

Niedoskonałości modeli matematycznych zamiany energii pola elektromagnetycznego na ciepło w tkankach

Streszczenie. Przedstawiono problemy interpretacyjne spotykane w publikacjach dotyczących numerycznego modelowania procesu nagrzewania się tkanek poddanych ekspozycji w polu elektromagnetycznym. Wskazano na przyczyny fizyczne strat cieplnych. Zaproponowano modyfikację terminologii dotyczącej konduktywności elektrycznej.

Abstract. This paper presents interpretation issues found in publications concerning the numerical modelling of heating process of tissues exposed to the electromagnetic field. Physical causes of thermal losses are pointed out. A modification of the terminology regarding the electrical conductivity is proposed. (**Imperfections of mathematical models of electromagnetic field energy conversion to heat in tissues**).

Słowa kluczowe: ekspozycja w polu elektromagnetycznym, model matematyczny, straty cieplne, konduktywność, prąd przesunięcia.

Keywords: exposure to electromagnetic fields, mathematical model, thermal losses, conductivity, displacement current.

Wstęp

Postępowi technicznemu w dziedzinie zastosowań elektromagnetyzmu towarzyszą badania nad interakcją pól elektromagnetycznych na organizmy żywe. Historia wykorzystania tych pól dla rozwoju społeczeństw jest bardzo krótka w porównaniu z dziejami ludzkości. Wszak od opublikowania pierwotnej postaci równań Maxwella upłynęło zaledwie 150 lat. Zatem zrozumiałe powinno być, że pytania o oddziaływanie na zdrowie, mimo wielu opracowań [1-4], często nie mają jeszcze wyczerpujących odpowiedzi. Pytania tendencyjnie sformułowane potrafią wywoływać zapalczyste dyskusje czy wręcz fobie. Szczególnie często dyskutuje się, zwykle bez znajomości rzeczy, o oddziaływaniu telefonów komórkowych [5].

Przeprowadzono wiele badań eksperymentalnych i teoretycznych dla ustalenia, w jakim zakresie pola elektromagnetyczne stanowią potencjalne zagrożenie dla zdrowia, a w jakim mogą być wykorzystane do celów terapeutycznych [6-7]. W szczególności prowadzono złożone obliczenia komputerowe zmierzające do określenia, jak energia pola elektromagnetycznego zamienia się na energię cieplną w tkankach [8-11].

Literatura przedmiotu jest bardzo obszerna. Wykaz na końcu niniejszego opracowania jest z konieczności bardzo skromny, ale reprezentuje przedstawione tezy, sięgając równocześnie do wybranych pozycji w języku polskim. Najczęściej w publikacjach poświęconych obliczeniom numerycznym spotykane są modele matematyczne bazujące wprost na równaniach Maxwella, sformułowane w dziedzinie czasu w postaci:

$$(1) \quad \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}(t) &= \sigma \mathbf{E}(t) + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{E}(t) &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}(t)}{\partial t}. \end{aligned}$$

Powstałe złożone zagadnienie brzegowe jest następnie rozwiązywane zazwyczaj za pomocą algorytmów działających również w dziedzinie czasu, np. FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) [8-10].

Wykorzystywana jest również metoda elementów skończonych [12, 13], stosowana zwykle do rozwiązywania równań falowych, zarówno w dziedzinie czasu

$$(2) \quad \nabla^2 \mathbf{E}(t) - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(t)}{\partial t^2} = 0$$

jak i częstotliwości

$$(3) \quad \nabla^2 \mathbf{E}(\omega) - \gamma^2 \mathbf{E}(\omega) = 0,$$

gdzie: $\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$, σ – konduktywność, μ , ε – przenikalność magnetyczna i elektryczna, ω – pulsacja.

Równania falowe analogiczne do (2)-(3) mogą być również sformułowane dla wektora natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}(t)$ lub $\mathbf{H}(\omega)$.

W niezbędnym procesie dyskretyzacji powstaje ogromna liczba analizowanych podobszarów. Ze względu na złożoność zagadnienia zwykle zakłada się liniowość modelu matematycznego w poszczególnych voxelach lub elementach skończonych, a parametry materiałowe σ , ε , μ są uśredniane i określone jako stałe dla danego rodzaju tkanki. W celu redukcji liczby przetwarzanych danych stosowana bywa metoda elementów brzegowych [14].

W wielu publikacjach niektóre założenia są często „ciche”, nieprzedstawiane w sposób jawny przez autorów. Czytelnik takich artykułów nie jest informowany o szczegółach analizowanego modelu matematycznego. Jeśli czytelnikami są młodzi badacze, doktoranci, to wręcz mogą niewłaściwie rozumieć założenia i przyjmować nadmierne uproszczenia. Nierzadko również odnosi się wrażenie, że również autorzy nie wszystkie kwestie matematyczno-fizyczne wystarczająco przemyśleli, koncentrując się na algorytmach przetworzenia wielkich ilości danych liczbowych generowanych podczas obliczeń, czy organizacji wieloprocesorowego procesu obliczeniowego.

Celem niniejszego artykułu jest wskazanie powszechnie znanych przyczyn fizycznych zamiany energii pola elektromagnetycznego na ciepło, bez ilościowego określenia wkładu poszczególnych składników w wypadkowe straty cieplne. Może to posłużyć jako inspiracja do wnikliwego przemyślenia i szczegółowego przedstawiania założeń analizowanych modeli matematycznych.

Wydzielanie ciepła

Popularnym sposobem opisu procesu absorbowania energii pola elektromagnetycznego i zamiany jej na ciepło w tkankach jest wykorzystanie pojęcia SAR (*Specific Absorption Rate*) [1-2]:

$$(4) \quad SAR = \frac{\sigma E^2}{\rho},$$

gdzie E jest wartością skuteczną natężenia pola elektrycznego, ρ – gęstością tkanki. Mniej popularnym wzorem jest związek z gęstością indukowanego prądu J :

$$(5) \quad SAR = \frac{J^2}{\sigma \rho}.$$

Dzięki znanej zależności

$$(6) \quad J = \sigma E$$

są to wzory równoważne, ale pojawienie się w sposób jawny gęstości powierzchniowej prądu J wydaje się bardziej zmuszać badacza do przemyślenia przyczyn fizycznych nagrzewania tkanek, o czym będzie mowa dalej.

Wiele prac obliczeniowych kończy się praktycznie na wyznaczeniu rozkładu SAR w tkankach.

Zagadnienie określenia rozkładu przyrostu temperatury jest sprzężone z rozkładem pola elektromagnetycznego. Podstawą do wyznaczenia temperatury T tkanek jest równanie przepływu (Fouriera):

$$(7) \quad \nabla \cdot (-K \nabla T) + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q,$$

gdzie K oznacza konduktywność cieplną tkanki, ρ – gęstość tkanki, c – jej ciepło właściwe, Q – objętościową gęstość mocy wydzielonej w tkance

$$(8) \quad Q = \frac{dP}{dV}.$$

Interpretacja fizyczna prawej strony zależności (7) prowadzi do równania Pennesa [15-16]:

$$(9) \quad \nabla \cdot (-K \nabla T) + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q_{\text{met}} + Q_{\text{perf}} + Q_{\text{ext}}.$$

Składniki źródłowe w (9) uwzględniają: Q_{met} – przemiany metaboliczne, Q_{perf} – perfuzję krwi oraz Q_{ext} – objętościową gęstość mocy wydzielonej wskutek przepływu indukowanego prądu elektrycznego (działanie prawa Joule'a)

$$(10) \quad Q_{\text{ext}} = \frac{J^2}{\sigma} = SAR \cdot \rho.$$

Składnik ten jest szczególnie istotny dla dyskutowanych tu obliczeń.

Zamiana energii prądu elektrycznego na ciepło

Zwróćmy uwagę, że przytoczone powyżej, powszechnie stosowane wzory mogą prowadzić do mylnych wniosków. Jedynym parametrem materiałowym, związanym bezpośrednio z zamianą energii pola elektromagnetycznego na ciepło, jest w nich konduktywność elektryczna σ . Wynikałoby stąd, że tylko prąd przewodzenia jest związany z przemianami cieplnymi. Jest to sformułowanie z gruntu nieprawdziwe. W rzeczywistości w parametrze tym ukrywane są również inne przyczyny strat cieplnych, co jednak powinno się wiązać z użyciem odmiennej nazwy i symbolu tego parametru.

Dyskusję przyczyn strat cieplnych łatwiej jest prowadzić z wykorzystaniem zapisu pierwszego z równań Maxwella w dziedzinie częstotliwości niż czasu:

$$(11) \quad \nabla \times \mathbf{H}(\omega) = \sigma \mathbf{E}(\omega) + \rho_e \mathbf{v} + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\mathbf{E}(\omega).$$

Przyczyny strat są związane z częściami rzeczywistymi każdego ze składników prawej strony równości (11), czyli każdej postaci prądu elektrycznego indukowanego w tkankach:

- oczywiście, z prądem przewodzenia $\sigma \mathbf{E}(\omega)$;
- z prądem unoszenia $\rho_e \mathbf{v}$ (ρ_e – gęstość objętościowa ładunków elektrycznych) – przemieszczaniem materii wraz z ładunkami elektrycznymi;
- ze składnikiem $\omega \epsilon'' \mathbf{E}(\omega)$ prądu przesunięcia, opisującym opóźnienie polaryzacji wektora indukcji elektrycznej $\mathbf{D}(\omega)$.

Dwa pierwsze z wymienionych składników jest bardzo trudno rozdzielić interpretacyjnie i nie jest to celowe przy analizie prądu płynącego w tkankach. Można je oznaczyć wspólnym symbolem J , a pojęcie konduktywności elektrycznej σ dobrze opisuje je matematycznie dzięki zależności

$$(12) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \left(\sum_i N_i \mu_i q_i \right) \mathbf{E},$$

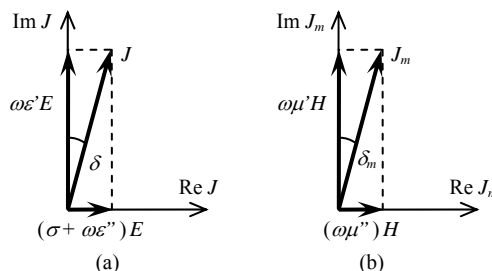
gdzie: N_i – liczba jonów substancji oznaczonej numerem i , μ_i – ruchliwość jonów, q_i – ładunek elektryczny jonu.

Problem interpretacyjny wiąże się z uwzględnieniem wpływu zjawiskiem relaksacji dielektrycznej. Symbolem σ jest często oznaczana suma $\sigma + \omega \epsilon''$, wskutek upraszczania zależności:

$$(13) \quad \sigma \mathbf{E} + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\mathbf{E} = (\sigma + \omega \epsilon'')\mathbf{E} + j\omega \epsilon' \mathbf{E}.$$

Takie postępowanie jest szczególnie wygodne dla obliczeń prowadzonych w dziedzinie czasu, gdzie nie ma miejsca na wartości zespolone (co widać w zależnościach (1)-(2)). Jednakże, w ten sposób łatwo może być zgubiona interpretacja fizyczna, znana choćby w postaci tangensa kąta strat dielektrycznych (rys. 1a):

$$(14) \quad \text{tg} \delta = \frac{\sigma + \omega \epsilon''}{\omega \epsilon'}.$$



Rys. 1. Interpretacja geometryczna kąta strat dielektrycznych (a) i magnetycznych (b)

Warto podkreślić, że składnik $\omega \epsilon''$ bywa często porównywalny lub większy od σ [17-18]. Można również spotkać błędną interpretację, wywodzoną ze wzorów stosowanych dla relatywnie małych częstotliwości:

$$(15) \quad \mathbf{J} = (\sigma + j\omega \epsilon'')\mathbf{E} = j\omega \left(\epsilon' - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\mathbf{E}.$$

Interpretacja zależności (15) nie jest związana ze zjawiskiem relaksacji dielektrycznej.

Częstotliwościowa zależność wpływu prądu przesunięcia na straty ciepłe jest zazwyczaj opisywana z wykorzystaniem wzoru Cole'a-Cole'a [19]:

$$(16) \quad \epsilon(\omega) - \epsilon_\infty = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}},$$

gdzie ϵ_∞ jest granicą $\epsilon(\omega)$ dla częstotliwości rosnącej do nieskończoności, ϵ_s jest przenikalnością statyczną, τ – stałą czasową relaksacji, α – parametrem Cole'a-Cole'a.

Uwzględnienie powyższej zależności jest nader często pomijane w publikacjach, a nie zawsze z kontekstu wynika, że ich autorzy mają świadomość jej ważności.

Zamiana na ciepło energii „prądu magnetycznego”

Prawa strona drugiego z równań Maxwella, wyrażająca – przez analogię – gęstość powierzchniową „prądu magnetycznego”, jest także związana z przemianami cieplnymi. Z zapisu w dziedzinie częstotliwości

$$(17) \quad \nabla \times \mathbf{E}(\omega) = -j\omega(\mu' - j\mu'')\mathbf{H}(\omega)$$

wynika, że po prawej stronie równania (17) pojawia się część rzeczywista powierzchniowej gęstości „prądu magnetycznego”, a dokładniej:

- składnik $-\omega \mu'' \mathbf{H}(\omega)$, związany ze stratami cieplnymi towarzyszącymi opóźnieniu polaryzacji wektora indukcji magnetycznej $\mathbf{B}(\omega)$.

Analogicznie do (14) można mówić o tangensie kąta strat magnetycznych (rys. 1b):

$$(18) \quad \operatorname{tg} \delta_m = \frac{\omega \mu''}{\omega \mu'} = \frac{\mu''}{\mu'}$$

Ciało ludzkie nie wykazuje wyraźnych właściwości magnetycznych, jednak pierwiastki ferromagnetyczne, np. żelazo, występują w tkankach. Ich ilość nie jest duża (stwierdzono zawartość 4-5 gramów żelaza w organizmie człowieka), ale – być może – ich rola może być zauważalna w pewnym zakresie częstotliwości w niektórych tkankach, szczególnie we krwi. Trudno znaleźć dyskusję tego zagadnienia w literaturze.

Wnioski

Celowe jest, żeby każdy autor w części wstępnej swojej publikacji dotyczącej zamiany energii pola elektromagnetycznego na ciepło wyraźnie akcentował wszystkie założenia dotyczące interpretacji fizycznej zastosowanego modelu matematycznego. Postulat ten służy zapobieżeniu mylnemu mniemaniu, że tylko prąd przewodzenia jest związany ze stratami termicznymi.

Pojawiające się problemy interpretacyjne są związane z nieprecyzyjną terminologią i niejednoznacznością symboli w formułach matematycznych. Wydaje się, że sensowne byłoby stosowanie innego symbolu (np. σ z jakimś indeksem) oraz innej nazwy (np. konduktywność „zastępcza” czy „uogólniona”) w tych wzorach, w których obecnie określenie „konduktywność” ukrywa sumę $\sigma + \omega \varepsilon''$.

Przy okazji należy zwrócić uwagę na ułomność dotychczasowych badań, zarówno obliczeniowych, jak i eksperymentalnych, prowadzonych na fantomach: analizowane wielkości, w szczególności SAR, są niedostępne pomiarowo w ciele człowieka. Wyniki dotyczące wnętrza ciała uzyskano za pomocą modeli materii nieożywionej. Są trudności z modelowaniem procesów homeostazy, a w szczególności zdolności organizmów stałocieplnych do termoregulacji. Uwzględnienie perfuzji krwi w (9) modeluje tę zdolność tylko częściowo. Niewątpliwie, dalsze prace badawcze w tej dziedzinie są niezbędne.

LITERATURA

- [1] World Health Organization report, Electromagnetic Fields (300 Hz to 300 GHz), *Environmental Health Criteria 137*, Geneva (1993).
- [2] International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection. ICNIRP Guidelines: Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields (up to 300 GHz), *Health Physics*, vol. 47, no. 4 (1998), 494-522.
- [3] Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2013/35/UE z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie minimalnych wymagań w zakresie ochrony zdrowia i bezpieczeństwa dotyczących narażenia pracowników na zagrożenia spowodowane czynnikami fizycznymi (polami elektromagnetycznymi) (dwudziesta dyrektywa szczegółowa w rozumieniu art. 16 ust. 1

- dyrektywy 89/391/EWG) i uchylająca dyrektywę 2004/40/WE, *Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej L179* z dnia 29.06.2013.
- [4] Zalecenie Rady Europy z dnia 12 lipca 1999 r. dot. ograniczenia ekspozycji ludności w polach elektromagnetycznych od 0 Hz do 300 GHz (1999/519/WE), *Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej L199* z dnia 30.07.1999.
 - [5] World Health Organization fact sheet, *Electromagnetic fields and public health: mobile phones*, fact sheet N°193, reviewed October (2014).
 - [6] Thuery J., *Microwaves: industrial, scientific, and medical applications*, Artech House, Boston-London (1992).
 - [7] Korniewicz H., Koperski A., *Elektrotermia – Higiena pracy w polach wielkiej częstotliwości*, WNT, Warszawa (1979).
 - [8] Karwowski A., Szczypka B., Surma M., Wójcik D., Garwol S., *Absorpcja energii elektromagnetycznej przez ciało człowieka, Krajowe Sympozjum Telekomunikacji KST*, Bydgoszcz (2002), 59-68.
 - [9] Nowak W., *Zastosowanie metody FDTD do analizy pola elektromagnetycznego wytwarzanego przez telefony komórkowe*, rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice (2001).
 - [10] Walendziuk W., *Równoległa analiza pola elektromagnetycznego wysokiej częstotliwości*, rozprawa doktorska, Politechnika Białostocka, Białystok (2007).
 - [11] Gas P., Schmidt P., Impact of tissue parameters on temperature distribution in time-transient analysis of interstitial microwave hyperthermia, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 89 NR 2b (2013), 295-298.
 - [12] Długosz T., *Wzajemne oddziaływanie linii transmisyjnej TEM i badanego w niej obiektu*, rozprawa doktorska, Wrocław (2007).
 - [13] Suwansin W., Phasukkit P., Pintavirooj C., Sanpanich A., Analysis of heat transfer and specific absorption rate of electromagnetic field in human body at 915 MHz and 2.45 GHz with 3D finite element method, *Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON)*, Ubon Ratchathani, Thailand (2012), 1-4.
 - [14] Paruch M., *Zastosowanie metod identyfikacji w wybranych zagadnieniach przepływu biociepła*, rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice (2005).
 - [15] Pennes H. H., Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm, *J. Appl. Physiol.*, No 1 (1948), 93-122.
 - [16] Huang H. W., Chan C. L., Roemer R. B., Analytical solutions of Pennes bio-heat transfer equation with a blood vessel, *Journal of Biomechanical Engineering*, 116 (1994), 208-212.
 - [17] Gabriel C., Gabriel S., *Compilation of the dielectric properties of body tissues at RF and microwave frequencies*, King's College, London AL/OE-TR-1996-0037 (1996); <http://niremf.ifac.cnr.it/docs/DIELECTRIC/Report.html>.
 - [18] *Visible Human Dataset*, <http://visiblehuman.epfl.ch/>.
 - [19] Cole K. S., Cole R. H., Dispersion and absorption in dielectrics I: Alternating Current. Characteristics, *J. Chem. Phys.*, 9 (1941), 341-351.

Autor: dr hab. inż. Karol Aniserowicz, prof. nzw. w PB, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok, E-mail: k.aniserowicz@pb.edu.pl.