

Dekompozycja sygnałów EEG w dziedzinie czasu przy zastosowaniu transformacji Hilberta-Huanga HHT

Streszczenie. Do dekompozycji sygnałów EEG w dziedzinie czasu zastosowana została empiryczna metoda EMD (ang. *Empirical Mode Decomposition*), która w wersji rozszerzonej o transformację Hilberta funkcjonuje pod nazwą transformacji HHT (ang. *Hilbert-Huang Transform*). Transformacja ta umożliwia poprawną dekompozycję sygnału EEG na sumę quasi-harmonicznych składowych, których amplitudy oraz częstotliwości są parametrycznymi funkcjami czasu. W przeciwieństwie do stosowanych aktualnie w diagnostyce transformacji Fouriera DFT oraz STFT nadaje się ona do analizy zjawisk o charakterze zarówno nieliniowym jak i niestacjonarnym.

Abstract. An Empirical Mode Decomposition method extended with the Hilbert transform (Hilbert-Huang Transform) was used for EEG decomposition in time domain. This transformation allows for proper EEG signal decomposition into quasi-harmonic components that amplitudes and frequencies are time dependence functions. In contrast to commonly used in diagnostic's DFT and STFT transformations, proposed method is suitable for non-stationary and nonlinear phenomenon's. (**Decomposition of EEG signal in the time-domain using a Hilbert-Huang transformation HHT**)

Słowa kluczowe: dekompozycja sygnałów, sygnały EEG, transformacja Hilberta, transformacja EMD, transformacja HHT.

Keywords: signals decomposition, EEG signals, Hilbert transform, EMD transform, HHT transform.

Wprowadzenie

Badania elektroencefalograficzne (EEG) umożliwiają analizę elektrycznej czynności mózgu [1,2] wywołanej zarówno naturalnymi funkcjami fizjologicznymi organizmu, jak również anomaliami i stanami chorobowymi. Aktualnie badania EEG stosowane są w diagnostyce epilepsji, urazów mechanicznych mózgu, schorzeniach neurologicznych, EEG-biofeedbacku (neurofeedbacku), jak również kontroli interakcji układu mózg-komputer [3].

Tematyka badawcza i aplikacyjna związana z wykorzystywaniem sygnałów EEG jest bardzo obszerna, a jednym z istotnych jej działów jest QEEG (ang. *Quantitative EEG*) [2,3]. Dotyczy ono oceny ilościowej pewnych zjawisk zachodzących w mózgu dokonywanej za pomocą aparatu matematycznego użytego w celu wydobycia informacji z sygnałów EEG. Jednym z nich jest stosowana w praktyce analiza częstotliwościowa z wykorzystaniem transformacji Fouriera FFT lub krótkoczasowej transformacji Fouriera STFT. Umożliwiają one wyznaczenie rozkładu amplitud napięcia bądź mocy sygnałów sinusoidalnych dla występujących w analizowanym sygnale wartości częstotliwości. Można w ten sposób identyfikować aktywność mózgu w określonych przedziałach częstotliwości fal mózgowych. Na tej podstawie tworzone są mapy aktywności mózgu dla określonych pasm częstotliwości, przy czym w tym przypadku niezbędne jest użycie dostatecznie gęsto rozmieszczonej sieci elektrod pomiarowych na głowie. Omówienie sposobu rozmieszczania, oznaczania symbolami oraz liczby stosowanych elektrod można znaleźć np. w [1,2]. Analiza Fouriera daje również informacje dotyczące zależności fazowych pomiędzy poszczególnymi falami EEG. Przykładowo, zależność ta może być wykorzystywana w diagnostyce epilepsji dla sygnałów pobieranych z przyległych par elektrod, np. odwrócenie fazy fal F4-C4 i C4-P4 sygnalizuje potencjalną możliwość czynności napadowej w punkcie C4 [2]. Najistotniejszą informacją uzyskaną dzięki transformacji Fouriera jest określenie wartości częstotliwości występujących w sygnale EEG, przy czym ich występowanie jest uwarunkowane zarówno aktywnością mózgu, jak również wiekiem. Podstawowy zakres obejmuje fale w następujących pasmach częstotliwości: Delta (0,5 Hz - 3 Hz), Theta (3 Hz - 7 Hz), Niska Alfa (8 Hz - 10 Hz), Wysoka Alfa (11 Hz - 13 Hz), rytm sensomotoryczny SMR (13 Hz - 15 Hz), Niska Beta (16 Hz - 20 Hz), Wysoka Beta (21 Hz - 36 Hz), Gamma

(rytm Sheera 38 Hz - 42 Hz) [2]. Ze względu na niestacjonarny charakter sygnałów EEG najczęściej stosuje się transformację Fouriera STFT, a także rekursywne modelowanie liniowe (filtr Kalmana) [1].

W odróżnieniu od często stosowanej analizy Fouriera sygnałów, gdzie zakłada się, że sygnał jest sumą pewnej liczby przebiegów sinusoidalnych, ważną rolę w analizie odegrać może transformacja Hilberta, w której przyjmuje się, że sygnał ma formę pojedynczego, ale zmodulowanego przebiegu sinusoidalnego. Natura sygnałów EEG często jest tożsama z taką definicją, dlatego w wielu przypadkach transformacja Hilberta i oparte o nią metody dekompozycji mogą sprawdzać się dużo lepiej od metod opartych o przekształcenie Fouriera. Dodatkowo, w przypadku analizy zjawisk o charakterze zarówno nieliniowym jak i niestacjonarnym, często wykorzystywana transformacja czasowo-częstotliwościowa sygnałów może generować trudne do poprawnej interpretacji obrazy widmowe. Huang w swojej publikacji [4] przedstawił nową adaptacyjną technikę reprezentacji sygnałów charakteryzujących takie zjawiska, jako sumę prostszych składowych w dziedzinie czasu. Technika ta nazwana EMD (ang. *Empirical Mode Decomposition*) jest w stanie oddzielić od siebie składowe nakładające się zarówno w czasie jak i częstotliwości, które nie mogą zostać oddzielone przez inne standardowe techniki filtracji. Metoda EMD umożliwia wyznaczenie w dziedzinie czasu rozkładu energii sygnału dla występujących w nim częstotliwości, tak więc przypomina transformację falkową. Dlatego znalazła zastosowanie w różnorodnych dziedzinach, jak np. w przetwarzaniu sygnałów dźwiękowych, do analizy i identyfikacji wibracji nieliniowych układów mechanicznych itp.

Algorytm dekompozycji EMD

Zasada działania algorytmu EMD (ang. *Empirical Mode Decomposition*) polega na adaptacyjnej dekompozycji sygnału pierwotnego na funkcje składowe IMF (ang. *intrinsic mode function*). Są to funkcje spełniające następujące warunki [4,5]:

warunek 1: liczba ekstremów i liczba przejść przez zero sygnału muszą być sobie równe lub różnić się co najwyżej o jeden,

warunek 2: średnia wartość obwiedni interpolującej lokalne maksima i obwiedni interpolującej lokalne minima jest równa zero.

Aby uzyskać sygnały składowe IMF z oryginalnego sygnału, należy poddać go następującym operacjom [4,5]:

1. Wyodrębnienie lokalnych ekstremów, a następnie ich interpolacja funkcją spline trzeciego stopnia i stworzenie górnej obwiedni $e_g(t)$ sygnału, analogiczną operację należy przeprowadzić dla lokalnych minimów otrzymując obwiednię dolną $e_d(t)$.

2. Obliczenie lokalnej średniej $m_1(t)$ jako:

$$(1) \quad m_1(t) = \frac{e_g(t) + e_d(t)}{2}$$

gdzie: $e_g(t)$ i $e_d(t)$ - górna i dolna obwiednia sygnału.

3. Funkcję $h_1(t)$, która może stanowić pierwszy IMF otrzymuje się przez odjęcie od analizowanego sygnału $x(t)$ lokalnej średniej $m_1(t)$:

$$(2) \quad h_1(t) = x(t) - m_1(t)$$

gdzie: $h_1(t)$ - funkcja, która może być składową IMF, $x(t)$ - analizowany sygnał.

4. Jeśli $h_1(t)$ spełnia warunki 1 i 2, to jest składową IMF, jeśli nie, to traktujemy ją jako analizowany sygnał i powtarzamy kroki 1-3 do momentu, aż nią będzie.

5. Gdy uzyskamy pierwszą składową IMF, usuwamy ją z oryginalnego sygnału otrzymując sygnał resztkowy $r_1(t)$:

$$(3) \quad r_1(t) = x(t) - h_1(t)$$

6. Traktując teraz $r_1(t)$ jako sygnał analizowany i powtarzając powyższe operacje 1-5, drugą składową możemy zapisać jako:

$$(4) \quad h_2(t) = r_1(t) - r_2(t)$$

Powtarzamy powyższy proces n razy otrzymując kolejne IMF jako:

$$(5) \quad \begin{aligned} h_1(t) &= x(t) - r_1(t) \\ h_2(t) &= r_1(t) - r_2(t) \\ &\vdots \\ h_n(t) &= r_{n-1}(t) - r_n(t) \end{aligned}$$

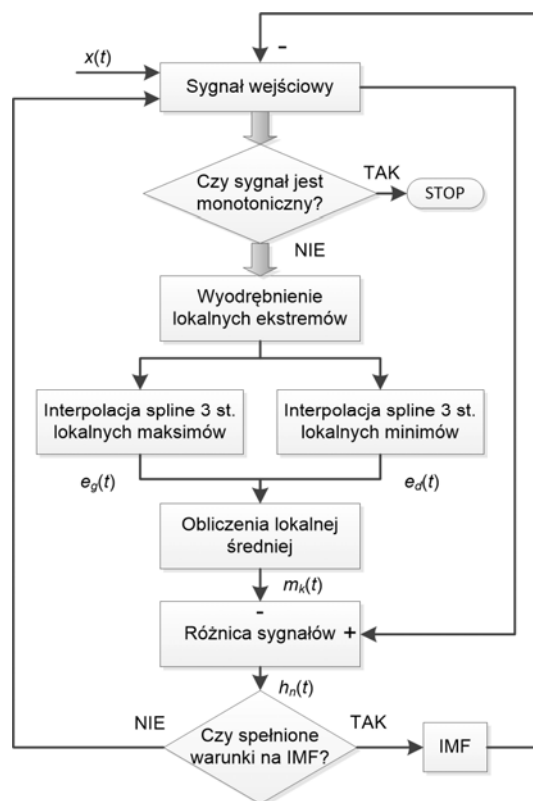
Proces dekompozycji zostaje zakończony, gdy $r_n(t)$ staje się funkcją monotoniczną lub stałą, co powoduje, że nie można wyodrębnić więcej składowych IMF (wynika to z warunków 1 i 2). Schemat blokowy algorytmu opisanego w [4] został przedstawiony na rysunku 1. Sumując stronami równania w (5) otrzymujemy:

$$(6) \quad x(t) = \sum_{i=1}^n h_n(t) + r_n(t)$$

Dokonując dekompozycji sygnału $x(t)$ otrzymujemy zatem kolejno poszczególne składowe IMF: $h_1(t), h_2(t), \dots, h_n(t)$ oraz sygnał resztkowy $r_n(t)$. Proces poszukiwania składowej IMF polega na odejmowaniu od sygnału średniej lokalnej $m_k(t)$ k -razy, aż do uzyskania funkcji IMF spełniającej warunki 1 oraz 2. Ma on na celu eliminację małych odkształceń w pobliżu lokalnych minimów i maksimów oraz doprowadzenie sygnału do postaci quasi-symetrycznej w stosunku do zera. Dodatkowo, oprócz warunków 1 i 2, kryterium zakończenia tej iteracji wprowadzono w [4], i ma ono postać:

$$(7) \quad SD_k = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1(k)}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, n$$

Kryterium to definiuje wymaganą miarę pomiędzy dwoma kolejnymi sygnałami $h_{1(k-1)}(t)$ i $h_{1(k)}(t)$ podczas iteracji. Jeśli wartość SD_k jest mniejsza, niż założona wartość graniczna, proces będzie zatrzymany, $h_{1(k)}(t)$ zostanie przyjęte jako IMF i algorytm rozpocznie poszukiwanie kolejnego IMF.



Rys. 1. Schemat algorytmu dekompozycji EMD

Rozszerzenie algorytmu EMD o transformację Hilberta

Algorytm EMD umożliwił dekompozycję sygnału na składowe IMF od najwyższej do najniższej częstotliwości. Algorytm HHT (ang. *Hilbert-Huang Transform* [4,5]) jest rozszerzeniem algorytmu EMD, przez zastosowanie transformacji Hilberta. Umożliwia ona wyznaczenie wartości chwilowych częstotliwości i amplitud zdekomponowanych składowych sygnału. Zastosowanie analizy spektralnej Hilberta ułatwia wyizolowanie poszczególnych składowych sygnałów oraz ustalenie, która częstotliwość dominuje w sygnale. Transformacja Hilberta jest przekształceniem w dziedzinie czasu opisanym formułą [4,5,6]:

$$(8) \quad \hat{h}(t) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

gdzie: $h(t)$ – sygnał IMF o wartościach rzeczywistych, $\hat{h}(t)$ – transformata Hilberta sygnału $h(t)$.

Sygnał pierwotny $h(t)$ oraz jego transformatę $\hat{h}(t)$ wykorzystuje się do utworzenia sygnału analitycznego $H(t)$:

$$(9) \quad H(t) = h(t) + j\hat{h}(t)$$

Dla sygnału analitycznego można wyznaczyć [4,5,6]:

- fazę chwilową – argument liczby zespolonej:

$$(10) \quad \psi(t) = \arctan \frac{\hat{h}(t)}{h(t)}$$

- pulsację chwilową (częstotliwość kątową) – jako pochodną fazy chwilowej:

$$(11) \quad \omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$$

- obwiednię sygnału (chwilową amplitudę) – jako moduł liczby zespolonej:

$$(12) \quad A(t) = \pm \sqrt{h^2(t) + \hat{h}^2(t)}$$

Znak \pm znajduje się przed pierwiastkiem ze względu na to, że wartości dodatnie odpowiadają górnej obwiedni sygnału a wartości ujemne obwiedni dolnej [5]. Faza chwilowa $\psi(t)$ o wartościach funkcji arcus tangens poddana procedurze rozwijania (ang. *unwrap*) jest funkcją ciągłą, rosnącą monotonicznie. Jej zmienność, a więc pochodna chwilowej fazy po czasie jest pulsacją chwilową $\omega(t)$. W celu uniknięcia problemu rozwijania fazy, przy wyznaczaniu chwilowej pulsacji (11) można posłużyć się metodą zaproponowaną i uzasadnioną w [5]:

$$(13) \quad \psi' = \arctan\left(\frac{\text{Im}(H_n^* H_{n+1})}{\text{Re}(H_n^* H_{n+1})}\right)$$

gdzie: H_n^* - n -ta próbka sprzężonego sygnału analitycznego analizowanej składowej IMF, H_n - $(n+1)$ próbka sygnału analitycznego analizowanej składowej IMF.

W ten sposób każdą analizowaną składową IMF rzeczywistego sygnału diagnostycznego EEG, można w łatwy sposób reprezentować z wykorzystaniem parametrów jego sygnału analitycznego, chwilowej amplitudy $A(t)$ (12) i chwilowej pulsacji $\omega(t)$ (11) [5,6,7,8]:

$$(14) \quad x(t) = A(t) \cos\left(\int_0^t \omega(t) dt\right)$$

Rozdzielczość częstotliwościowa, czyli minimalna różnica pomiędzy dwiema harmonicznymi, które są rozróżnialne w sygnale jest jednym z najważniejszych kryteriów metody. Algorytm EMD jest w stanie rozróżnić dwie harmoniczne tylko wtedy, gdy ich częstotliwości znacząco się różnią. Granicą oddzielenia od siebie dwóch położonych blisko składowych jest hiperbola opisana wzorem [5,8]:

$$(15) \quad \frac{A_2}{A_1} \leq \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{-2} \quad \text{dla} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} > 1,5$$

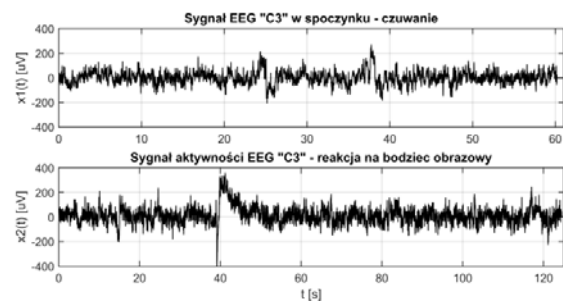
gdzie: A_1, A_2 - amplitudy kolejnych harmonicznymi, ω_1, ω_2 - pulsacje kolejnych harmonicznymi.

Cel i przedmiot badań

Celem badań była weryfikacja możliwości diagnostycznych czasowej transformacji Hilberta HHT w odniesieniu do sygnałów EEG. W tym celu wykonano implementację algorytmów EMD i Hilberta w środowisku Matlab [9,10] oraz przeprowadzono eksperymenty symulacyjne dla przykładowych sygnałów EEG.

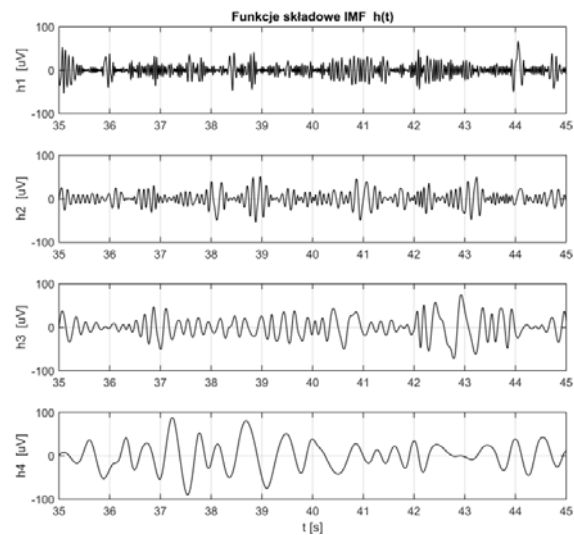
Przebieg oraz wyniki eksperymentów symulacyjnych

Do eksperymentów wykorzystane zostały dane medyczne pochodzące z ogólnodostępnej bazy PhysioNet [11,12]. Zapis sygnałów EEG z 64 elektrod wykonany został zgodnie z międzynarodowym systemem 10-10, z częstotliwością próbkowania 160 Hz i rozdzielczością 16 bitów, za pomocą aparatu BI2000 [11]. Zarejestrowane dane dotyczą badań w zakresie poszukiwania reakcji mózgu na wyobrażenie sobie ruchu. W artykule wykorzystano dwa zapisy sygnałów wykonane za pomocą elektrody C3: trwający 60 sekund zapis bazowy $x_1(t)$ w warunkach czuwania z otwartymi oczami oraz sygnał aktywności $x_2(t)$ obejmujący 120 sekundowy zapis reakcji na wyobrażenie ruchu (rys. 2). Bodziec stanowił obraz pojawiający się na ekranie w jego górnej lub dolnej części, a badana osoba miała za zadanie wyobrazić sobie otwieranie a następnie zamykanie obydwu pięści (obraz na górze ekranu) lub stóp (obraz na dole ekranu), odpowiednio w chwili pojawienia się a następnie zaniku obrazu. Zarejestrowane dane poddane zostały wstępnej filtracji dolnoprzepustowej z -3 dB częstotliwością graniczną filtra 32 Hz.

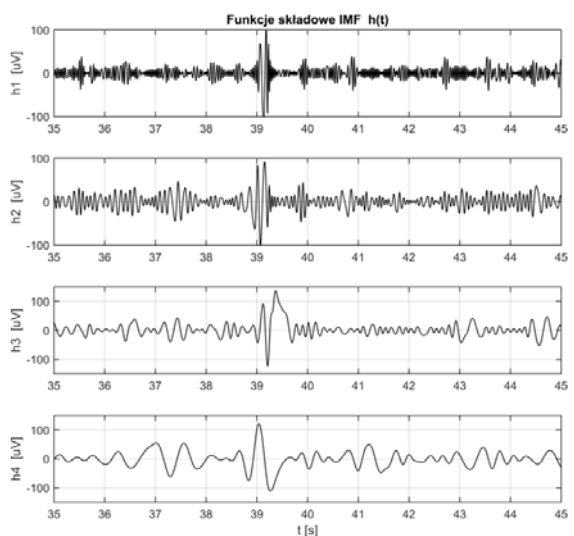


Rys. 2. Przebiegi czasowe sygnałów EEG

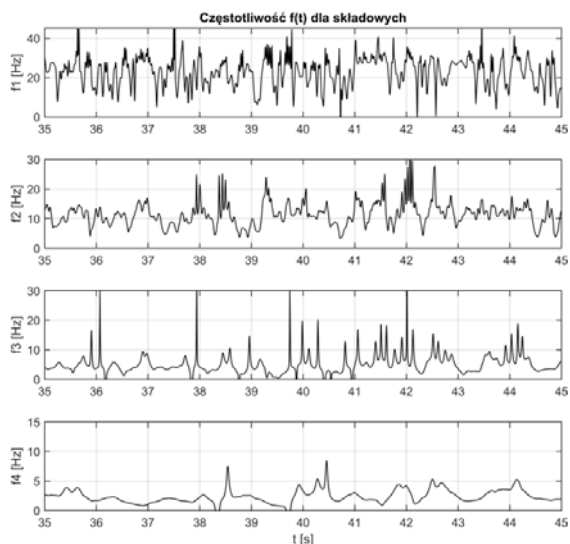
Na rysunkach 3 oraz 4 przedstawiono wyniki rozkładu sygnałów $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$ na składowe IMF za pomocą algorytmu EMD. Zaprezentowano cztery pierwsze składowe w przedziale czasu pomiędzy 35 a 45 sekundą rejestracji. Na rysunkach 5 oraz 6 pokazano przebiegi chwilowych częstotliwości oraz chwilowych amplitud składowych IMF sygnału $x_2(t)$ (z rys. 4), zarejestrowanego w punkcie pomiarowym "C3", w przedziale czasu pomiędzy 35 a 45 sekundą rejestracji, w którym wystąpiła reakcja na bodziec.



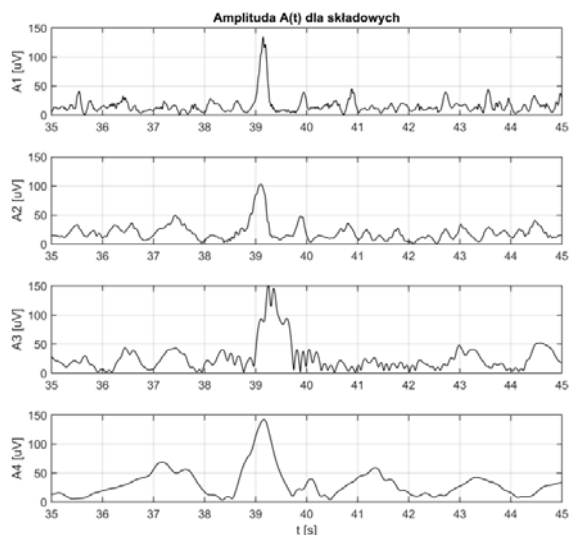
Rys. 3. Funkcje składowe IMF sygnału EEG $x_1(t)$ (z rys. 2) w punkcie "C3" w spoczynku – czuwanie



Rys. 4. Funkcje składowe IMF sygnału EEG $x_2(t)$ (z rys. 2) w punkcie "C3" – reakcja na bodziec obrazowy



Rys. 5. Przebiegi czasowe częstotliwości składowych IMF sygnału EEG $x_2(t)$ (z rys. 4) w punkcie "C3" – reakcja na bodziec obrazowy



Rys. 6. Przebiegi czasowe amplitud składowych IMF sygnału EEG $x_2(t)$ (z rys. 4) w punkcie "C3" – reakcja na bodziec obrazowy

Analiza uzyskanych wyników

W wyniku przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych wyodrębniono funkcje składowe IMF rzeczywistych sygnałów EEG $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$ (rys. 3 i 4). Funkcje składowe IMF mają charakter funkcji sinusoidalnych z modulowaną amplitudą i częstotliwością, zgodnie z (14). Kolejność wyodrębniania składowych przebiegów od częstotliwości najwyższych do najniższych. Na rysunku 4 wyraźnie widać zarejestrowaną w 39 sekundzie reakcję na bodziec obrazowy. Wartości częstotliwości składowych IMF sygnału $x_2(t)$ można odczytać z rysunku 5. Przybliżone wartości średnie poszczególnych składowych IMF wynoszą: 22 Hz, 11 Hz, 5 Hz i 3 Hz. Potwierdzają one obecność fal: Wysoka Beta, Wysoka Alfa, oraz Theta, zgodnie z podziałem i nazewnictwem przedstawionym we wprowadzeniu. Podobne wartości częstotliwości mają składowe IMF dla sygnału $x_1(t)$, jednak nie zamieszczono tutaj ich przebiegów z powodu ograniczonego miejsca. Nie zaobserwowano zmiany częstotliwości fal w chwili pojawienia się bodźca obrazowego, ani też pojawienia się fali o innej częstotliwości. Wartości amplitud składowych IMF sygnału $x_2(t)$ można odczytać z rysunku 6. Przybliżone wartości maksymalne amplitud składowych IMF A_1 , A_3 oraz A_4 w chwili

wystąpienia impulsu obrazowego w 39 sekundzie mają wartości około 3-krotnie większe, niż przed lub po wystąpieniu bodźca. Dla składowej A_2 wzrost ten jest około 2÷2,5-krotny. Podobne wartości amplitud mają składowe IMF dla sygnału $x_1(t)$, z wyjątkiem skoku amplitudy wywołanego reakcją na bodziec obrazowy.

Podsumowanie

Przedstawione w artykule wyniki eksperymentów potwierdzają możliwość zastosowania czasowej transformacji Hilberta-Huanga do analizy sygnałów elektroencefalograficznych. W wyniku zastosowania transformacji HHT, wyznaczone są dla sygnałów EEG składowe sinusoidalne o modulowanej amplitudzie i częstotliwości. Z diagnostycznego punktu widzenia istotną jest możliwość wiarygodnego określania wartości częstotliwości składowych występujących w sygnale, oraz fakt wrażliwości amplitudy transformatów na pojawiające się bodźce, w warunkach niestacjonarnego i nieliniowego charakteru czynności elektrycznej mózgu.

Praca została sfinansowana ze środków na działalność statutową Katedry Metrologii i Elektroniki AGH.

LITERATURA

- [1] Augustyniak P., Przetwarzanie sygnałów elektrodiagnostycznych, *Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH*, Kraków, (2001)
- [2] Thompson M., Thomson L., Neurofeedback – Wprowadzenie do podstawowych koncepcji psychofizjologii stosowanej. *Wydawnictwo. Biomed Neurotechnologie*, Wrocław 2012
- [3] Rodrigues J.P., Rosa A., EEG Biofeedback: Viability and Future Directions, Z.S. Hippe et al. (Eds): *Human – Computer System Interaction*, AISC 98, Part I, pp.555-570, Springer Verlag (2012)
- [4] Huang N. E. et al., The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *The Royal Society – Proc. R. Soc. Lond. A* (1998), 454, s. 903-995
- [5] Feldman M., Hilbert Transform Applications in Mechanical Vibration, *WILEY*, ISBN: 9780470978276, (2011)
- [6] Zieliński T.P., Cyfrowe przetwarzanie sygnałów – Od teorii do zastosowań, *Wydawnictwa Komunikacji i Łączności*, ISBN: 9788320616408, (2009)
- [7] Braun S., Feldman M., Decomposition of non-stationary signals into varying time scales: Some aspects of the EMD and HVD methods, *ELSEVIER – Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (2011), s. 2608-2630
- [8] Feldman M., Analytical basics of the EMD: Two harmonics decomposition, *ELSEVIER – Mechanical Systems and Signal Processing* 23 (2009), s. 2059-2071
- [9] Serzysko B., Sławik P., Modelowanie sygnałów drgań oraz odkształceń rurociągów wywołanych oddziaływaniami parasejsmicznymi gruntu, Praca dyplomowa magisterska, Materiały niepublikowane, AGH Kraków (2014)
- [10] Matlab User's Guide, *The Mathworks Inc.*
- [11] Schalk G., et al., BCI2000: A General-Purpose Brain-Computer Interface (BCI) System. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 51(6):1034-1043, (2004)
- [12] Goldberger A.L. et al., PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation* 101(23): e215-e220 *Circulation Electronic Pages*, June 13, (2000), <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>

Autorzy: dr inż. Wacław Gawędzki, E-mail: waga@agh.edu.pl, dr inż. Mirosław Socha, E-mail: socha@agh.edu.pl, mgr inż. Piotr Sławik, E-mail: slawik18@gmail.com, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Metrologii i Elektroniki, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków