

Algorytmy rekonstrukcji trajektorii bezzałogowego statku powietrznego

Streszczenie. W artykule przedstawiono ideę zastosowania algorytmów wygładzania do rekonstrukcji trajektorii bezzałogowego statku powietrznego oraz przykład zastosowania wygładzania w stałym przedziale w zintegrowanym systemie nawigacyjnym. Artykuł zawiera wprowadzenie do zagadnień związanych z filtracją i wygładzaniem realizowanym off-line w liniowych układach dyskretnych. Podano dyskretny odpowiednik modelu dynamiki i obserwacji przyjętego systemu nawigacyjnego. Następnie omówiono przebieg obliczeń i wyniki dla wygładzania w stałym przedziale.

Abstract. This article presents an idea of applying smoothing algorithms for reconstitution of Unmanned Aerial Vehicle trajectory and an example of application of fixed-interval smoothing in the integrated navigation system. The article contains an introduction to the subject of filtering and off-line smoothing in linear discrete-time systems. A discrete equivalent of the dynamics and observation model for the assumed navigation system is given. Next, the process of calculations and results of the fixed-interval smoothing are discussed. (**Algorithms of Reconstruction of Unmanned Aerial Vehicle Trajectory**).

Słowa kluczowe: system nawigacyjny, model dyskretny systemu, filtr Kalmana, wygładzanie w stałym przedziale.

Keywords: navigation system, discrete state space model, Kalman filter, fixed-interval smoothing.

Wstęp

W artykule przedstawiono wykorzystanie algorytmów wygładzania, stanowiących specyficzne rodzaje algorytmów estymacji, do rekonstrukcji trajektorii bezzałogowych statków powietrznych (BSP). Ten szczególny rodzaj statków powietrznych, określane w języku angielskim jako UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*), jest współcześnie szeroko wykorzystywany przez siły powietrzne wielu państw. Dzięki zastosowaniu przyrządów nawigacyjnych oraz optycznych lub radarowych systemów obserwacyjnych, możliwa jest realizacja przez BSP autonomicznych misji rozpoznania i obserwacji terenu.

Obecnie konsorcjum złożone z Wojskowej Akademii Technicznej oraz przedsiębiorstwa WB Electronics S.A. realizuje projekt badawczy oznaczony akronimem WATSAR, którego celem jest opracowanie, wykonanie i przebadanie demonstratora technologii radarowego systemu zobrazowania terenu o parametrach oraz gabarytach umożliwiających zainstalowanie go na miniaturowym BSP. Tworzenie zobrazowań SAR (*Synthetic Aperture Radar*) wymaga znajomości położenia i prędkości nośnika radaru z możliwie jak największą dokładnością. W czasie lotu BSP wykorzystuje się pomiary dostępne w typowych systemach pozycjonujących przeznaczonych do zastosowania w aplikacjach lotniczych. W pozycjonowaniu i nawigacji statków powietrznych stosuje się między innymi systemy nawigacji inercyjnej INS, dopplerowskie systemy nawigacyjne oraz różnorodne systemy radiotechniczne. Ponieważ dane wyjściowe dostępne w tych systemach są obciążone błędami, więc dla zmniejszenia ich wpływu na ogół konieczne jest zastosowanie jednego z algorytmów estymacji, np. algorytmu filtracji kalmanowskiej. Po zakończeniu misji możliwa jest jednak dalsza poprawa wyników filtracji, poprzez użycie algorytmu wygładzania w stałym przedziale, co zostało omówione w niniejszym artykule.

Model systemu

Dla dalszych rozważań przyjęto, że bezzałogowy statek powietrzny wyposażony został w zintegrowany system pozycjonujący złożony z systemu nawigacji inercyjnej INS i odbiornika GNSS, dalej oznaczany skrótem INS/GNSS. W systemie tym współrzędne położenia pojazdu z INS i z odbiornika GNSS wspólnie przetwarza się za pomocą algorytmu filtracji Kalmana. Założono także, że system INS/GNSS został zintegrowany metodą kompensacji z

korekcją w przód, tzn. nie występuje w nim sprzężenie zwrotne estymowanych błędów do INS, a korekcja odbywa się na zewnątrz tego przyrządu [1].

Podczas projektowania algorytmów filtracji Kalmana dla systemów nawigacyjnych należy sformułować ich opis matematyczny. Najbardziej przydatny jest opis metodą przestrzeni stanów. W opisie tym zakłada się, że pełną informację o systemie w chwili t zawiera wektor stanu $x(t)$, natomiast zbiór możliwych wartości wektora stanu stanowi przestrzeń stanów. Model matematyczny układu dynamicznego ciągłego, opisanego metodą przestrzeni stanów, stanowią dwa równania. Pierwsze z nich, zwane modelem dynamiki, opisuje zmiany w czasie wektora stanu modelowanego procesu oraz wpływ sterowań i zakłóceń na ten proces. Drugie równanie, zwane modelem obserwacji, opisuje relację pomiędzy wektorem stanu, a wektorem pomiarowym. Model dynamiki i model obserwacji systemu nawigacyjnego rozważanego w niniejszym referacie są dane następującymi równaniami liniowymi:

$$(1) \quad \dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)u(t)$$

$$(2) \quad z(t) = H(t)x(t) + v(t)$$

gdzie: x – wektor stanu, u – wektor wymuszeń stochastycznych, z – wektor pomiarowy, v – wektor błędów pomiarowych, F – macierz podstawowa, G – macierz sterowań stochastycznych, H – macierz obserwacji.

Model dynamiki w rozważanym systemie opisuje propagację w czasie błędów systemu nawigacji inercyjnej INS, a został opracowany z wykorzystaniem równań różniczkowych, zaczerpniętych z publikacji [2]. Założono jednak, że mamy do czynienia z obiektem silnie manewrującym, co uzasadniło rozbudowę modelu błędów o zmienne stanu pozwalające na obserwowanie błędów określenia kąta azymutu. Błąd ten jest obserwowalny warunkowo podczas wykonywania gwałtownych manewrów wymagających zmiany orientacji przestrzennej.

Ze względu na fakt, że w praktyce algorytmy filtracji kalmanowskiej są realizowane jako algorytmy dyskretne, model systemu powinien być również dyskretny. Dyskretna wersja ciągłego modelu systemu opisanego równaniami (1) i (2) składa się z opisanego równaniem różnicowym modelu dynamiki i opisanego równaniem algebraicznym modelu obserwacji:

$$(3) \quad x(k+1) = \Phi(k+1, k)x(k) + w(k)$$

$$(4) \quad z(k) = \mathbf{H}(k)x(k) + v(k)$$

gdzie: x – wektor stanu, w – wektor dyskretnych losowych zakłóceń procesu, z – wektor pomiarowy, v – wektor błędów pomiarowych, Φ – macierz tranzycyjna systemu, \mathbf{H} – macierz obserwacji.

Zakładając znajomość modelu ciągłego dyskretyzacja modelu dynamiki sprowadza się do znalezienia macierzy tranzycyjnej $\Phi(k+1, k)$ i macierzy kowariancji dyskretnych zakłóceń procesu $\mathbf{Q}(k)$. Realizacja tego zadania może być

$$(6) \quad \Phi(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T & -f_D T^2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_E T^2/2 \\ 0 & 1+f_D T^2/(2R) & -f_D T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_E T - f_D \omega_N T^2/2 \\ 0 & -T/R & 1+f_D T^2/(2R) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_E T^2/(2R) + \omega_N T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & f_D T^2/2 & 0 & 0 & -f_N T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+f_D T^2/(2R) & f_D T & 0 & 0 & -f_N T - f_D \omega_E T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T/R & 1+f_D T^2/(2R) & 0 & 0 & -f_N T^2/(2R) - \omega_E T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+gT^2/R & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2gT/R & 1+gT^2/R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie: f_N, f_E, f_D – składowe przyspieszenia pozornego wzdłuż osi układu NED (*North-East-Down*); ω_N, ω_E – składowe prędkości kątovej wokół osi N i E układu NED; g – przyspieszenie ziemskie; R – promień Ziemi w modelu sferycznym.

Wyznaczenie macierzy $\mathbf{Q}(k)$ polega na określeniu wpływu wszystkich występujących w systemie ciągłym wymuszeń stochastycznych na poszczególne elementy wektora stanu, w okresie odpowiadającym czasowi jego dyskretyzacji T . Do wyznaczenia macierzy $\mathbf{Q}(k)$ wykorzystano następującą zależność [2]:

$$(7) \quad \mathbf{Q}(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi((k+1)T, \xi) G(\xi) E[u(\xi)u^T(\eta)] G^T(\eta) \Phi^T((k+1)T, \eta) d\xi d\eta$$

Stosując przedstawione powyżej metody wyznaczono analityczne postaci obu macierzy, co umożliwiła ich łatwe przeliczanie dla różnych wartości parametrów modelu i czasu dyskretyzacji.

Zwykle pomiary z urządzeń nawigacyjnych są dostępne w dyskretnych chwilach czasu, a zatem model obserwacji systemu nawigacyjnego jest z natury dyskretny i nie wymaga dalszych przekształceń. Szczegółowy zapis modelu obserwacji opisywanego systemu INS/GNSS jest następujący:

$$(8) \quad \begin{bmatrix} R(\varphi^{INS} - \varphi^{GNSS}) \\ v_N^{INS} - v_N^{GNSS} \\ R \cos \varphi (\lambda^{INS} - \lambda^{GNSS}) \\ v_E^{INS} - v_E^{GNSS} \\ h^{INS} - h^{GNSS} \\ v_D^{INS} - v_D^{GNSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta N \\ \phi_E \\ \delta E \\ \delta v_E \\ \phi_N \\ \delta D \\ \delta v_D \\ \phi_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_N \\ v_{vN} \\ v_E \\ v_{vE} \\ v_D \\ v_{vD} \end{bmatrix} = \mathbf{H}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)$$

gdzie: $\varphi^{INS}, \lambda^{INS}, h^{INS}$ – współrzędne położenia pojazdu z INS; $\varphi^{GNSS}, \lambda^{GNSS}, h^{GNSS}$ – współrzędne położenia pojazdu z GNSS; $v_N^{INS}, v_E^{INS}, v_D^{INS}$ – składowe prędkości pojazdu z INS; $v_N^{GNSS}, v_E^{GNSS}, v_D^{GNSS}$ – składowe prędkości pojazdu z GNSS; $\delta N, \delta E,$

wykonana na wiele sposobów opisanych w literaturze [2, 3]. Do wyznaczenia macierzy $\Phi(k+1, k)$ wykorzystano następującą zależność [2]:

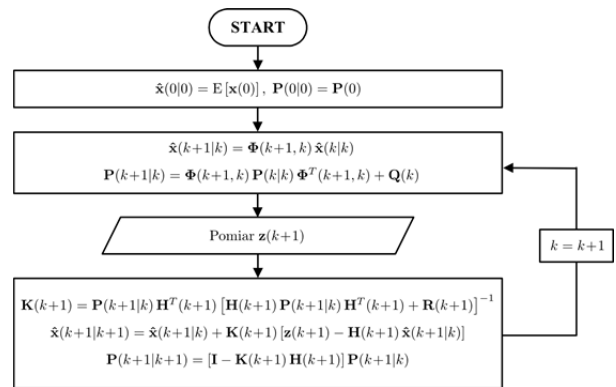
$$(5) \quad \Phi(k+1, k) = e^{FT} = I + FT + \frac{(FT)^2}{2!} + \frac{(FT)^3}{3!} + \dots$$

Wówczas dla analizowanego modelu, przy rozwinięciu do trzeciego wyrazu rozwinięcia w szereg (5), otrzymujemy:

δD – błędy położenia wyznaczanego w INS; $\delta v_{vN}, \delta v_{vE}, \delta v_{vD}$ – błędy prędkości INS; ϕ_N, ϕ_E, ϕ_D – błędy orientacji przestrzennej INS; $v_N, v_E, v_D, v_{vN}, v_{vE}, v_{vD}$ – składowe wektora błędów pomiarowych położenia i prędkości; R – promień Ziemi w modelu sferycznym; φ – szerokość geograficzna.

Algorytm przetwarzania danych nawigacyjnych

Ze względu na liniowość równań opisujących propagację w czasie błędów systemu nawigacji inercyjnej INS oraz liniowe zależności pomiędzy wielkościami mierzonymi i składowymi wektora stanu, do estymacji błędów położenia oraz prędkości INS zastosowano liniowy kowariancyjny filtr Kalmana. Procedura filtracji obejmuje inicjalizację algorytmu oraz dalsze operacje realizowane rekursywnie zgodnie ze schematem blokowym przedstawionym na poniższym rysunku.



Rys. 1. Algorytm filtracji Kalmana

Wektor stanu modelu systemu INS/GNSS zawiera nieznane w momencie inicjalizacji błędy położenia, prędkości i orientacji przestrzennej pojazdu. Przyjęto założenie, że wartości oczekiwane błędów w chwili $k = 0$ są zerowe, a zatem początkowy wektor stanu $x(0|0)$ może być modelowany jako wektor zerowy. Początkową macierz kowariancji błędów filtracji $P(0|0)$ określono na podstawie specyfikacji INS. Występujące w równaniach filtru Kalmana macierze $\mathbf{H}(k)$ i $\mathbf{R}(k)$ są niezmiennie w czasie, natomiast macierze $\Phi(k+1, k)$ i $\mathbf{Q}(k)$ zmieniają się w czasie i muszą być obliczane na bieżąco podczas pracy filtru. Wszystkie

wymienione macierze pochodzą z podanego uprzednio modelu systemu.

Wyglądanie w stałym przedziale

Wyglądanie polega na estymacji wektora stanu $x(k)$ w chwili k z wykorzystaniem danych pomiarowych pochodzących również z chwil późniejszych niż k . Estymata taka może być tworzona z opóźnieniem w czasie lotu BSP lub po jego zakończeniu, w celu ustalenia dokładniejszej trajektorii pojazdu niż byłoby to możliwe za pomocą algorytmu filtracji Kalmana. Stanowiące przedmiot niniejszego artykułu wyglądzanie w stałym przedziale znajduje zastosowanie w drugim z wymienionych przypadków.

Istnieje kilka znanych sposobów wyglądzania w stałym przedziale. Jednym z najpopularniejszych jest algorytm zaprezentowany przez Raucha, Tunga i Striebela [4, 5], zwany wyglądzaniem RTS. Zaletą wyglądzania RTS jest łatwość implementacji, natomiast wadą jest konieczność odwracania macierzy kowariancji błędów predykcji przy obliczaniu macierzy filtru wyglądzającego. Wyglądzanie RTS wymaga standardowego przeprowadzenia obliczeń „w przód” przez filtr optymalny, zapamiętania odpowiednich danych i ponownego przejścia „wstecz”. Wyglądzanie rozpoczynamy w chwili $k = 0$ z warunkami początkowymi opisanymi jak dla algorytmu filtracji Kalmana. Dla każdego kroku k na etapie filtracji musimy zapamiętać wyznaczone oceny optymalne przy filtracji $\hat{x}(k|k)$ i predykcji $\hat{x}(k+1|k)$ oraz macierze kowariancji błędów filtracji $P(k|k)$ i predykcji $P(k+1|k)$. W przypadku systemów niestacjonarnych musimy dodatkowo zapamiętać macierz tranzycyjną $\Phi(k+1,k)$, która w tego typu systemach jest macierzą o zmiennych współczynnikach. Po zakończeniu etapu filtracji, rozpoczynamy wyglądzanie z warunkami początkowymi $\hat{x}(N|N)$ i $P(N|N)$ uzyskanymi jako ostateczny wynik filtracji. Podczas ponownego przejścia z odwróceniem czasu poprawiamy ocenę będącą wynikiem filtracji korzystając z dodatkowych pomiarów po chwili k . Ocena optymalna przy wyglądzaniu w stałym przedziale jest dana równaniem:

$$(9) \quad \hat{x}(k|N) = \hat{x}(k|k) + A(k)[\hat{x}(k+1|N) - \hat{x}(k+1|k)]$$

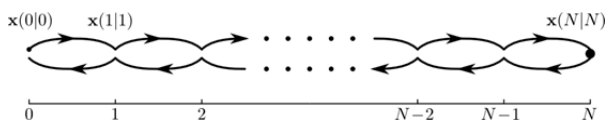
gdzie $A(k)$ jest macierzą filtru wyglądzającego określoną równaniem:

$$(10) \quad A(k) = P(k|k)\Phi^T(k+1,k)P^{-1}(k+1|k)$$

dla $k=N-1, N-2, \dots, 0$. Macierz kowariancji przy wyglądzaniu w stałym przedziale jest dana równaniem:

$$(11) \quad P(k|N) = P(k|k) + A(k)[P(k+1|N) - P(k+1|k)]A^T(k)$$

dla $k=N-1, N-2, \dots, 0$. Ideę wyglądzania w stałym przedziale przedstawiono na poniższym rysunku.



Rys. 2. Przebieg obliczeń dla wyglądzania w stałym przedziale

Wyglądzanie w stałym przedziale znajduje zastosowanie przede wszystkim w systemach pozycjonowania pojazdów lądowych, autonomicznych pojazdów podwodnych [6] oraz statków powietrznych, tam gdzie wyglądzanie stosuje się po zakończeniu eksperymentu w celu poprawy oceny stanu uzyskanej z filtracji. Wyniki działania algorytmu wyglądzania w stałym przedziale dla bezzałogowego statku powietrznego przedstawiono w dalszej części niniejszego opracowania.

Przykładowe wyniki badań symulacyjnych

W oparciu o przedstawiony model systemu przeprowadzono badania symulacyjne w środowisku programistycznym MATLAB[®]. Wykorzystany został rozwijany obecnie w Instytucie Radioelektroniki Wydziału Elektroniki WAT pakiet programowy o nazwie IRENA [7]. Pakiet ten stanowi uzupełnienie środowiska Matlab o nowe funkcje związane z symulacją zintegrowanych systemów nawigacyjnych i ich elementów.

Podczas symulacji wygenerowano trajektorię ruchu BSP w trzech wymiarach, która stanowiła odniesienie do wyników położenia określonego na drodze filtracji oraz wyglądzania, przy czym czas trwania symulacji wynosił 400 sekund. Następnie wygenerowano obarczone błędami położenie pojazdu pochodzące z systemu INS i z odbiornika GNSS. Dla uproszczenia, w modelu symulacyjnym zrezygnowano z modelowania występującego w luźno zintegrowanych systemach nawigacyjnych INS/GNSS wpływu wewnętrznego filtru Kalmana odbiornika GNSS na błędy danych wyjściowych odbiornika. Błędy odbiornika GNSS modelowane były jako gaussowskie szумы białe o zerowej wartości oczekiwanej i stałej wariancji.

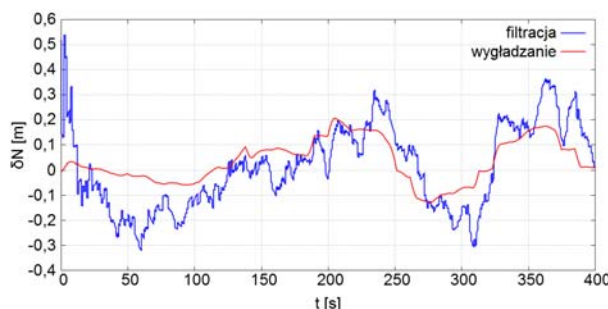
Parametry modelu symulacyjnego oraz błędy pomiarowe w badanym systemie ustalono na podstawie specyfikacji inercjalnej jednostki pomiarowej 1750 IMU firmy KVH Industries i odbiornika GNSS wchodzącego w skład systemu INS/GNSS(RTK) Ekinox D INS firmy SBG Systems, czyli urządzeń zastosowanych w realizowanym obecnie projekcie badawczym WATSAR. Wartości parametrów zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry modelu symulującego błędy pomiarowe w systemie INS/GNSS

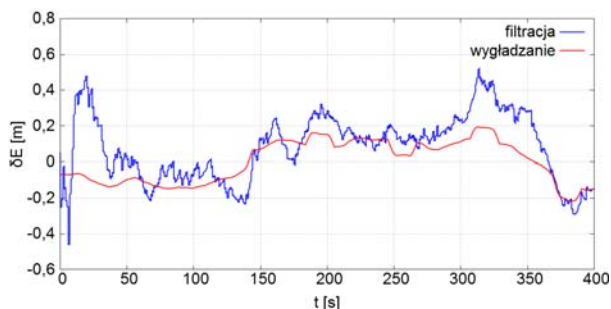
Parametr	Wartość
$S_{\phi N}, S_{\phi E}, S_{\phi D}$	$1,15 \cdot 10^{-11} \text{ rad}^2/\text{s}$
$S_{v N}, S_{v E}, S_{v D}$	$1,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3$
$\sigma_N, \sigma_E, \sigma_D$	1,2 m
$\sigma_{v N}, \sigma_{v E}, \sigma_{v D}$	0,02 m/s

Parametry $S_{\phi N}, S_{\phi E}$ i $S_{\phi D}$ reprezentują widmowe gęstości mocy szumów giroskopów, natomiast $S_{v N}, S_{v E}$ i $S_{v D}$ stanowią widmowe gęstości mocy szumów przyspieszeniometry. Pozostałe parametry to wyrażone w metrach odchylenia standardowe błędów pozycjonowania oraz wyrażone w metrach na sekundę odchylenia standardowe błędów prędkości z odbiornika GNSS. Parametry filtru Kalmana zostały dobrane zgodnie z założeniami w tabeli 1 parametrami modelu symulującego błędy pomiarowe w systemie INS/GNSS.

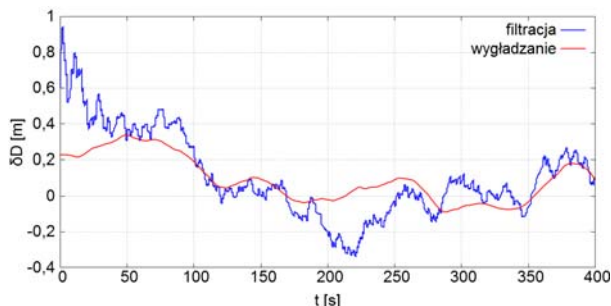
Podczas badań symulacyjnych porównano błędy pozycjonowania za pomocą zintegrowanego systemu nawigacyjnego INS/GNSS przy filtracji i wyglądzaniu. Przebiegi realizacji tych błędów, wyrażone w lokalnym horyzontalnym układzie współrzędnych NED, przedstawiono na rysunkach 3-5.



Rys. 3. Błędy pozycjonowania w systemie INS/GNSS – składowa północna

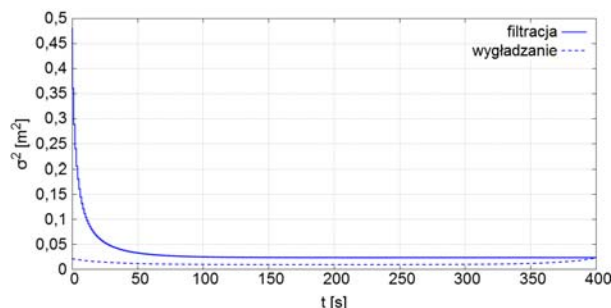


Rys. 4. Błędy pozycjonowania w systemie INS/GNSS – składowa wschodnia



Rys. 5. Błędy pozycjonowania w systemie INS/GNSS – składowa pionowa

Na kolejnym rysunku porównano pierwsze elementy diagonalne macierzy kowariancji błędów przy filtracji i wygładzaniu, które stanowią wariancję błędów współrzędnych położenia wzdłuż osi N lokalnego układu współrzędnych NED.



Rys. 6. Wariancja błędów współrzędnych położenia wzdłuż osi N układu współrzędnych NED

W tabeli 2 porównano błędy średniokwadratowe pozycjonowania za pomocą systemu INS/GNSS przy filtracji i wygładzaniu. Podano błędy wzdłuż osi lokalnego układu współrzędnych NED oraz błąd całkowity δP określony zależnością:

$$(12) \text{RMS}(\delta P) = \sqrt{[\text{RMS}(\delta N)]^2 + [\text{RMS}(\delta E)]^2 + [\text{RMS}(\delta D)]^2}$$

W tabeli tej zamieszczono również stopień redukcji błędów średniokwadratowych pomiędzy oceną położenia przy filtracji, a oceną położenia przy wygładzaniu.

Tabela 2. Błędy średniokwadratowe pozycjonowania za pomocą systemu INS/GNSS przy filtracji i wygładzaniu

	Filtracja	Wygładzanie	Redukcja
RMS(δN)	0,170	0,092	46%
RMS(δE)	0,203	0,116	43%
RMS(δD)	0,268	0,156	42%
RMS(δP)	0,377	0,215	43%

Wnioski

Przedstawione wyniki badań symulacyjnych pozwalają na stwierdzenie, że zastosowanie algorytmu wygładzania istotnie zredukowało błąd rekonstrukcji trajektorii bezzałogowego statku powietrznego uzyskanej na drodze filtracji. Na podstawie wyników w tabeli 2 można stwierdzić, że efekt redukcji błędów jest porównywalny dla wszystkich trzech składowych położenia. Wyniki zamieszczone na rysunkach 3-5 wskazują ponadto, że wygładzanie redukuje nie tylko błąd średniokwadratowy, ale również błąd maksymalny pozycjonowania. Można zauważyć, że macierz kowariancji nie jest wymagana do obliczeń estymaty przy wygładzaniu, jednak jej wyznaczenie pozwala na ocenę efektywności algorytmu wygładzania, co zobrazowano na rysunku 6.

Przedstawione przykładowe wyniki badań potwierdzają praktyczną użyteczność wygładzania w stałym przedziale w aplikacjach, w których wygładzanie może być wykonywane po zakończeniu eksperymentu. Poeksperymentalny charakter wygładzania w stałym przedziale powoduje, że algorytmy te rozwiązują pewną ściśle określoną, ale dość wąską klasę problemów. Istnieją jednak takie algorytmy wygładzania, które mogą być wykonywane na bieżąco, razem z filtracją, w czasie trwania eksperymentu. Algorytmy te mogą być obiektem dalszych prac autorów w tym obszarze.

Uzyskane wyniki badań symulacyjnych mają istotne znaczenie praktyczne w realizowanym projekcie badawczym WATSAR, ponieważ jednym z celów tego projektu jest opracowanie algorytmów tworzenia obrazowania SAR terenu w trybie offline, czyli po zakończeniu misji. Algorytmy te wymagają informacji o dokładnym położeniu BSP, przy czym informacja ta może być tworzona również po wykonaniu lotu, do czego można użyć algorytmu wygładzania w stałym przedziale.

Projekt współfinansowany przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Programu Badań Stosowanych jako Projekt Badawczy PBS1/B3/15/2012.

LITERATURA

- [1] Groves P., *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*, Norwood, MA: Artech House, 2008.
- [2] Brown R.G., Hwang P.Y.C., *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, John Wiley & Sons, Inc., USA, 2012.
- [3] Farrell J.A., *Aided Navigation GPS with High Rate Sensors*, McGraw-Hill, USA, 2008.
- [4] Rauch H.E., *Solutions to the Linear Smoothing Problem*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 8, s. 371-372, Oct. 1963.
- [5] Rauch H.E., Tung F., Striebel C.T., *Maximum Likelihood Estimation of Linear Dynamic Systems*, AIAA Journal, Vol. 3, No. 8, s. 1445-1450, Aug. 1965.
- [6] Techy L., Morgansen K.A., Woolsey C.A., *Long-baseline acoustic localization of the Seaglider underwater glider*, American Control Conference (ACC), San Francisco, CA, July 2011.
- [7] Kaniewski P., Konatowski S., *Pakiet programowy do badań symulacyjnych zintegrowanych systemów nawigacyjnych*, Przegląd Elektrotechniczny R. 90 NR 8/2014, s. 168-171.

Autorzy: mgr inż. Rafał Gil, Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, Instytut Radioelektroniki, ul. Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, E-mail: rafal.gil@wat.edu.pl; dr hab. inż. Piotr Kaniewski, Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, Instytut Radioelektroniki, ul. Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, E-mail: piotr.kaniewski@wat.edu.pl