celu uniknięcia aliasingu

Wejściowy sygnał poddawany jest najpierw N -krotnemu nadpróbkowaniu poprzez wstawienie pomiędzy każde dwie próbki $N-1$ zer. Następnie sygnał jest filtrowany przez dolnoprzepustowy filtr interpolacyjny, na wyjściu którego otrzymujemy interpolowany sygnał wejściowy o N -krotnie większej częstotliwości próbkowania. Sygnał ten jest następnie przetwarzany przez nieliniową funkcję o nieliniowości rzędu nie wyższego niż N , filtrowany w dolnoprzepustowym filtrze anty-aliasingowym i N -krotnie decymowany. O jakości realizacji algorytmu decyduje

głównie dobór funkcji $f(x)$. Do najczęściej stosowanych funkcji nieliniowych należą [6]:

- funkcja hiperboliczna (ang. *Hyperbolic Tangent Soft Clipping*)

$$(1) \quad y = \tanh(5x),$$

- funkcja sinusoidalna (ang. *Sinusoidal Soft Clipping*)

$$(2) \quad y = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } |x| > \frac{2}{3} \\ \sin\left(\frac{3\pi x}{4}\right) & \text{dla } -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{cases},$$

- funkcja eksponentialna (ang. *Exponential Soft Clipping*)

$$(3) \quad y = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } |x| > \frac{2}{3} \\ \operatorname{sgn}(x) \left(1 - \left|\frac{3x}{2} - \operatorname{sgn}(x)\right|^E\right) & \text{dla } -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{cases},$$

- funkcja dwustopniowa kwadratowa (ang. *Two Stage Quadratic Soft Clipping*)

$$(4) \quad y = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } |x| > \frac{2}{3} \\ \operatorname{sgn}(x) \frac{3 - (2 - |3x|)^2}{3} & \text{dla } \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}, \\ 2x & \text{dla } -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \end{cases},$$

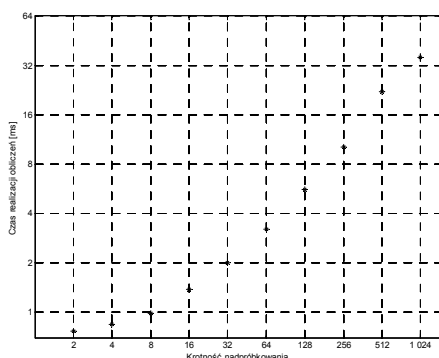
- funkcja sześcienna (ang. *Cubic Soft Clipping*)

$$(5) \quad y = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } |x| > \frac{2}{3} \\ \frac{9x}{4} - \frac{27x^3}{16} & \text{dla } -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{cases},$$

- funkcja homograficzna (ang. *Reciprocal Soft Clipping*)

$$(6) \quad y = \operatorname{sgn}(x) \left(1 - \frac{1}{|30x| + 1}\right).$$

Podstawowymi wadami prezentowanej metody nieliniowego przetwarzania sygnałów jest konieczność znajomości analitycznej postaci funkcji $f(x)$ oraz znaczne zwiększenie mocy obliczeniowej związanej z wymogiem stosowania wysokich krotności nadpróbkowania sygnału. Ponadto zbyt duży rząd nieliniowości stosowanych funkcji i nieidealność charakterystyk widmowych filtrów: interpolacyjnego i anty-aliasingowego (związana z niemożliwą rzeczywistą realizacją idealnego filtra dolnoprzepustowego [1]) może powodować zniekształcenia widmowe wprowadzane w pasmo wynikowego sygnału.



Rys. 2. Czas realizacji procedury przedstawionej na schemacie 1, wykorzystującej funkcję homograficzną (6), w zależności od krotności nadpróbkowania zmierzony na podstawie 10000 realizacji procedury z zastosowaniem karty graficznej Asus EAH5830

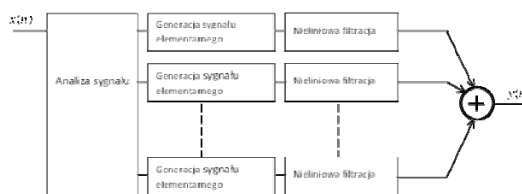
Wymagania związane z wysokimi krotnościami nadpróbkowania sygnału można zrealizować przy zastosowaniu współczesnych kart graficznych wykorzystujących

procesory GPU (ang. *Graphics Processing Unit*) [7] zrealizowane w architekturze masowo-równoległej. Architektura ta zakłada realizację relatywnie prostych obliczeń na bardzo dużej liczbie danych. W przypadku obliczeń związanych z grafiką dotyczą one przede wszystkim przetwarzania wierzchołków wielokątów i nakładania tekstur. Dlatego w układach graficznych stosuje się bardzo dużo prostych jednostek obliczeniowych, które pracują równolegle. Na wykresie 2 przedstawiono czas realizacji procedury przedstawionej na schemacie 1, wykorzystującej funkcję homograficzną (6), w zależności od krotności nadpróbkowania zmierzony w środowisku OpenCL [8] z zastosowaniem karty graficznej Asus EAH5830.

Realizacja nieliniowego przetwarzania sygnałów z zastosowaniem metod opartych na analizie i syntezie

Innym sposobem realizacji nieliniowego przetwarzania sygnałów może być metoda dobrze znana i często wykorzystywana w addytywnej syntezie sygnałów [9, 10]. W metodzie tej ze względu na konieczność określenia parametrów ogromnej liczby składowych synteza przebiega dwuetapowo. W pierwszym kroku na podstawie analizy sygnału rzeczywistego uzyskuje się parametry do syntezy, a w drugim na ich podstawie z zastosowaniem przebiegów elementarnych (najczęściej sinusoidalnych) realizowana jest generacja sygnałów. Dwie najczęściej stosowane metody analizy widma to metoda wokodera fazowego oraz metoda McAulay'a-Quatieri'ego (MQ) [11]. W metodzie wokodera fazowego w procesie analizy dokonuje się ekstrakcji składowych widmowych oraz wyznacza częstotliwości i fazy poszczególnych harmonicznych z użyciem metody dopasowania długości okna analizy do okresu analizowanego sygnału (stąd metoda ta bywa czasem nazywana „metodą strojonego okna czasowego”). Metoda McAulay'a-Quatieri'ego działa w oparciu o wyszukiwanie i interpolację lokalnych maksimum widma dynamicznego z wykorzystaniem szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Innym podejściem stosowanym w algorytmach analizy sygnałów niestacjonarnych jest stosowanie cyfrowych banków filtrów [5] oraz łącznych czasowo-częstotliwościowych transformat [5, 12].

W przypadku realizacji nieliniowego przetwarzania sygnałów, z zastosowaniem metod opartych na analizie ich charakterystyk widmowych, praktyczna implementacja może być zrealizowana zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 3.



Rys. 3. Nieliniowe przetwarzanie sygnałów z zastosowaniem metod analizy i syntezy

W tym przypadku przetwarzanie odbywa się w trzech etapach: analizy przetwarzanego sygnału, syntezy przebiegów elementarnych i ich nieliniowego przetwarzania. Kluczowym elementem zaproponowanej procedury jest odpowiednie dobranie nieliniowych funkcji kształtujących cząstkowe widma przetwarzanego sygnału. Funkcja przekształcająca może być na przykład opisana wielomianem rzędu n w postaci:

$$(7) \quad f(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_2 x^2 + c_1 x + c_0$$

Aby uzyskać sygnał, którego składowe widmowe mają ustalone amplitudy należy odpowiednio dobrać współczynniki funkcji przekształcającej $f(x)$. Jako funkcje

kształtujące można zastosować wielomiany Czebyszewa. W tym przypadku funkcja przekształcająca przyjmuje następującą postać:

$$(8) \quad f_n(x) = f_n \cos(\theta) = \cos(n\theta)$$

A zatem jeżeli na wejście bloku przekształcającego z funkcją $f_n(x)$ podany zostanie sygnał kosinusoidalny to widmo sygnału wyjściowego będzie zawierało pojedynczy prążek o częstotliwości n razy większej, niż częstotliwość sygnału wejściowego. Wielomiany wyższych rzędów można obliczyć na podstawie następujących zależności. Pierwsze dwie funkcje:

$$(9) \quad \begin{aligned} f_0(x) &= \cos(0) = 1, \\ f_1(x) &= \cos(\theta) = x, \end{aligned}$$

a kolejne rekurencyjnie:

$$(10) \quad f_n(x) = 2xf_{n-1}(x) - f_{n-2}(x).$$

A więc znając amplitudy A_n prążków docelowego widma, można obliczyć funkcję przekształcającą jako liniową kombinację wielomianów. Zastosowanie wielomianów Czebyszewa jako funkcji przekształcającej pozwala więc uzyskać widmo o określonym kształcie unikając niepożądanego zjawiska aliasingu.

Cyfrowa realizacja efektów przesterowania z zastosowaniem metody opartej na analizie i syntezie sygnału

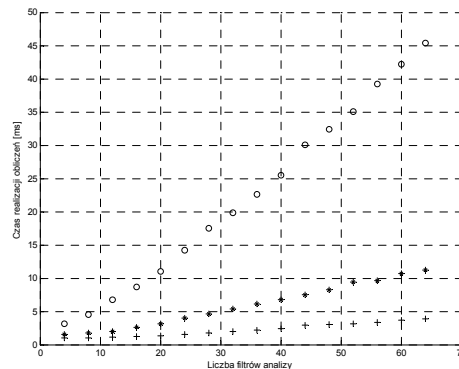
W celu sprawdzenia możliwości realizacji w czasie rzeczywistym oraz oceny wierności odtwarzania charakterystyk widmowych zaimplementowano zaproponowaną metodę w systemie cyfrowym z zastosowaniem procesora GPU. Zrealizowany algorytm działa w następujący sposób:

- sygnał wejściowy jest rozkładany na N sygnałów wąskopasmowych za pomocą N -kanałowego zespołu filtrów o skończonej odpowiedzi impulsowej,
- na podstawie analizy N sygnałów wąskopasmowych, dla każdego bloku danych, estymowane są ich częstotliwości i amplitudy chwilowe oraz odpowiadające danym częstotliwościom fazy chwilowe,
- na podstawie wyznaczonych wartości częstotliwości i faz generowane są sinusoidalne sygnały elementarne,
- sygnały te poddawane są następnie przetwarzaniu za pomocą wielomianów Czebyszewa o rzędzie zależnym od częstotliwości danego sygnału elementarnego i liczby filtrów w bloku analizy,
- ostatecznie sygnały przetworzone za pomocą wielomianów Czebyszewa są normalizowane w zależności od amplitudy chwilowej danego sygnału pasmowego.

Na wykresie 4 przedstawiono czas realizacji procedury nieliniowego przetwarzania sygnału (16 bitowy sygnał próbkowany z częstotliwością 48000 Hz był przetwarzany z zastosowaniem arytmetyki zmiennoprzecinkowej o pojedynczej precyzji), zgodnie z zaproponowaną metodą analizy i syntezy, w zależności od liczby filtrów w bloku analizy oraz wielkości bufora wejściowego zmierzony w środowisku OpenCL [8] dla karty graficznej Asus EAH5830.

Z analizy otrzymanych danych wynika, że przy wielkości bufora złożonego z 256 próbek (przy próbkowaniu z częstotliwością 48 kHz odpowiada to czasowi równemu 5,33 ms) możliwe jest przetwarzanie sygnału w oparciu o blok analizy złożony z ponad 60 filtrów, dla bufora złożonego z 512 próbek (przy próbkowaniu z częstotliwością 48 kHz odpowiada to czasowi równemu 10,67ms) możliwe jest przetwarzanie sygnału w oparciu o blok analizy złożony z około 60 filtrów, a dla bufora złożonego z ponad 1024 próbek (przy próbkowaniu z częstotliwością 48 kHz

odpowiada to czasowi równemu 21,33 ms) możliwe jest przetwarzanie sygnału w oparciu o blok analizy złożony z 32 filtrów.



Rys. 4. Czas realizacji procedury nieliniowego przetwarzania sygnału z zastosowaniem metody analizy i syntezy w zależności od liczby filtrów w bloku analizy oraz wielkości bufora wejściowego (o - 1024 próbki, * - 512 próbek, + - 256 próbek) zmierzony na podstawie 10000 realizacji procedury z zastosowaniem karty graficznej Asus EAH5830

Tabela 1. Porównanie wierności odtwarzania charakterystyki widmowej sygnału harmonicznego o częstotliwości 440 Hz przetwarzanego przez trzy układy przesterowujące: Boss Overdrive [13], Boss Distortion [14] i Boss Metal Zone [15] z widmem sygnału przetwarzanego zgodnie z zaproponowaną metodą stosującą analizę i syntezę sygnałów oraz metodami przetwarzania wykorzystującymi analityczne funkcje nieliniowe (1-6) z zastosowaniem kryterium względnego średniokwadratowego dopasowania widma (11)

Metoda przetwarzania	Overdrive	Distortion	Metal Zone
metoda analizy i syntezy	0.00080385	0.00056113	0.00079183
funkcja hiperboliczna (1)	1.3979	1.5592	2.1408
funkcja sinusoidalna (2)	1.0665	1.2115	1.7268
funkcja eksponentialna E=2 (3)	1.1185	1.2657	1.7920
funkcja eksponentialna E=5 (3)	1.5003	1.6675	2.2696
funkcja dwustopniowa kwadratowa (4)	1.0273	1.1705	1.6745
funkcja sześcienna (5)	1.0445	1.1884	1.6981
funkcja homograficzna (6)	1.4030	1.5558	2.1068

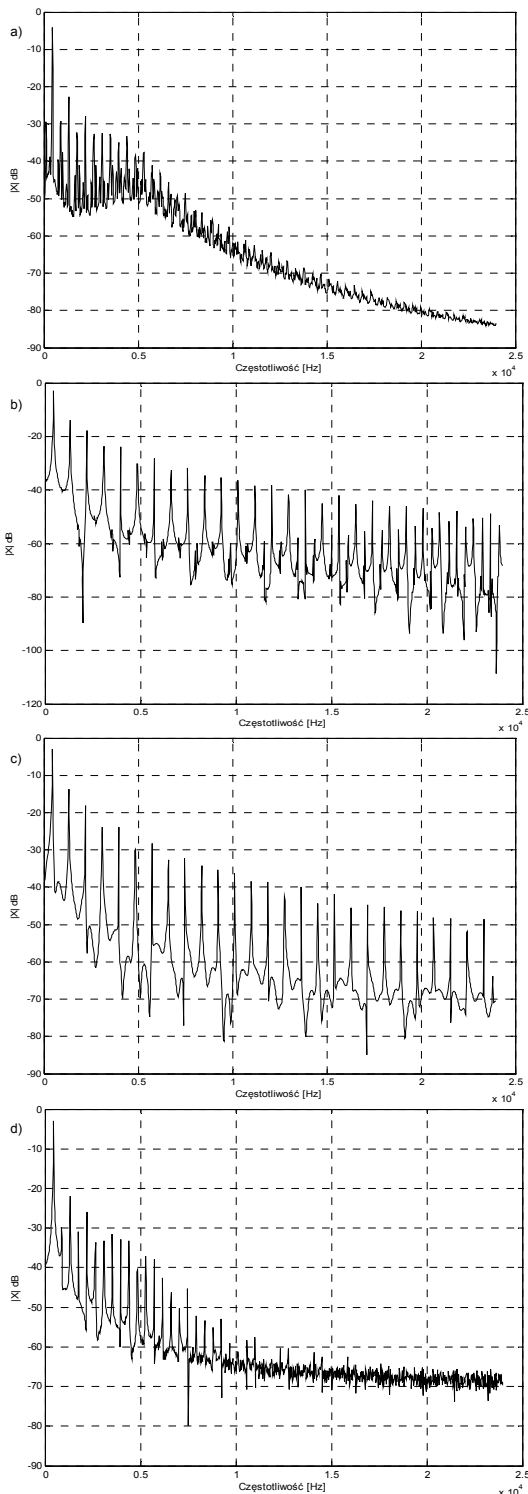
W tabeli 1 przedstawiono porównanie wierności odtwarzania charakterystyki widmowej przetwarzanego nieliniowo sygnału wejściowego (sygnał sinusoidalny o częstotliwości 440 Hz odpowiadający klasycznemu kamertonowi używanemu do dostrajania instrumentów), zarejestrowanego z trzech układów przesterowujących: Boss Overdrive [13], Boss Distortion [14] oraz Boss Metal Zone [15], z widmem sygnału przetwarzanego zgodnie z zaproponowaną metodą stosującą analizę i syntezę sygnałów oraz metodami przetwarzania wykorzystującymi analityczne funkcje nieliniowe (1-6). Jako kryterium wierności przyjęto miarę względnego średniokwadratowego dopasowania widma [16]:

$$(11) \quad NMSE = \frac{\sum_{f=0}^F [X(f) - \hat{X}(f)]^2}{\sum_{f=0}^F [X(f)]^2}$$

gdzie: $X(f)$ jest charakterystyką widmową sygnału przetwarzanego analogowego, $\hat{X}(f)$ jest charakterystyką widmową sygnału przetwarzanego cyfrowo, a F odpowiada połowie częstotliwości próbkowania sygnału ($F = 24$ kHz).

Na wykresie 5 przedstawiono porównanie charakterystyk widmowych przebiegu harmonicznego o częstotliwości 440 Hz poddawanego nieliniowemu przetwarzaniu. Na

rys. 5a zostało pokazane widmo sygnału poddanego przetwarzaniu z zastosowaniem analogowego układu Boss Metal Zone [15].



Rys. 5. Porównanie charakterystyk widmowych uzyskanych dla przebiegu harmonicznego o częstotliwości 440 Hz poddanego nieliniowemu przetwarzaniu: a) widmo sygnału poddanego przetwarzaniu z zastosowaniem analogowego układu „Boss Metal Zone” [15], b) widmo sygnału otrzymanego na podstawie przekształcenia nieliniowego (6) przy braku eliminacji aliasingu i c) z eliminacją aliasingu z zastosowaniem 8-krotnego nadpróbkowania, d) widmo sygnału uzyskane za pomocą zaproponowanej metody opartej na analizie i syntezie sygnału

Rys. 5b przedstawia widmo sygnału otrzymanego na podstawie przekształcenia nieliniowego (6) przy braku

eliminacji aliasingu (widoczne wyraźne zniekształcenia widmowe), a rys. 5c z eliminacją aliasingu z zastosowaniem 8-krotnego nadpróbkowania. Rys. 5d przedstawia widmo sygnału uzyskane za pomocą zaproponowanej metody opartej na analizie i syntezie sygnału. W bloku analizy wykorzystano 32-kanalowy zespół filtrów pasmowo-przepustowych.

Podsumowanie

Stosowanie w aplikacjach inżynierskich jak i w badaniach naukowych coraz bardziej skomplikowanych i efektywnych algorytmów często wymusza wykorzystanie metod nieliniowego przetwarzania sygnałów. Jednak ich cyfrowa realizacja prowadzi do zniekształceń widmowych, które nie występują w przetwarzaniu analogowym.

W artykule zaproponowano realizację nieliniowego przetwarzania sygnałów z zastosowaniem metody analizy i syntezy. Mimo że jakość zaproponowanego algorytmu zaprezentowano tylko na przykładzie cyfrowej realizacji nieliniowych efektów dźwiękowych to przedstawiona metoda może być również wykorzystana w innych zagadnieniach związanych z nieliniowym przetwarzaniem sygnałów cyfrowych umożliwiając znacząco redukcję niepożądanych zniekształceń widmowych.

LITERATURA

- [1] Lyons R. G.: „Understanding digital signal processing”, Prentice Hall; 3 edition, New York 2010.
- [2] Konatowski S.: „Algorytm filtracji cząstkowej nieliniowego systemu dynamicznego”, Przegląd Elektrotechniczny, 09/2010 str. 272.
- [3] Zölzer U.: „DAFX: Digital Audio Effects”, John Wiley & Sons, UK 2011.
- [4] Yeh D. T., Pakarinen J.: „A Review of Digital Techniques for Modeling Vacuum-Tube Guitar Amplifiers” Computer Music Journal, 33:2, 2009 str. 85–100.
- [5] Zieliński T. P.: „Cyfrowe przetwarzanie sygnałów : od teorii do zastosowań”, Wydaw. Komunikacji i Łączności, Warszawa 2009.
- [6] Enderby S., Baracskaï Z.: „Harmonic Instability of Digital Soft Clipping Algorithms”, Conference on Digital Audio Effects, York, UK, 2012.
- [7] Dąbrowski A., Pawłowski P., Stankiewicz M., Misiorek F.: „Fast and accurate digital signal processing realized with GPU technology”, Przegląd Elektrotechniczny, 06/2012 str. 47–50.
- [8] Khronos Group, The OpenCL Specification Version 1.2, A. Munshi, ed. Khronos Group, 2012.
- [9] Czyżewski A.: „Dźwięk cyfrowy: wybrane zagadnienia teoretyczne, technologia, zastosowania”, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2001.
- [10] Kirm P.: „Real World Digital Audio”, Peachpit Press, Berkeley 2005.
- [11] McAulay R. J., Quatieri T. F.: „Speech analysis/synthesis based on a sinusoidal representation”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing ASSP-34: 744–754., 1986.
- [12] Konopko K.: “An implementation of the Cohen’s class time-frequency distributions on a massively parallel processor”, Przegląd Elektrotechniczny, 09b/2012 str. 289–291.
- [13] <http://www.bossus.com/gear/productdetails.php?ProductId=1311&ParentId=254>.
- [14] <http://www.bossus.com/gear/productdetails.php?ProductId=1310&ParentId=254>.
- [15] <http://www.bossus.com/gear/productdetails.php?ProductId=130&ParentId=254>.
- [16] Skarbek W.: „Multimedia. Algorytmy i standardy kompresji.” Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 1998.

Krzysztof KONOPKO

Politechnika Białostocka
Wydział Elektryczny, Białystok, Polska,
e-mail: krzysiek@teleinfo.pb.edu.pl (1)