

Krótkoczasowa transformata Fouriera impulsów ultraszerokopasmowych UWB

Streszczenie. W artykule przedstawiono zastosowanie krótkoczasowej transformaty Fouriera (STFT) do analizy ultraszerokopasmowych impulsów falkowych. Pokazano wybrane okna czasowe wykorzystywane w analizie STFT oraz ich wpływ na wyznaczone spektrogramy Fouriera impulsów UWB. Spektrogramy Fouriera pokazane zostały w formie poziomicowej oraz jako rysunki trójwymiarowe 3D.

Abstract. A short-time Fourier transform (STFT) applied to ultrawideband wavelet pulses was presented in the paper. Different window functions of STFT were shown and used to calculate Fourier spectrograms of wavelet UWB pulses. Fourier spectrograms were presented as 2D and 3D figures. (*Short-time Fourier transform of ultrawideband pulses UWB*).

Słowa kluczowe: krótkoczasowa transformata Fouriera STFT, spektrogramy Fouriera, sygnały UWB.

Keywords: short-time Fourier transform STFT, Fourier spectrograms, UWB signals.

Wstęp

Dzięki swoim unikalnym właściwościom techniki ultraszerokopasmowe znalazły w ostatnim czasie zastosowanie w nowych systemach wykorzystywanych w wielu dziedzinach życia [1-3]. Nowe zastosowania i funkcje systemów tzw. radia impulsowego IR-UWB (ang. *Impulse Radio UWB*) wymagają także nowego podejścia i nowych technik analizy sygnałów w nich wykorzystywanych. Obiecujące wydaje się zastosowanie krótkoczasowego przekształcenia Fouriera (ang. STFT – *Short-Time Fourier Transform*) do analizy sygnałów transmitowanych w takich systemach [4-7].

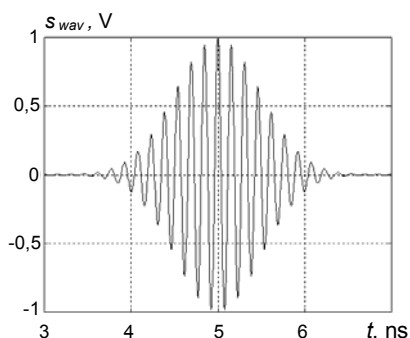
W artykule przedstawiono podstawy teoretyczne krótkoczasowej transformaty Fouriera i jej zastosowanie w analizie nanosekundowych impulsów radiowych UWB. Przeanalizowane zostały impulsy falkowe UWB o parametrach dostosowanych do europejskiego standardu systemów UWB: 6 – 8,5 GHz [8]. Pokazany został wpływ różnych okien czasowych na wyniki obliczeń STFT.

Impulsy ultraszerokopasmowe UWB

Jednym z podstawowych impulsów UWB, który może być zastosowany w technice ultraszerokopasmowego radia impulsowego, jest impuls falkowy (ang. *wavelet*). Impuls taki stanowi fala sinusoidalna z obwiednią gaussowską [9]. Przebieg czasowy może być opisany następująco:

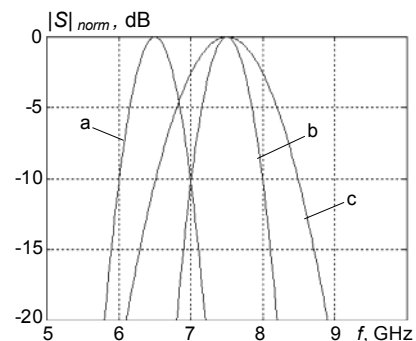
$$(1) \quad s_{wav}(t) = \exp \left[-A \left(\frac{t-t_0}{\tau} \right)^2 \right] \cos [2\pi f_0(t-t_0)],$$

gdzie: A – określa amplitudę falki, τ – określa czas trwania, f_0 – częstotliwość fali sinusoidalnej, t_0 – przesunięcie impulsu na osi czasu. Przykładowy przebieg czasowy impulsu falkowego pokazano na rysunku 1.



Rys.1. Przebieg czasowy impulsu falkowego o parametrach $\tau = 1,05$ ns, $f = 6,5$ GHz

Charakterystyki częstotliwościowe widm amplitudowych dla kilku przypadków doboru parametrów falek widoczne są na rysunku 2. Zmieniając parametry takiej falki można praktycznie w dowolny sposób kształtować jej widmo, dzięki czemu dostosowanie się do różnych standardów pasma pracy systemów UWB nie stanowi problemu. Jest to istotne z powodu rozbieżnych regulacji prawnych: główne pasmo amerykańskie UWB dopuszczone przez FCC to 3,1 – 10,6 GHz, natomiast europejskie to 6 – 8,5 GHz [8].



Rys.2. Normowane widma impulsów falkowych o parametrach: $\tau = 1,05$ ns, $f = 6,5$ GHz (a), $\tau = 1,05$ ns, $f = 7,5$ GHz (b), $\tau = 0,525$ ns, $f = 7,5$ GHz (c)

Krótkoczasowa transformata Fouriera - spektrogramy

Krótkoczasowa transformata Fouriera STFT dla sygnału $s(\tau)$ jest opisana zależnością [6]:

$$(2) \quad \dot{S}_d(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) w(\tau-t) \exp(-j\omega \tau) d\tau,$$

gdzie: $\dot{S}_d(\omega, t)$ - zespolona widmowa funkcja przekształcenia STFT, $w(\tau)$ - funkcja okna czasowego. Do obliczeń numerycznych, wykonywanych dla przebiegów próbkowanych, przekształcenie STFT oblicza się ze wzoru:

$$(3) \quad \dot{S}_d(\omega, m) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) w(n-m) \exp(-j\omega n).$$

gdzie: n i m opisują dyskretny czas natomiast N określa całkowitą liczbę próbek w rozważanym przedziale czasu.

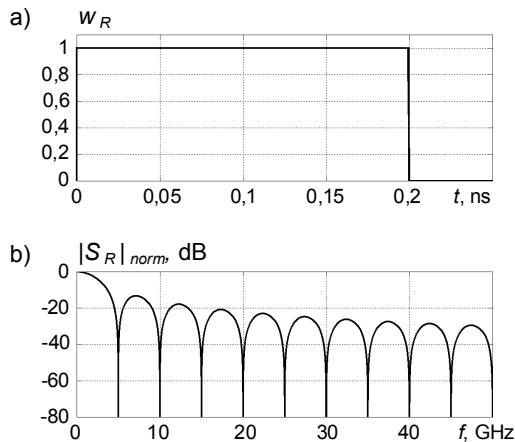
$$(4) \quad P_d(\omega, t) = \left| \dot{S}_d(\omega, t) \right|^2$$

Spektrogramem Fouriera nazywa się funkcję gęstości widmowej przekształcenia Fouriera (4).

Okno prostokątne:

$$(5) \quad w_R(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, t_0] \\ 0, & t \notin [0, t_0] \end{cases}$$

$$(6) \quad w_R(n) = \begin{cases} 1, & n \in [0, N-1] \\ 0, & n \notin [0, N-1] \end{cases}$$

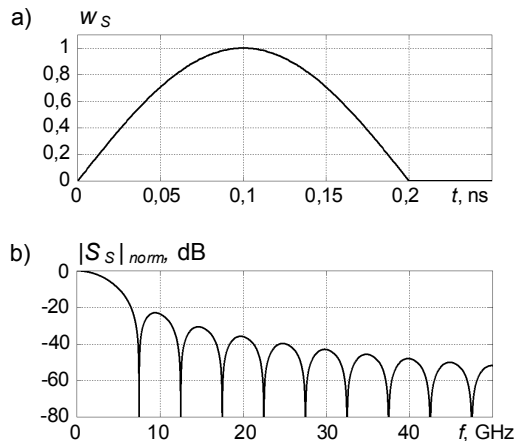


Rys.3. Okno prostokątne o szerokości $t = 0,2$ ns: charakterystyka czasowa (a), normowane widmo (b)

Okno sinusoidalne

$$(7) \quad w_S(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right)$$

$$(8) \quad w_S(n) = \sin\left(\frac{\pi n}{N-1}\right)$$



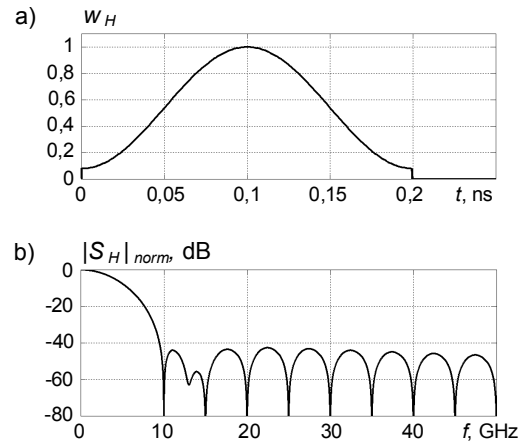
Rys.4. Okno sinusoidalne o szerokości $t = 0,2$ ns: charakterystyka czasowa (a), normowane widmo (b)

Zależność (2) pokazuje, że wynikiem krótkoczasowej transformaty Fouriera STFT nie jest jedynie samo widmo analizowanego sygnału, jak to ma miejsce w przypadku podstawowego przekształcenia Fouriera, ale widmo iloczynu sygnału i funkcji okna czasowego. Zatem do poprawnej analizy należy dobrać odpowiednie parametry takiego okna. Do oceny właściwości okien stosowanych w przekształceniu STFT wykorzystywane są dwa podstawowe parametry: szerokość listka głównego oraz maksymalny poziom listków bocznych jego widma wyznaczonego za pomocą podstawowego przekształcenia Fouriera. Istnieje wiele opracowanych funkcji matematycznych opisujących okna, możliwych do zastosowania w przekształceniu STFT.

Okno Hamminga

$$(9) \quad w_H(t) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right)$$

$$(10) \quad w_H(n) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$$



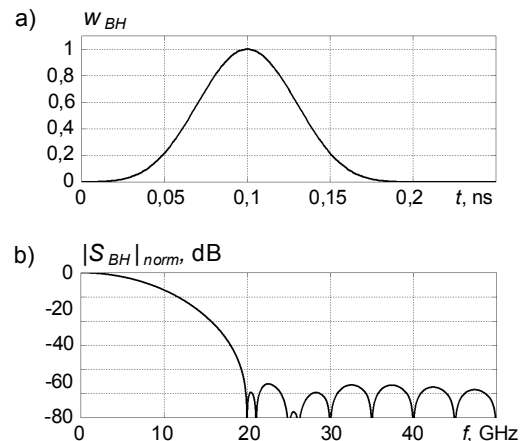
Rys.5. Okno Hamminga o szerokości $t = 0,2$ ns: charakterystyka czasowa (a), normowane widmo (b)

Okno Blackmana-Harrisa

$$(11) \quad w_{BH}(t) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi t}{t_0}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi t}{t_0}\right)$$

$$(12) \quad w_{BH}(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right)$$

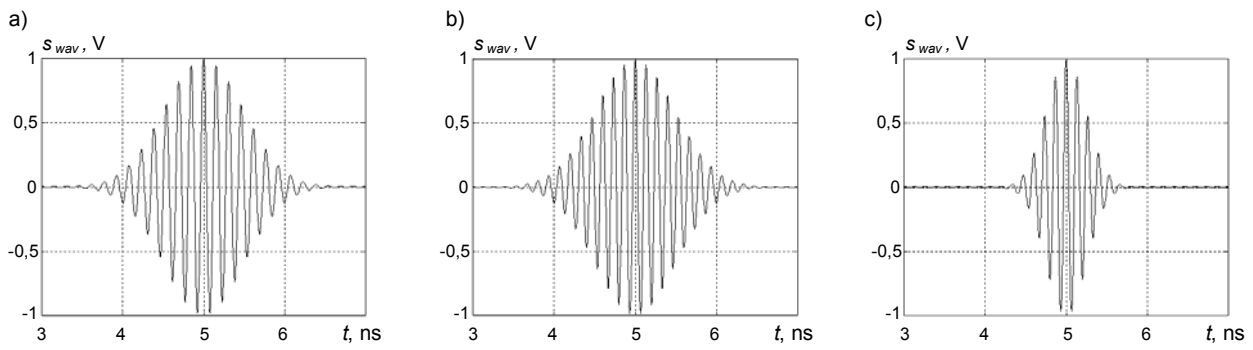
gdzie: $a_0=0,35875$, $a_1=0,48829$, $a_2=0,14128$, $a_3=0,01168$.



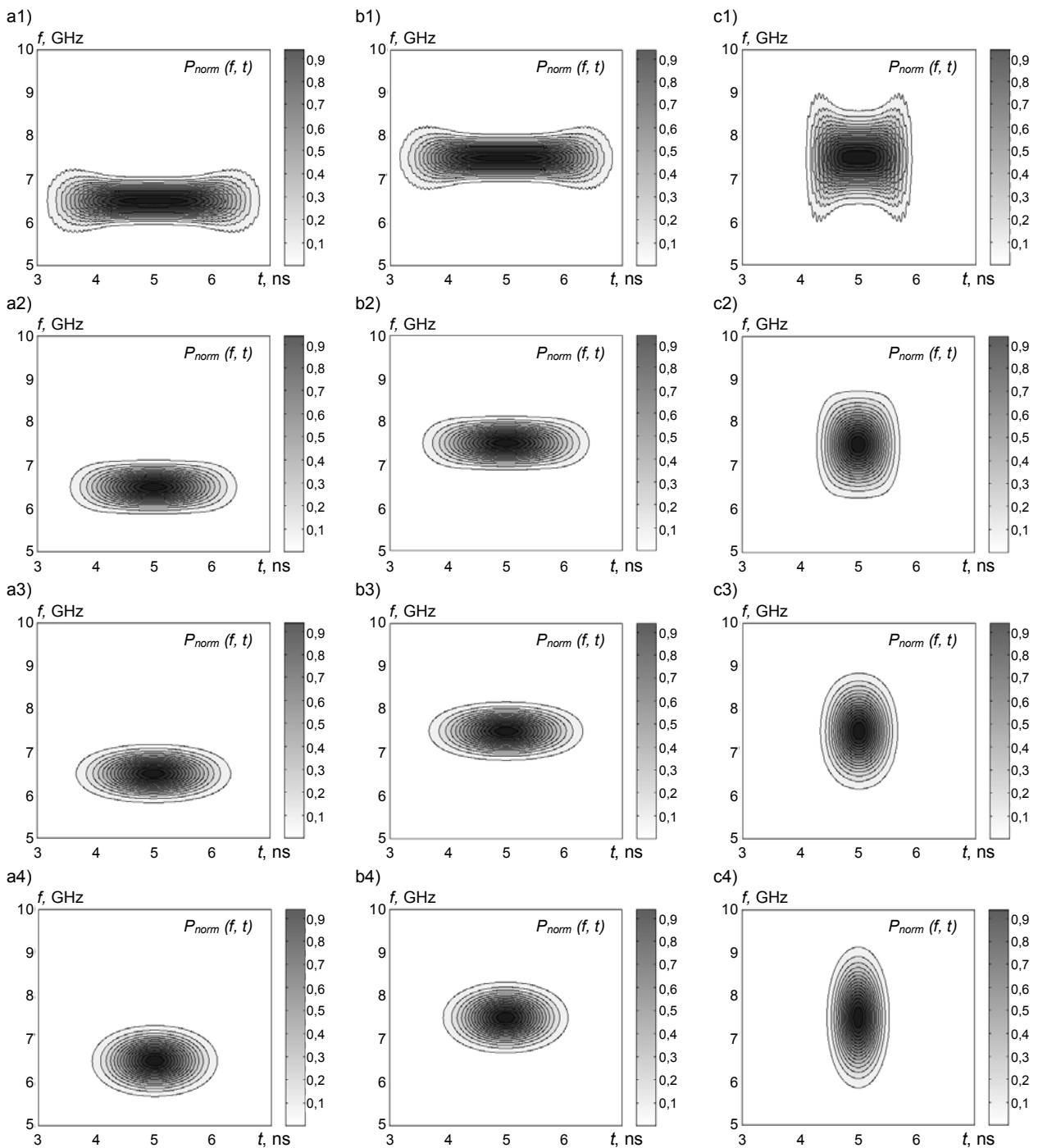
Rys.6. Okno Blackmana-Harrisa o szerokości $t = 0,2$ ns: charakterystyka czasowa (a), normowane widmo (b)

Podstawowym z nich jest okno prostokątne opisane zależnością (5), gdzie t_0 oznacza szerokość okna. Odpowiadająca jej zależność wykorzystywana do obliczeń w przypadku przebiegów próbkowanych to (6). Kształt okna prostokątnego (dla przykładowej wartości $t_0 = 0,2$ ns) oraz jego normowana charakterystyka widmowa przedstawiona została na rysunku 3.

Wiadomo jest, że widmo okna prostokątnego ma najwyższy „listek główny” i jego pierwsze minimum znajduje się na częstotliwości $1/t_0$, ale poziom pierwszego listka bocznego normowanego widma wynosi aż -13dB.



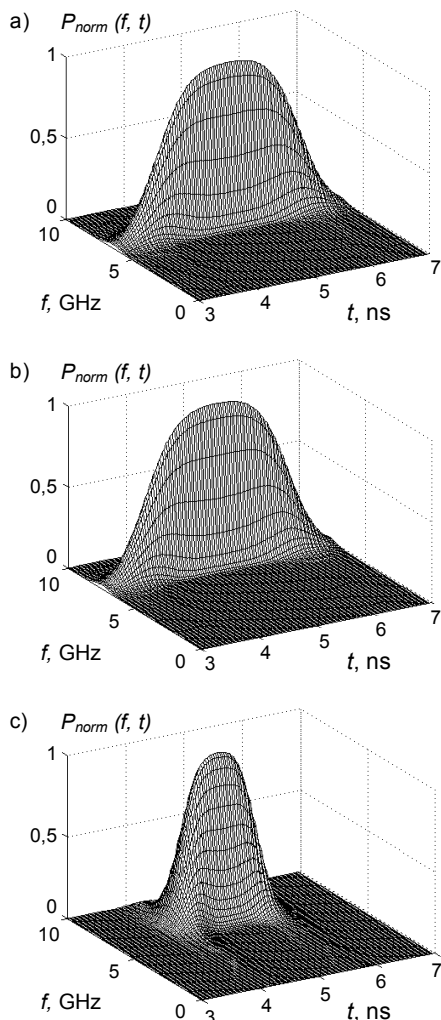
Rys.7. Przebiegi czasowe impulsów falkowych: $\tau = 1,05$ ns, $f = 6,5$ GHz (a), $\tau = 1,05$ ns, $f = 7,5$ GHz (b), $\tau = 0,525$ ns, $f = 7,5$ GHz (c)



Rys.8. Spektrogramy Fouriera impulsów falkowych o parametrach: $\tau = 1,05$ ns, $f = 6,5$ GHz (a1-a4), $\tau = 1,05$ ns, $f = 7,5$ GHz (b1-b4), $\tau = 0,525$ ns, $f = 7,5$ GHz (c1-c4), obliczone przy wykorzystaniu okien: prostokątnego (a1, b1, c1), sinusoidalnego (a2, b2, c2), Hamminga (a3, b3, c3), Blackmana-Harrisa (a4, b4, c4)

Można zatem pokazać, że stosowanie innych okien niż prostokątne, które charakteryzują się niższym poziomem listków bocznych kosztem poszerzenia listka głównego powoduje zmianę wyników obliczanych spektrogramów Fouriera, a tym samym może przyczynić się do lepszego wykorzystania ich w rozwiązaniach praktycznych.

Na rysunkach 4-6 pokazano charakterystyki czasowe i widmowe trzech wybranych okien (sinusoidalnego, Hamminga, Blackmana-Harrisa) wykorzystywanych przy obliczeniach przekształceń STFT. Przy rysunkach zamieszczono również wzory opisujące przedstawione okna. Potwierdza się zasada, że im niższy poziom listków bocznych tym szerszy listek główny.



Rys.9. Spektrogramy Fouriera impulsów falkowych o parametrach: $\tau = 1,05$ ns, $f = 6,5$ GHz (a), $\tau = 1,05$ ns, $f = 7,5$ GHz (b), $\tau = 0,525$ ns, $f = 6,5$ GHz (c), obliczone przy wykorzystaniu okna prostokątnego

Spektrogramy Fouriera impulsów falkowych UWB

Na rysunkach 7(a-c) pokazano kształty trzech przeanalizowanych impulsów falkowych, których widma obliczone za pomocą podstawowego przekształcenia Fouriera zamieszczono na rysunku 2. Z kolei na rysunkach 8(a1-c4) przedstawiono ich spektrogramy Fouriera obliczone przy wykorzystaniu czterech typów okien czasowych: prostokątnego, sinusoidalnego, Hamminga oraz Blackmana-Harrisa. Wyraźnie widać tu jak zmiana parametrów przebiegów czasowych analizowanych impulsów falkowych znajduje swoje odzwierciedlenie w kształcie i wartościach na ich spektrogramach, zarówno w funkcji czasu jak i częstotliwości. Na spektrogramach $P(f,t)$

na osiach częstotliwości maksima znajdują się przy częstotliwościach f analizowanych falek, natomiast na osiach czasu maksima położone są dokładnie w miejscu, w którym wypada środek czasu trwania impulsu. Zatem wykorzystanie spektrogramów Fouriera może być użyteczne przy np. detekcji sygnałów UWB.

Na podstawie rysunków można również stwierdzić, że wykorzystanie różnych typów okien czasowych znacząco wpływa na uzyskiwane wyniki obliczeń spektrogramów Fouriera dla takich samych impulsów. Rozciągnięcie spektrogramu na osi czasu zależy od parametru τ impulsów oraz typu wykorzystanego do obliczeń okna czasowego. Wynika z tego, że wybór odpowiedniego okna powinien być uzależniony od konkretnego zastosowania.

Spektrogramy Fouriera są też często prezentowane w postaci rysunków 3D. Przykładowe wykresy zamieszczono na rysunkach 9(a-c), są to odpowiedniki rysunków 8(a1, b1, c1) pokazanych wcześniej w postaci poziomicowej.

Podsumowanie

W pracy przedstawiono jeden z podstawowych impulsów wykorzystywanych w technice UWB – impuls falkowy. Opisano zasadę obliczeń krótkoczasowych transformat Fouriera STFT. Zaprezentowano przykładowe okna czasowe oraz ich widma wykorzystywane do obliczeń. Przedstawiono wyniki obliczeń spektrogramów Fouriera dla wybranych impulsów falkowych o różnych parametrach. Pokazano wpływ wykorzystania do tych obliczeń różnych okien czasowych. Spektrogramy Fouriera mogą być używane w systemowej analizie widmowej sygnałów UWB. W publikacji przedstawiono wyniki badań, które posłużą do dalszej analizy zagadnienia, zmierzającej do określenia możliwości zastosowania STFT w detekcji sygnałów UWB.

Publikacja finansowana z pracy S/W/E/1/2010, Wydział Elektryczny Politechniki Białostockiej.

LITERATURA

- [1] Allen B. et al, Ultra-Wideband Antennas and Propagation for Communications, Radar and Imaging, John Wiley & Sons, 2007
- [2] Matin M.A. (editor), Ultra Wideband Communications Novel Trends - Antennas and Propagation, Intech Open Access Publisher, 2011
- [3] Hejdari G., WiMedia UWB, John Wiley & Sons, 2008
- [4] Cohen L., Time-frequency analysis, Prentice-Hall PTR, 1995
- [5] Zou W., Yang Ch., Wang W., Zhou Z., A Novel Method to Analyze UWB Signal Algorithm, International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, Hangzhou, China, 2007, 856 - 859
- [6] O.V.Lazorenko, L.F.Czernogor, Ultrawideband signals i processes, Kharkiv National University, 2009 (ros.)
- [7] Czawka G., Garbaruk M., Litwińczuk N., An Analysis of Fourier Spectrograms of Different Ultra-wideband Signals for Radio Systems, 20th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications: MIKON'2014, Gdańsk, Poland, June 16-18, 2014, 576-580
- [8] Commission decision on allowing the use of the radio spectrum for equipment using UWB technology in a harmonised manner in the Community, decision of European Parliament, Brussels, 21.02.2007
- [9] M. Garbaruk, Time-frequency characteristics of ultra-wideband signals for radio systems, XVI International Conference MIKON'2006, Kraków, Poland, May 22-24, 2006, 419-422

Autorzy: dr inż. Marek Garbaruk, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45d, 15-351 Białystok, E-mail: mgarbaruk@pb.edu.pl; dr inż. Norbert Litwińczuk, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45d, 15-351 Białystok, E-mail: norlit@we.pb.edu.pl