

Projekt dwukołowego samobalansującego pojazdu

Streszczenie. Artykuł zawiera opis budowy dwukołowego samobalansującego pojazdu. Zostały w nim omówione główne części pojazdu oraz sposoby wyznaczenia, interesujących z punktu widzenia projektu, własności podzespołów użytych w budowie pojazdu. Poza opisem części sprzętowej została również omówiona część projektu związana z oprogramowaniem mikrokontrolerów wykorzystywanych przez pojazd. Dodatkowo przedstawiono sposób obliczania najważniejszych parametrów pojazdu. Wyniki obliczeń zostały zweryfikowane eksperymentalnie.

Abstract. The article describes the design and construction of two-wheeled self-balancing vehicle. The main parts of the vehicle and the designation methods of properties of the components used in the construction of the vehicle were discussed. In addition to describing the hardware part, the part of the project related to software used by the vehicle microcontrollers has also been discussed. Also, manner of calculations of important parameters of the vehicle was presented. Conducted calculations were verified by experimental results.
(Design of two-wheeled self-balancing vehicle).

Słowa kluczowe: dwukołowy samobalansujący pojazd, inercjalny moduł pomiarowy, silnik prądu stałego, filtr Kalmana

Keywords: two-wheeled self-balancing vehicle, inertial measurement unit, DC motor, Kalman filter

Wstęp

Gwałtowny rozwój miniaturowych urządzeń elektro-mechanicznych (MEMS, ang. *Micro Electro-Mechanical Systems*), czy coraz doskonalsze algorytmy do analizy obrazu rejestrowanego przez kamery, powodują, że interakcja pomiędzy urządzeniami a ich użytkownikami dawno przestała ograniczać się do wciśnięcia przycisku czy pociągnięcia dźwigni. Nowoczesne urządzenia potrafią rejestrować, czy to za pomocą kamery czy np. miniaturowych akcelerometrów czy giroskopów, gesty wykonywane przez użytkownika i interpretować je, jako konkretne rozkazy. Jednym z takich urządzeń jest dwukołowy samobalansujący pojazd, w którym sterowanie przyspieszeniem odbywa się za pomocą odpowiedniego balansowania ciałem przez użytkownika. Model dwukołowego samobalansującego pojazdu może być przybliżony modelem odwróconego wahadła. Model taki jest nieliniowy i posiada więcej stopni swobody niż wymusza (sygnałów sterujących). Mówiąc w skrócie, zmiana położenia środka ciężkości użytkownika powoduje pochylanie się pojazdu, co rejestruje komputer pokładowy i na tej podstawie steruje silnikami. Komercyjna wersja takiego pojazdu nosi nazwę Segway™ [1]. W ostatnich latach powstało wiele publikacji opisujących tego typu pojazd [2,3,4,5].

Celem pracy jest opis budowy, parametrów dynamicznych oraz zarejestrowanych charakterystyk eksperymentalnych dwukołowego samobalansującego pojazdu (rysunek 1). Pojazd ten został zaprojektowany i zbudowany w Katedrze Automatyki i Robotyki Wydziału Mechanicznego Politechniki Białostockiej.

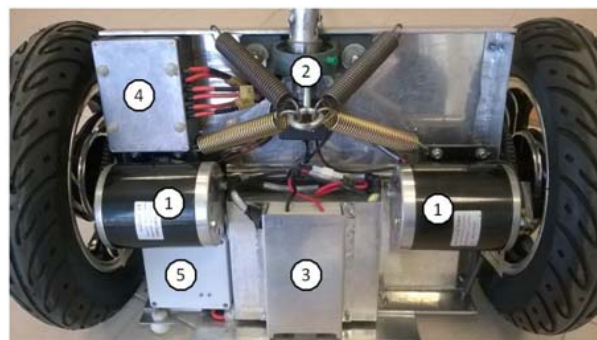


Rys. 1. Dwukołowy samobalansujący pojazd

Opis budowy tego pojazdu zawiera część mechaniczną, część elektryczną zarówno wysoko jak i nisko prądową oraz część związaną z układem sterowania. Przedstawione są również metody wykorzystane do wyznaczenia najważniejszych właściwości pojazdu jako układu sterowania. Jest to konieczne do wyznaczenia modelu matematycznego pojazdu, na podstawie którego obliczono prawa sterowania silnikami napędowymi pojazdu.

Część mechaniczna pojazdu

Część mechaniczną pojazdu można podzielić na podwozie i nadwozie. W podwoziu umieszczone zostały silniki napędzające koła, akumulator, sterownik silników, skrzynka rozdzielcza i mechanizm kierowniczy. Nadwozie składa się z platformy, na której stoi użytkownik oraz z dźwigny kierownicy. Głównym elementem podwozia jest stalowy toczony pręt, do którego przyspawane zostały zaczepek silników oraz rama platformy nadwozia. Stalowy pręt biegnie przez całą szerokość pojazdu, a na jego końcach umieszczone są koła jezdne.



Rys. 2. Podwozie pojazdu

Na rysunku 2 widać wszystkie elementy umieszczone pod podwoziem pojazdu, są to: silniki (1), mechanizm kierowniczy (2), akumulator (3), sterownik silnika zamknięty w aluminiowej obudowie (4) oraz skrzynka rozdzielcza wykonana z poliwęglanu (5).

Platforma nadwozia została wykonana z płyty aluminiowej PA11 (AlMg3) o wymiarach 0,005x0,5x0,41 m. Płyta główna z elektroniką została umieszczona w obudowie poliwęglanowej. Kierownica została wyprofilowana z rury aluminiowej o średnicy zewnętrznej 0,03 m.



Rys. 3. Widok koła napędowego z przekładnią łańcuchową

Do budowy pojazdu zostały wykorzystane 10-calowe felgi aluminiowe z oponą bezdętkową. Średnica zewnętrzna osi pojazdu wynosi 10 mm, natomiast promień koła wynosi 0,215 m. Koła jezdne zostały wyposażone w 80-cio zębne koła zębate o podziałce obwodowej 6,35 mm (pasującej do łańcucha o numerze ANSI 25). Silniki posiadają koła zębate 11-sto zębne. Koła zębate (koła pojazdu i silnika) tworzą przekładnię łańcuchową o przełożeniu 7,27:1. Jak widać na rysunku 3, w przekładni został zamontowany naciągacz łańcucha, który eliminuje luzy niekorzystnie wpływające na jakość sterowania silnikami elektrycznymi.



Rys. 4. Mechanizm kierowniczy pojazdu

Kierowanie pojazdem polega na pochylaniu kierownicy (właściwsze wydaje się określenie: drążka sterowniczego) w płaszczyźnie prostopadłej do osi wzdłużnej pojazdu. Chcąc skręcić w prawo, pochylamy całą kierownicę w prawo. Na osi kierownicy (pod platformą) umieszczony jest potencjometr, który obraca się wraz z kierownicą. Pomiar spadku napięcia na potencjometrze jest proporcjonalny do wartości kąta pochylecia kierownicy. Zastosowanie sprężyn ma na celu samoczynny powrót kierownicy do pionu. Widok opisanego mechanizmu przedstawia rysunek 4.

Wyznaczanie mas i momentów bezwładności

Masa poszczególnych elementów pojazdu została zważona za pomocą wagi z dokładnością pomiarową do 2 g. Moment bezwładności nadwozia i podwozia względem osi obrotu tzn. osi kół pojazdu, został wyznaczony metodą analityczną. Elementy składowe zostały przybliżone jednorodnymi bryłami (platforma- prostokątem, silniki- walcami, akumulator- prostopadłościanem, itd.) o znanej masie, wymiarach i położeniu względem osi obrotu. Moment bezwładności koła, ze względu na duże niejednorodności masy (otwory w felgach, opona), został zmierzony metodą doświadczalną. Koło zostało zawieszona na dwóch linkach, tworząc wahadło bifilarne. Taki układ wprowadzony w małe drgania torsyjne (oś obrotu drgań pokrywa się z osią obrotu koła) można przybliżyć równaniem oscylatora harmonicznego i wyznaczyć moment bezwładności koła na podstawie parametrów układu, tj.

masy koła, długości wahadła, odległości między linkami oraz pomiaru okresu drgań. Pisząc równanie ruchu wahadła bifilarnego, a następnie rozwijając otrzymany wynik w szereg Taylora ze względu na kąt wychylecia (rozwiniecie wokół zera) otrzymuje się przybliżone równanie ruchu układu. Ma ono postać:

$$(1) \quad J\ddot{\theta} = -\frac{a^2 gm\theta}{l}$$

gdzie: J – moment bezwładności koła, a – odległość pomiędzy linkami, g – przyspieszenie ziemskie, m – masa koła, l – długość linki, θ – kąt obrotu koła.

Równanie (1) jest równaniem oscylatora harmonicznego, którego rozwiązanie względem czasu ma postać:

$$(2) \quad \theta = \sin\left(\sqrt{\frac{gm}{Jl}}at\right)$$

Z równania (2) wynika, że częstość drgań wahadła wynosi:

$$(3) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{gm}{Jl}}$$

Na podstawie równania (3) można wyznaczyć okres drgań wahadła:

$$(4) \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{a^2 gm} Jl$$

Pomiar okresu drgań wahadła dla różnych długości wahadła prezentuje tabela 1.

Tabela 1. Wyniki pomiarów drgań koła

l [m]	T^2 [s ²]
1,45	$(30,68/20)^2$
1,2	$(27,2/20)^2$
0,96	$(25,7/20)^2$
0,72	$(21,57/20)^2$

Dzielenie przez 20 wynika z faktu, że mierzony był czas dwudziestu okresów drgań wahadła. Wyznaczony za pomocą metody najmniejszych kwadratów moment bezwładności koła wynosi 0,096 kgm². Otrzymane wyniki pomiaru mas i momentów bezwładności prezentuje tabela 2.

Tabela 2. Wyniki pomiaru mas i momentów bezwładności

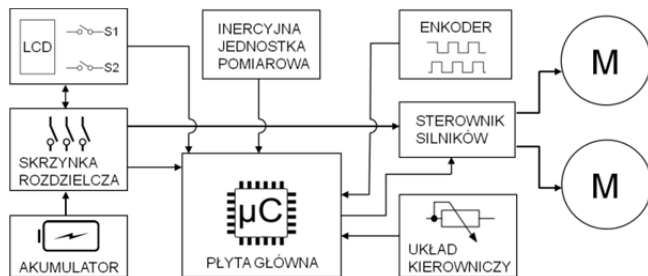
Element pojazdu	Masa [kg]	Moment bezwładności [kg m ²]
nadwozie+podwozie	$m_p = 26,7$	$J_p = 0,712$
koło jezdne	$m_w = 5,18$	$J_w = 0,096$

Część elektryczna pojazdu

Dwukołowy samobalansujący pojazd zasilany jest energią elektryczną. Elementami wykonawczymi są silniki elektryczne, a sygnał nimi sterujący zależy od kąta pochylecia platformy, prędkości kątowej pochylecia platformy oraz od prędkości liniowej pojazdu. Wartości zmiennych, od których zależy sygnał sterujący dostarczają czujniki elektroniczne. Główne podukłady pojazdu to: akumulator, silniki, inercjalny moduł pomiarowy (ang. *Inertial Measurement Unit*, IMU), enkoder optyczny, układ kierowniczy, procesor główny. Blokowy schemat elektryczny pojazdu przedstawia rysunek 5.

Przy około stukilogramowej wadze pojazdu wraz z użytkownikiem oraz silnikach o łącznej mocy 1 kW, dobór odpowiedniego akumulatora jest rzeczą bardzo istotną. Akumulatory żelowe są tanie, posiadają duży dopuszczalny prąd rozładowania, lecz mają bardzo istotną wadę - są ciężkie. Akumulatory nowszej generacji są lekkie, małe,

wydajne, lecz są droższe od swoich odpowiedników żelowych. Ze względu na dużo większą gęstość energii akumulatorów nowej generacji w porównaniu z żelowymi, w pojeździe zastosowana została bateria LiFePO₄ [6]. Mały rozmiar baterii przy niewielkiej ilości miejsca w pojeździe był również istotnym argumentem przemawiającym za wyborem tego typu akumulatora. Jedyną wadą akumulatora LiFePO₄, nie licząc ceny, jest konieczność stosowania systemu zarządzania baterią BMS (ang. *Balance Management System*). Parametry akumulatora firmy *Codd Energy Technology* przedstawia tabela 3.



Rys. 5. Schemat blokowy części elektrycznej pojazdu

Tabela 3. Parametry akumulatora

Parametr:	Wartość:
Rodzaj ogniw	LiFePO ₄
Napięcie nominalne	24 V
Pojemność	20 Ah
Maksymalne natężenie prądu rozładowania	60 A
Maksymalne napięcie ładowania	≤ 29,2 V
Próg odcięcia przy rozładowaniu	17,6 V
Maksymalne natężenie prądu ładowania	6 A
Ilość ładowań	1200 ~ 2000
Wymiary	0,210×0,200 ×0,05 m

Warto dodać, że układ BMS posiada wygodne gniazdo ładowania akumulatora.

Włącznik S1 (rysunek. 5) umieszczony w obudowie na kierownicy steruje przekaźnikiem, który włącza zasilanie części wysoko prądowej. Część ta jest zabezpieczona bezpiecznikiem 60 A. Przetwornik S2 steruje włączeniem zasilania część nisko prądowej. Część nisko prądowa jest zabezpieczona bezpiecznikiem 0,2 A. Na wejściu części nisko prądowej znajduje się przetwornica DC o napięciu wyjściowym 5 V. Dla otrzymania napięcia 3,3 V zastosowano stabilizator liniowy LD33V.

W pojeździe zostały wykorzystane szczotkowe silniki prądu stałego typu MY1020 firmy *Zhejiang Unite Electric Motor*, o mocy 500 W i napięciu znamionowym 24 V [7]. Zgodnie z danymi producenta, główne parametry silnika zebrano w tabeli 4.

Tabela 4. Charakterystyka silnika MY1020

Punkt pracy	Moment siły [Nm]	Prędkość [rpm]	Napięcie [V]	Natężenie prądu [A]
Maksymalna wydajność	1,34	2667	24,27	18,58
Obciążenie znamionowe	1,87	2546	24,35	25,30

Moment siły generowany przez silnik ma postać [8]

$$(5) \quad M_m = k_m I$$

gdzie k_m jest współczynnikiem proporcjonalności, I - natężeniem prądu silnika.

Z równania (5) można wyznaczyć współczynnik k_m . Na podstawie danych z tabeli 4 dla poszczególnych punktów pracy silnika, współczynnik ten przyjmuje wartości kolejno:

$$k_{m \max} = 0,524 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}, \quad k_{m \text{ znamionowe}} = 0,537 \frac{\text{Nm}}{\text{A}} \quad (\text{dane w tabeli 4})$$

nie uwzględniają przekładni silnika, więc wynik ilorazu należy pomnożyć przez współczynnik przekładni równy 7,27). Wartość średnia współczynnika k_m wynosi $0,53 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$.

Zakładając zerową indukcyjność silników, można dla silnika zapisać II prawo Kirchhoffa:

$$(6) \quad U = IR + k_e \dot{\theta}$$

gdzie U - napięcie elektryczne przykładane do uzwojeń silnika, $\dot{\theta}$ - prędkość kątowa koła jezdnego, I - natężenie prądu elektrycznego, k_e - współczynnik SEM, R - rezystancja uzwojenia silnika.

Dla silnika elektrycznego małej mocy można pominąć indukcyjność uzwojeń, co znacznie upraszcza model matematyczny. Dzięki temu otrzymujemy proste równanie algebraiczne zamiast różniczkowego, co ma ogromne znaczenie przy wyznaczaniu sygnału sterującego za pomocą regulatora liniowo-kwadratowego. Podobne podejście można znaleźć np. w pracy Pinto [4].

Moc mechaniczna silnika zgodnie z definicją ma wartość [8]

$$(7) \quad P_m = M_m \dot{\theta}$$

Z drugiej strony moc silnika można wyrazić równaniem:

$$(8) \quad P_m = UI = (IR + k_e \dot{\theta})I = I^2 R + k_e \dot{\theta} I$$

Pierwszy człon równania (8) reprezentuje moc związaną z ciepłem Joule'a-Lenza. Moc ta opisuje zmiany ciepła wydzielającego się na uzwojeniach silnika. Praca mechaniczna silnika związana jest tylko z drugim członem równania. Z równań (7), (8) oraz (5) wynika, że współczynnik k_e równa się co do wartości k_m i wynosi $0,53 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}}$. Ponownie, korzystając z danych w tabeli 4, można

wyznaczyć rezystancje uzwojenia silnika. Wyznaczając R z równania (6), a następnie podstawiając wartości dla poszczególnych punktów pracy silnika otrzymuje się kolejno: $R = 0,22 \Omega$, $R = 0,19 \Omega$. Wartość średnia wynosi $R = 0,21 \Omega$.

Układ sterowania napędem pojazdu

Sterowanie pojazdem polega na przykładaniu odpowiedniego momentu siły ze strony silnika do kół pojazdu. Moment silnika zależy liniowo od przykładanego prądu, tak więc sterowanie silnikiem polega na sterowaniu prądem. Układ elektroniczny zastosowany w pojeździe nie mierzy natężenia prądu silnika, mierzy natomiast napięcie przykładane do silnika oraz prędkość obrotową koła (a więc i silnika). Wyznaczając natężenie prądu z równania (6) i podstawiając do równania (5), można zapisać wyrażenie na moment siły silnika. Jeżeli uwzględnimy prędkość kątową pochylenia platformy (magnesy silnika są częścią platformy, więc obrót platformy również generuje SEM) oraz opory ruchu, moment siły silnika można zapisać w formie:

$$(9) \quad M_m = k_m \frac{U + k_e (\dot{\alpha} - \dot{\theta})}{R} - k_v \dot{\theta}$$

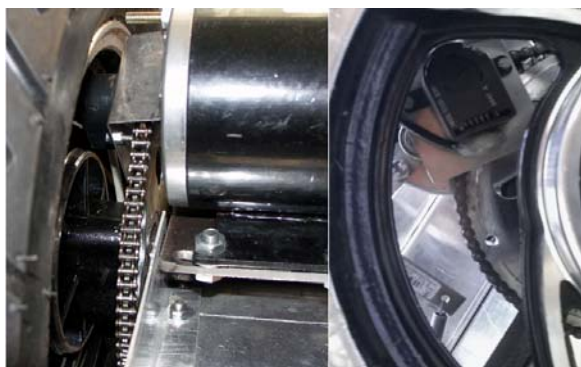
gdzie: $\dot{\alpha}$ - prędkość kątowa pochylenia platformy, natomiast n - współczynnik przekładni silnika.

Ruchowi pojazdu towarzyszy tarcie wiskotyczne o współczynniku k_w . Współczynnik ten został wyznaczony doświadczalnie. Jego wartość wynosi $0,018 \frac{\text{sNm}}{\text{rad}}$. Do

sterowania silnikami został użyty sterownik Sabertooth 2x60 firmy *Dimension Engineering* [9] (rysunek 6). Sterownik ten służy do obsługi dwóch silników prądu stałego o wartości natężenia prądu 60 A każdy. Dopuszczalna chwilowa wartość natężenia prądu elektrycznego na kanał wynosi 120 A. Dopuszczalne napięcie elektryczne przykładane do uzwojeń silników wynosi 6-30 V. Sterownik posiada system odzyskiwania energii podczas hamowania, gdzie powyżej zdefiniowanego progu wyindukowanego napięcia elektrycznego podczas hamowania działa jak prądnica. Częstotliwość sygnału PWM układu wynosi 24 kHz. Sterowanie silnikiem odbywa się za pomocą jednokierunkowej transmisji pakietowej z wykorzystaniem układu UART. Ramka transmisyjna rozkazu zawiera dwie wartości: wartość napięcia sterowania z dokładnością do 1/128 napięcia zasilania (wysyłana jest liczba z zakresu 0-127) oraz kierunek obrotów.



Rys.6. Sterownik Sabertooth 2x60



Rys. 7. Układ napędowy z enkoderm optycznym

Sterownik został zamknięty w aluminiowej obudowie i umieszczony po podłogą pojazdu.

Pomiar prędkości pojazdu jest ważny z dwóch powodów. Po pierwsze użytkownik pojazdu powinien wiedzieć, z jaką prędkością się porusza, i ta informacja jest wyświetlana na ekranie LCD umieszczonym na kierownicy. Drugi powód jest znacznie ważniejszy: napięcie przykładane do silników jest funkcją prędkości. Sygnał sterujący napięciem elektrycznym U jest liniową funkcją wartości kąta pochylenia platformy α , prędkości kątowej pochylenia platformy $\dot{\alpha}$ oraz prędkości kątowej obrotu koła $\dot{\theta}$. Do wyznaczenia prędkości obrotowej koła (a zatem i pojazdu) został wykorzystany enkoder optyczny typu HEDS-5500 E06 [10]. Rozdzielczość enkodera wynosi 400

impulsów na obrót. Urządzenie to zostało zamontowane na osi jednego z silników. Pomiar prędkości odbywa się poprzez zliczanie ilości impulsów przychodzących z enkodera w oknie czasowym wynoszącym 0,05 sekundy. Sygnał wyjściowy z enkodera jest programowo filtrowany filtrem dolnoprzepustowym Butterwortha pierwszego rzędu. Wygląd zamontowanego enkodera przedstawia rysunek 7.

Najważniejszymi parametrami, od których zależy napięcie elektryczne sterujące silnikami pojazdu jest wartość kąta pochylenia platformy oraz prędkość kątowa pochylenia platformy. Do wyznaczenia tych parametrów służy inercjalny moduł pomiarowy (rysunek 8). Jest to układ elektroniczny, w skład którego wchodzi podzespoły MEMS: akcelerometr ADXL345 [11], giroskop ITG-3205 [12] oraz mikrokontroler ATmega328 [13].



Rys. 8. Inercjalny moduł pomiarowy

Akcelerometr mierzy składowe XYZ sumy sił działających na układ scalony: siły grawitacji oraz siły bezwładności. Giroskop mierzy prędkość obrotową układu scalonego ITG-3205. Gdyby giroskop był idealny, a całkowanie numeryczne pozbawione błędów, do pomiaru wartości kąta pochylenia platformy wystarczyłby sam ITG-3205. Niestety błędy pomiarowe związane np. z nagrzewaniem się układu oraz błędy całkowania prędkości powodują systematyczny wzrost wartości kąta pochylenia, nawet gdy czujnik znajduje się w spoczynku. Zdawać by się mogło, że znając składowe XYZ siły grawitacji, można wyznaczyć kąt pochylenia pojazdu, korzystając tylko z akcelerometru. Niestety zasada równoważności Einsteina mówi, że siły grawitacyjne i bezwładności, związane z przyspieszeniem układu, są lokalnie nieodróżnialne. Wynika z tego, że w przypadku gdy układ przyspiesza pomiary akcelerometrem są bezużyteczne. Najdokładniejszy sposób estymacji kąta pochylenia platformy polega na połączeniu pomiarów z tych dwóch urządzeń za pomocą filtru Kalmana. Wiedząc, że kąt pochylenia platformy jest mały (maksymalny kąt pochylenia pojazdu podczas jazdy wynosi niewiele ponad 2 stopnie), do jego estymacji można z powodzeniem użyć liniowej wersji filtru Kalmana. Traktując odczyt z giroskopu jako sterowanie, możemy zapisać równanie stanu giroskopu:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}u_k, \quad \mathbf{x}_k = (\beta_k, \dot{\beta}_k, \varepsilon_k)^T \\ \beta_k &= \beta_{k-1} + (u_k - \varepsilon_{k-1})\Delta t \\ \dot{\beta}_k &= (u_k - \varepsilon_{k-1}) \\ \begin{pmatrix} \beta_k \\ \dot{\beta}_k \\ \varepsilon_k \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\Delta t \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{k-1} \\ \dot{\beta}_{k-1} \\ \varepsilon_{k-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta t \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u_k \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie: ε – dryf giroskopu, Δt – krok czasowy, β – kąt obrotu giroskopu, $\dot{\beta}$ – prędkość kątowa giroskopu.

Wartością pomiarową jest wyznaczony kąt pochylenia na podstawie danych mierzonych akcelerometru. Za błąd procesu została przyjęta wartość $Q=0,0001$. Za błąd pomiaru została przyjęta wartość $R=0,5$. Krok czasowy został ustalony na 20 ms. Jak widać, błąd pomiaru jest duży w porównaniu z błędem procesu, co skutkuje tym, że odczyt z giroskopu jest „ważniejszy” i jest stopniowo korygowany odczytem z akcelerometru. Filtr Kalmana został zaimplementowany w procesorze ATmega328. Estymowane wartości wysyłane są do mikrokontrolera głównego z częstotliwością 50 Hz. W celu wyeliminowania zakłóceń w postaci drgań pojazdu, sygnały z inercyjnego modułu pomiarowego są dodatkowo programowo filtrowane filtrem dolnoprzepustowym Butterwortha pierwszego rzędu.

Mikrokontroler na podstawie sygnałów mierzonych oblicza sygnał sterujący silnikami napędowymi pojazdu. Jako procesor główny zastosowano 32-bitowy mikrokontroler typu STM32F100RBT6B [14]. Płyta główna będąca częścią układu sterowania została przedstawiona na rysunku 9.



Rys. 9. Elektronika układu sterowania

Mikrokontroler umieszczony jest na płycie STM32 Discovery, która stanowi część płyty PCB własnego projektu. Płytkę PCB została umieszczona na podkładkach antywibracyjnych. Pojazd został wyposażony w wyświetlacz LCD wymontowany z telefonu Nokia 3320. Wyświetlacz pokazuje prędkość pojazdu, kąt pochylenia oraz napięcie akumulatora.

Wyniki badań eksperymentalnych

W tym punkcie zostały przedstawione charakterystyki pomiarowe najważniejszych zmiennych określających stan obiektu sterowania zarejestrowanych w funkcji czasu. Rejestrowano prędkość liniową pojazdu, kąt pochylenia platformy oraz prędkość kątową pochylenia platformy podczas jazdy testowej. Wyżej wymienione zmienne stanu są wielkościami określającymi równanie dynamiki napięciowego sygnału sterującego silnikami pojazdu

$u = k_1 \alpha + k_2 \dot{\alpha} + k_3 \ddot{\theta}$. Współczynniki k_1 i k_2 są parametrami wyznaczonymi za pomocą regulatora liniowo-kwadratowego (ang. *Linear Quadratic Regulator*, LQR) [15]. Wartości nominalne w/w parametrów wynoszą odpowiednio: $k_1 = 190 \frac{V}{rad}$, $k_2 = 20 \frac{Vs}{rad}$. Parametr k_3 jest wyznaczony z

równania (9) przy założeniu, że prędkość liniowa pojazdu nie zmienia się, gdy kąt pochylenia platformy wynosi zero. Zgodnie z I prawem dynamiki Newtona, przy $\dot{\alpha} = 0$, równanie (9) przyjmuje postać:

$$(11) \quad M_m = k_m \frac{U + k_e(-\dot{\theta})}{R} - k_w \dot{\theta} = 0.$$

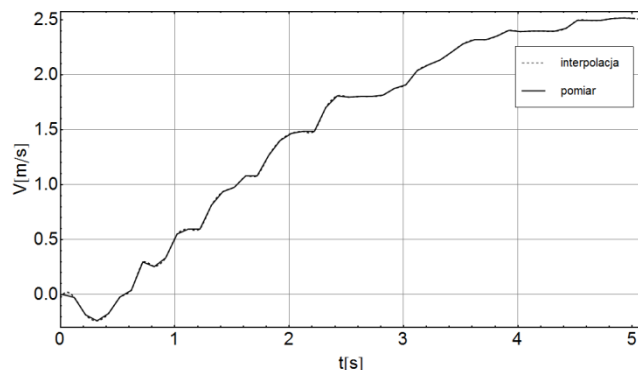
Z równania (11) wartość napięcia elektrycznego U wynosi $U = (k_e + \frac{Rk_w}{k_m})\dot{\theta} = 0,537\dot{\theta}$, zatem $k_3 = 0,537$.

Równanie sygnału sterującego ma zatem postać

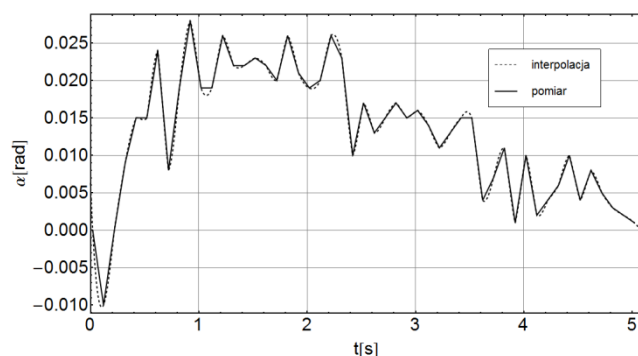
$$(12) \quad u = 190 \frac{V}{rad} \alpha + 20 \frac{Vs}{rad} \dot{\alpha} + 0,537 \frac{Vs}{rad} \ddot{\theta}$$

Prawo sterowania (12) zostało zaimplementowane w głównym mikrokontrolerze pojazdu.

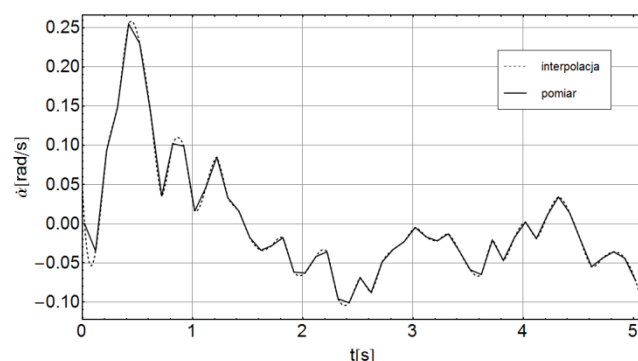
Badania eksperymentalne polegały na przeprowadzeniu jazdy testowej pojazdem polegającej na wielokrotnym rozpędzaniu się od prędkości równej zero do prędkości zadanej przy jednoczesnej rejestracji zmiennych stanu układu z częstotliwością równą 10 Hz. Eksperyment został powtórzony 30 razy. Przykładowe dane pomiarowe zarejestrowanej prędkości liniowej pojazdu, wartości kąta pochylenia platformy i prędkości kątowej pochylenia platformy zostały przedstawione kolejno na rysunkach 10÷12.



Rys. 10. Prędkość liniowa pojazdu w funkcji czasu



Rys. 11. Kąt pochylenia platformy pojazdu w funkcji czasu



Rys. 12. Prędkość kątowa pochylenia platformy pojazdu w funkcji czasu

Przebiegi znaczone linią ciągłą (rysunki 10÷12) przedstawiają dane mierzone, natomiast linie przerywane oznaczają interpolacje danych pomiarowych wielomianami trzeciego stopnia. Na podstawie funkcji analitycznych uzyskanych z interpolacji przebiegów przedstawionych na rysunkach 10÷12, przeprowadzono weryfikację parametrów modelu dynamicznego siły generowanej przez silnik elektryczny przy zastosowaniu prawa sterowania (12).

Metoda weryfikacji polega na wykorzystaniu znanej wartości masy pojazdu wraz z użytkownikiem jako wskaźnika zgodności w/w modelu dynamicznego z charakterystykami pomiarowymi: wartości kąta pochylenia platformy oraz prędkości kątowej pochylenia platformy podczas rozpędzania pojazdu. Korzystając z równania (9) i (12) oraz znając promień koła pojazdu r_m i parametry silników, można wyznaczyć siłę, która rozpędza pojazd

$$(13) \quad F = 2M_m / r_m = 4460.69\alpha + 471.258\dot{\alpha}$$

Korzystając z II prawa dynamiki Newtona, można zapisać wyrażenie na popęd siły

$$(14) \quad dp = Fdt$$

Całkując obustronnie równanie (14) wyznacza się przyrost pędu układu od chwili początkowej do chwili, gdy układ osiągnął prędkość końcową. Po obliczeniu całki można wyznaczyć całkowitą masę pojazdu:

$$(15) \quad \int_0^{p_k} dp = \int_0^{T_k} Fdt \Rightarrow$$

$$mV_k = \int_0^{T_k} 4460.69\alpha + 471.258\dot{\alpha} dt \Rightarrow$$

$$m = \frac{1}{V_k} \int_0^{T_k} 4460.69\alpha + 471.258\dot{\alpha} dt$$

Prędkość końcowa pojazdu V_k zostaje wyznaczona na podstawie danych eksperymentalnych. Dla charakterystyki pomiarowej przedstawionej na rysunku 10 prędkość V_k wynosi 2,51 m/s. Na podstawie interpolowanych danych eksperymentalnych można obliczyć masę pojazdu wraz z użytkownikiem korzystając z równania (15). Wyznaczona w ten sposób wartość średnia masy dla 30 pomiarów wynosi $117,52 \pm 3,75$ kg. Natomiast, przy 80 kilogramowej masie użytkownika, rzeczywista masa całego pojazdu ma wartość 117,06 kg. Zatem procentowy błąd względny weryfikacji równania dynamicznego siły (13) generowanej przez silnik elektryczny wynosi 0,39%.

Podsumowanie

W pracy przedstawiono opis najważniejszych elementów budowy zaprojektowanego i zbudowanego dwukołowego samobalansującego pojazdu. Przedstawiono sposób obliczania najważniejszych parametrów pojazdu. Przeprowadzone obliczenia zostały zweryfikowane eksperymentalnie poprzez charakterystyki pomiarowe. Zbudowany pojazd jest w pełni sprawny i poruszanie się nim nie jest trudne (wystarczy 5 minut nauki). Akumulator dostarcza energii na około 2,5 godziny

jazdy – maksymalny czas jazdy nie był badany. Maksymalna prędkość liniowa pojazdu wyniosła 23 km/h.

Praca finansowana z środków statutowych Katedry Automatyki i Robotyki, Wydziału Mechanicznego, Politechniki Białostockiej nr S/WM/1/2012

LITERATURA

- [1] <http://www.segway.com>
- [2] Shui-Chun Lin, Ching-Chih Tsai, and Wen-Lung Luo, *Adaptive Neural Network Control of a Self-balancing Two-wheeled Scooter*, Industrial Electronics Society, 2007. *IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pp. 868- 873, 2007.
- [3] Azizan H., Jafarinasab M., Behbahani S., and Danesh M., *Fuzzy control based on LMI approach and fuzzy interpretation of the rider input for two wheeled balancing human transporter*, Control and Automation (ICCA), 2010 8th IEEE International Conference on, pp. 192- 197 , 2010.
- [4] Pinto L.J., Dong-Hyung Kim, Ji Yeong Lee, and Chang-Soo Han, *Development of a Segway robot for an intelligent transport system*, System Integration (SII), 2012 IEEE/SICE International Symposium on, pp. 710- 715, 2012.
- [5] Mohtasib A.M. and Shawar M.H., *Self-balancing two-wheel electric vehicle (STEVE)*, Mechatronics and its Applications (ISMA), 2013 9th International Symposium on, pp. 1-8, 2013.
- [6] Takahashi M., Tobishima S., and Takei K., *Characterization of LiFePO4 as the cathode material for rechargeable lithium batteries*, Journal of Power Sources, vol. 97–98, pp. 508-511, 2001.
- [7] <http://www.unitemotor.com>.
- [8] Wildi T., *Electrical Machines, Drives, and Power Systems (5th Edition)*, Prentice Hall, 2002.
- [9] Engineering Dimension, *Sabertooth 2x60 User's Guide*, DataSheet, 2011.
- [10] Agilent Technologies, *Quick Assembly Two and Three Channel Optical Encoders*, DataSheet, 2002.
- [11] Analog Devices, *Digital Accelerometer ADXL345*, DataSheet, 2009.
- [12] InvenSense Inc., *ITG-3205 Product Specification*, DataSheet, 2010.
- [13] Atmel, *Atmel 8-bit Microcontroller with 4/8/16/32KBytes In-System Programmable Flash*, DataSheet, 2013.
- [14] STMicroelectronics, *Low & medium-density value line, advanced ARM-based 32-bit MCU with 16 to 128 KB Flash, 12 timers, ADC, DAC & 8 comm interfaces*, DataSheet, 2012.
- [15] Ciężkowski M., *Modeling the interaction between two-wheeled self-balancing vehicle and its rider*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, vol. 18, no. 2, pp. 341–351, 2013.

Autorzy: mgr Maciej Ciężkowski, dr inż. Arkadiusz Mystkowski, Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok, E-mail: mciezkowski@gmail.com, a.mystkowski@pb.edu.pl.