

Nagrzewnica indukcyjna cylindryczna, wzory na parametr tłumienia i dobroć

Streszczenie. Wyprowadzono wzory na parametr elektryczny cylindrycznych pieców i nagrzewnic indukcyjnych dla wykonania wstępnych projektów inżynierskich.

Abstract. Formulas for electrical parameter of cylindrical induction furnaces and heaters was obtained for preparation of initial engineering projects. (Cylindrical induction heater – design formulas).

Słowa kluczowe: elektrotermia, nagrzewanie indukcyjne, parametry pieców i nagrzewnic indukcyjnych, piec tyglowy.
Keywords: electroheat, induction heating, parameters of induction furnaces and heaters, crucible furnace.

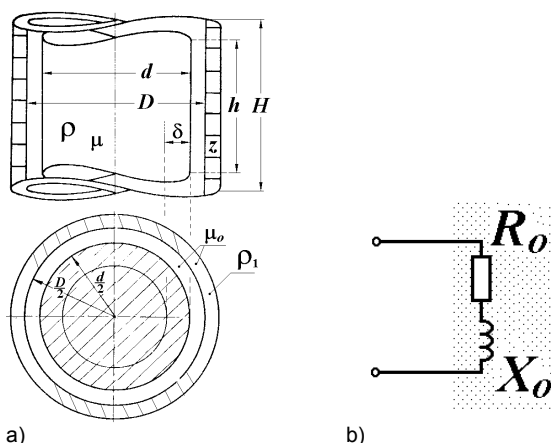
Wstęp

Wyznaczenie parametrów nagrzewnic i pieców indukcyjnych na podstawie danych fizycznych jest często konieczne podczas zajmowania się tematyką nagrzewania indukcyjnego. W artykule wyprowadzono proste wzory dla bardzo często stosowanej cylindrycznej nagrzewnicy indukcyjnej. Wzory także można zastosować do cylindrycznych, tyglowych pieców indukcyjnych.

Wyznaczanie parametrów na podstawie danych fizycznych

Na podstawie danych fizycznych danej nagrzewnicy indukcyjnej czyli jej wymiarów geometrycznych i własności materiałowych możemy obliczyć jej różne parametry, np.: rezystancję, reaktancję a więc także współczynnik mocy, dobroć. W artykule wyprowadzono proste wzory i są one dokładniejsze niż podane w literaturze [1].

Rozpatrywana cylindryczna nagrzewnica indukcyjna posiada wymiary geometryczne i własności materiałowe wzbudnika i wsadu oznaczone tak jak na rys. 1.

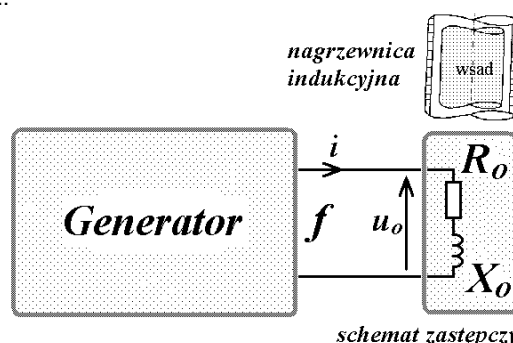


Rys. 1. Konstrukcja (a) oraz elektryczny schemat zastępczy (b) cylindrycznej nagrzewnicy indukcyjnej układu wzbudnik – wsad o średnicach D , d i wysokościach H , h przy z - zwojowym wzbudniku i głębokości wnikania δ wsadu; μ , μ_o - przenikalności magnetyczne, ρ , ρ_1 - rezystywności, rezystancja zastępcza R_o i reaktancja zastępcza X_o

Dla przejrzystości tam gdzie było to możliwe wprowadzono proste bezindeksowe oznaczenia (podobnie jak Liwiński w [2]) w ten sposób, że duże litery dotyczą wzbudnika zaś małe – wsadu.

Rezystancja zastępcza R_o i reaktancja zastępcza X_o (rys. 1) zależą także od częstotliwości f . Nagrzewnica zasilana jest z generatora wielkościami i , u_o o częstotliwości

f tak jak to pokazano na blokowo-ideowym schemacie na rys. 2.



Rys. 2. Blokowo-ideowy schemat zasilania nagrzewnicy indukcyjnej z generatora o częstotliwości f

Najbardziej przydatne jest obliczenie parametrów elektrycznych nagrzewnicy rezystancji R_o i reaktancji X_o w celu wyznaczenia jej schematu zastępczego (rys. 1b) a następnie parametru tłumienia p związanego z dobrocią Q zależnością

$$(1) \quad p = \frac{R_o}{2X_o} = \frac{1}{2Q}$$

W obliczeniach teoretycznych jest bardzo wiele wyprowadzonych wzorów zależnych tylko od jednego parametru p lub dobroci Q ponieważ skupiają one już w sobie naraz dwa parametry R_o i X_o . W literaturze elektrotermicznej [2-9] często są podawane wzory na R_o i X_o w przeciwieństwie do p lub dobroci Q . Dlatego w tym artykule wyprowadzono wzory na parametr p .

Najczęściej podawany wzór w literaturze na rezystancje R_o (rys. 1):

$$(2) \quad R_o = R_1 + R_w = \frac{R_w}{\eta} = \pi z^2 \frac{\rho d F_r K_r}{h \delta \eta}$$

gdzie: R_1 – rezystancja wzbudnika, R_w – rezystancja wsadu, F_r – współczynnik kształtu wsadu cylindrycznego (rys. 3), K_r – współczynnik korekcyjny (rys. 4), η – sprawność elektryczna indukcyjnego układu grzejnego (4).

Reaktancja X_o (rys. 1 i 2):

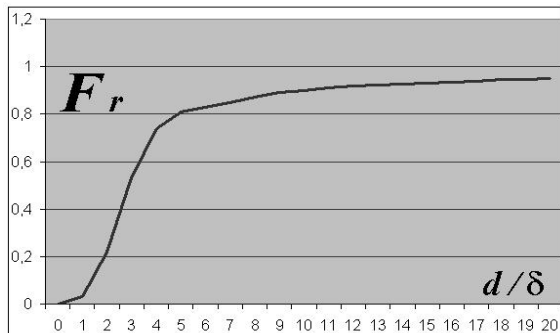
$$(3) \quad X_o \approx \pi z^2 \left[\frac{\omega_o \mu_o}{4} \left(\frac{D^2}{H} K_N - \frac{d^2}{h} K_x \right) \right] = \pi z^2 \frac{\omega_o \mu_o}{4} \left(\frac{D^2}{H} - \frac{d^2}{h} \frac{K_x}{K_N} \right) K_N$$

gdzie: K_N – współczynnik Nagaoki (rys. 5), K_x – współczynnik korekcyjny (rys. 4), $\omega_o = 2\pi f$ to pulsacja.

Wzór (3) jest uproszczony aby dalsze wyprowadzenia i wzór końcowy nie były zbyt skomplikowane.

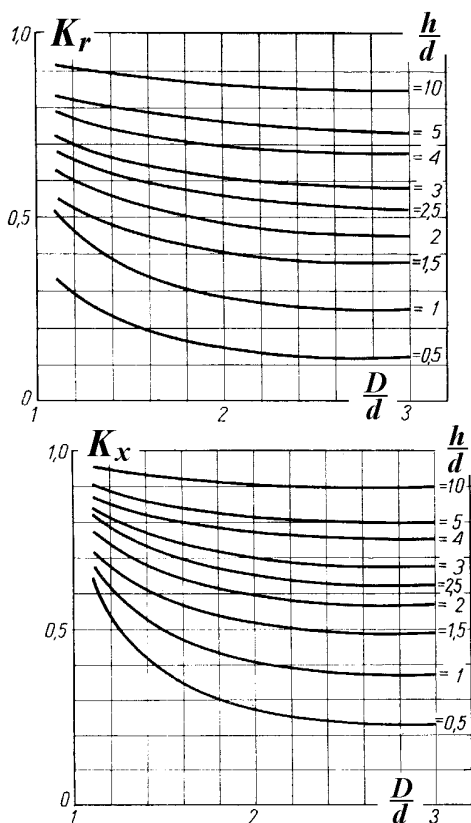
Współczynniki dla wsadu cylindrycznego podane we wzorach (2) i (3) odpowiednio: kształtu F_r , korekcyjne K_r , K_x oraz Nagaoki K_N znajdują się na rysunkach nr od 3 do 5.

Współczynnik kształtu F_r wsadu cylindrycznego w funkcji d/δ wykreślono (na podstawie literatury [2,4,8]) na rysunku 3.



Rys. 3. Współczynnik kształtu F_r wsadu cylindrycznego w funkcji d/δ .

Współczynniki korekcyjne K_r , K_x w funkcji D/d dla różnych parametrów h/d wyznaczone empirycznie wg [2] przedstawione są rysunku 4.



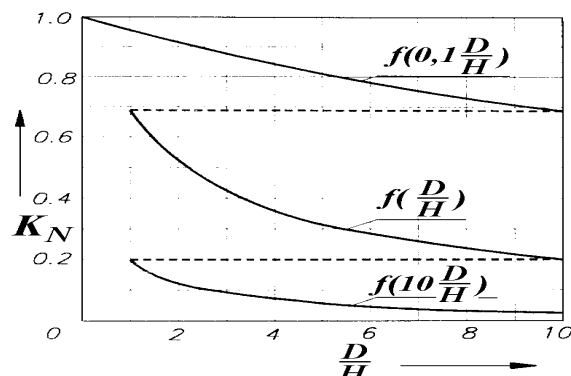
Rys. 4. Współczynniki korekcyjne K_r , K_x wsadu cylindrycznego w funkcji D/d dla różnych parametrów h/d wg [2].

Współczynnik Nagaoki K_N w funkcji D/H wg [4] przedstawiony jest na rysunku 5.

Sprawność elektryczna η indukcyjnego układu grzejnego wg [4,8] przedstawia wzór 4:

$$(4) \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_r K_r k_w} \frac{HD}{hd} \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_r \rho}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_r K_r k_w} \frac{HD}{hd} \sqrt{\rho_1} k_p}$$

gdzie: $k_p = \sqrt{\rho \mu_r}$ jest współczynnikiem pochłaniania energii pola elektromagnetycznego, k_w to współczynnik wypełnienia uzwojenia.



Rys. 5. Współczynnik Nagaoki dla wzbudnika o przekroju kołowym na podstawie [4]

W literaturze rzadko występuje oznaczenie $k_p = \sqrt{\rho \mu_r}$ zwane współczynnikiem pochłaniania energii pola elektromagnetycznego wg [8] ponieważ ma wymiar oraz ma niewygodny zakres wartości. Dlatego wprowadzono oznaczenie bezwymiarowe $k_{pr} = \sqrt{\rho_r \mu_r}$ czyli względny współczynnik pochłaniania energii pola elektromagnetycznego poprzez wprowadzenie względnej oporności właściwej $\rho_r = \frac{\rho}{\rho_{Cu20}}$ (zaproponowany w odniesieniu do miedzi przy 20 stopniach $^{\circ}C$). Wartości tego współczynnika k_{pr} dla najczęściej używanych metali są obliczone w tabeli 1.

Tabela 1. Względny współczynnik k_{pr} pochłaniania energii pola elektromagnetycznego w funkcji temperatury dla różnych metali w odniesieniu do miedzi przy 20 $^{\circ}C$.

Tabela 1. Współczynnik k_{pr} dla różnych metali						
Temperatura $^{\circ}C$	Cu	Al	Ag	Sn	Stal $\mu_r = 20$	Stal $\mu_r = 100$
0	0,93	1,22	0,91	2,51	10,38	23,20
20	1,00	1,28	0,95	2,51	10,58	23,66
100	1,12	1,45	1,08	3,03	13,13	29,35
200	1,27	1,65	1,23	3,25	16,33	36,51
300	1,42	1,83	1,36	5,29	19,65	43,94
400	1,55	2,01	1,49	5,37	23,09	51,64
500	1,67	2,19	1,61	5,49	26,46	59,16
600	1,84	2,35	1,71	5,61	29,81	66,67
700	1,88	3,94	1,81	5,71	33,98	75,98
800	1,99	4,06	1,90	5,83	8,16	8,16
900	2,08	4,18	1,99	5,92	8,26	8,26
1000	2,16	4,25	3,28	6,03	8,26	8,26
1100	3,38	4,34	3,39	6,13	8,42	8,42
1200	3,44	4,44	3,49	6,24	8,47	8,47
Temperatura topnienia $^{\circ}C$	1083	660	960	232	ok. 1500	ok. 1500

* Stal o niskiej zawartości węgla

Z tabeli 1 wynika, że stal oczywiście posiada największe wartości tego współczynnika z powodu $\mu_r \gg 1$. Jednak powyżej punktu Curie powyżej ok. 750 $^{\circ}C$ wg [9] po utracie własności magnetycznych inne metale (zwłaszcza w stanie ciekłym) już nie wiele mniej pochłaniają energię od stali. Grubym drukiem zaznaczono dane: dla metali w stanie ciekłym zaś dla stali po utracie własności magnetycznych.

Uwzględniono, że wzбудnik jest trochę cieplejszy mimo że jest chłodzony i posiada do 60 °C. Wtedy wyrażenie we wzorze (4) ma postać $\sqrt{\mu_r \frac{\rho}{\rho_1}} = \frac{7}{8} k_{pr}$ oraz dając współczynnik wypełnienia uzwojenia $k_w = 8/10$ i przy założeniu $H=h$ otrzymujemy wzór na sprawność:

$$(5) \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_r K_r} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{\frac{7}{8} \cdot k_{pr}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_r K_r} \cdot \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{0,7 \cdot k_{pr}}}$$

Po wstawieniu wzoru (2) i (3) do (1) i nadal dla $H=h$ wyprowadzono wzór na parametr p nagrzewnicy indukcyjnej:

$$(6) \quad p = \frac{R_w}{2\eta X_o} = \frac{\frac{\rho d F_r K_r}{h\delta \eta}}{\frac{\omega_o \mu_o}{2} \left(\frac{D^2}{H} - \frac{d^2}{h} \frac{K_x}{K_N} \right) K_N} \stackrel{H=h}{=} \frac{\frac{\rho d}{\delta}}{\frac{\omega_o \mu_o}{2} \left(D^2 - d^2 \frac{K_x}{K_N} \right) \eta \frac{K_r}{K_N}}$$

Na podstawie przekształcenia wzoru (5) mamy zależność

$$(7) \quad \frac{F_r}{\eta} = F_r + \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{0,7 K_r \cdot k_{pr}}$$

oraz wzory na współczynniki

$$(8) \quad K_{rN} = \frac{K_r}{K_N} \quad K_{xN} = \frac{K_x}{K_N}$$

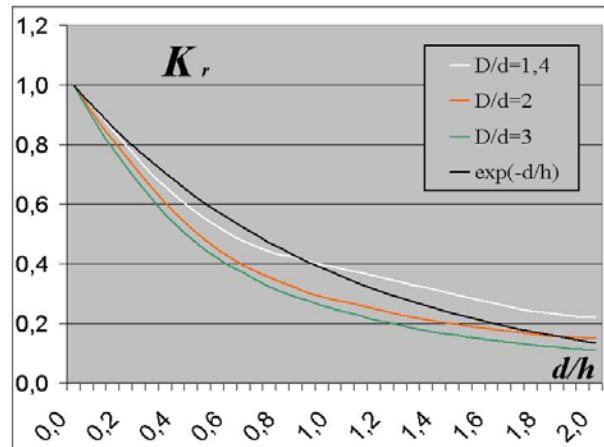
których wartości (Tabele 2 i 3) dla $H=h$ obliczono na podstawie rysunków 4 i 5 (dla współczynników K_r , K_x i K_N) jakie podaje literatura [2,4].

Tabela 2. Współczynnik K_{rN} wsadu cylindrycznego obliczony na podstawie współczynników K_r , K_N w funkcji d/h dla różnych parametrów D/d przy założeniu równości $H=h$

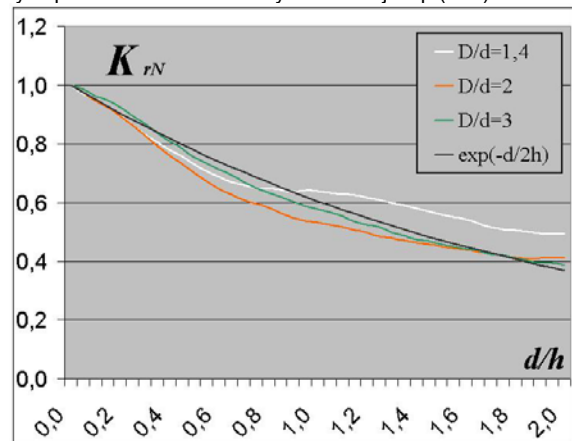
d/h	K_r			K_N $H=h$			$K_{rN}=K_r/K_N$ $H=h$		
	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,05	0,95	0,94	0,93	0,98	0,96	0,94	0,97	0,98	0,98
0,10	0,90	0,87	0,85	0,95	0,92	0,88	0,95	0,95	0,96
0,15	0,85	0,82	0,79	0,92	0,88	0,83	0,92	0,93	0,95
0,20	0,80	0,76	0,73	0,89	0,85	0,79	0,90	0,90	0,93
0,25	0,75	0,71	0,67	0,87	0,82	0,75	0,87	0,86	0,90
0,30	0,70	0,65	0,62	0,84	0,79	0,71	0,83	0,83	0,87
0,35	0,66	0,60	0,57	0,82	0,76	0,68	0,81	0,79	0,84
0,40	0,62	0,56	0,52	0,79	0,74	0,65	0,78	0,76	0,81
0,45	0,59	0,52	0,49	0,77	0,71	0,62	0,76	0,73	0,78
0,50	0,56	0,48	0,45	0,76	0,69	0,60	0,73	0,70	0,76
0,55	0,53	0,45	0,42	0,74	0,67	0,57	0,71	0,67	0,73
0,60	0,50	0,42	0,39	0,72	0,65	0,55	0,69	0,65	0,71
0,65	0,48	0,40	0,37	0,71	0,63	0,53	0,67	0,63	0,70
0,70	0,46	0,37	0,35	0,69	0,61	0,51	0,66	0,61	0,67
0,75	0,44	0,36	0,32	0,68	0,60	0,50	0,65	0,60	0,65
0,80	0,43	0,34	0,31	0,66	0,58	0,48	0,65	0,58	0,63
0,85	0,42	0,32	0,29	0,65	0,56	0,47	0,64	0,57	0,62
0,90	0,41	0,30	0,28	0,64	0,55	0,45	0,64	0,55	0,61
0,95	0,40	0,29	0,26	0,62	0,54	0,44	0,64	0,54	0,59
1,00	0,39	0,28	0,25	0,61	0,53	0,43	0,64	0,53	0,58
1,05	0,38	0,27	0,24	0,60	0,51	0,42	0,64	0,53	0,57
1,10	0,37	0,26	0,23	0,59	0,50	0,41	0,63	0,52	0,55

1,15	0,36	0,25	0,21	0,58	0,49	0,40	0,63	0,51	0,54
1,20	0,35	0,24	0,20	0,57	0,48	0,39	0,62	0,50	0,53
1,25	0,34	0,23	0,20	0,56	0,47	0,38	0,61	0,49	0,52
1,30	0,33	0,22	0,19	0,55	0,46	0,37	0,60	0,48	0,50
1,35	0,32	0,21	0,18	0,54	0,45	0,36	0,59	0,47	0,49
1,40	0,31	0,21	0,17	0,53	0,45	0,35	0,58	0,46	0,48
1,45	0,30	0,20	0,16	0,53	0,44	0,35	0,57	0,46	0,47
1,50	0,29	0,19	0,16	0,52	0,43	0,34	0,56	0,45	0,46
1,55	0,28	0,19	0,15	0,51	0,42	0,33	0,55	0,44	0,45
1,60	0,27	0,18	0,15	0,50	0,41	0,33	0,54	0,44	0,44
1,65	0,26	0,18	0,14	0,49	0,41	0,32	0,53	0,43	0,44
1,70	0,25	0,17	0,13	0,48	0,40	0,32	0,52	0,43	0,42
1,75	0,24	0,17	0,13	0,48	0,39	0,31	0,51	0,42	0,42
1,80	0,24	0,16	0,13	0,47	0,39	0,30	0,51	0,41	0,41
1,85	0,23	0,16	0,12	0,46	0,38	0,30	0,50	0,41	0,40
1,90	0,23	0,15	0,12	0,46	0,38	0,29	0,50	0,41	0,39
1,95	0,22	0,15	0,11	0,45	0,37	0,29	0,49	0,41	0,39
2,00	0,22	0,15	0,11	0,45	0,37	0,29	0,49	0,41	0,39

Wykres K_r oraz przeliczonego K_{rN} przedstawiono na rysunkach 6 i 7.



Rys. 6. Współczynnik K_r wsadu cylindrycznego w funkcji d/h dla różnych parametrów D/d oraz wykres funkcji $\exp(-d/h)$



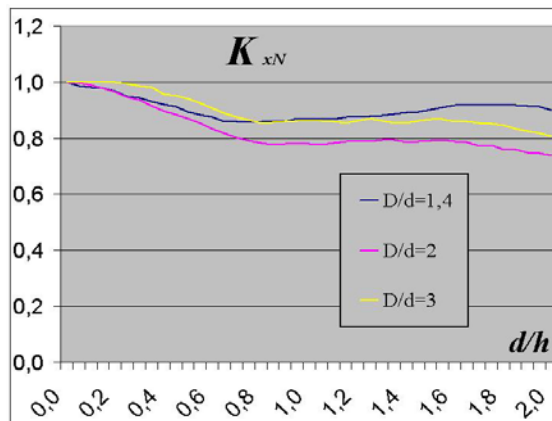
Rys. 7. Współczynnik K_{rN} wsadu cylindrycznego w funkcji d/h dla różnych parametrów D/d oraz wykres funkcji $\exp(-d/2h)$

Wykres obliczonego K_{xN} przedstawiono na rysunku 8.

Dla przybliżonych obliczeń można współczynniki K_r i K_{rN} aproksymować do exponent wg rysunków 6 i 7, zaś K_{xN} wynosi od ok. 0,8 do 1.

Tabela 3. Współczynnik K_{xN} wsadu cylindrycznego obliczony na podstawie współczynników K_x , K_N w funkcji d/h dla różnych parametrów D/d przy założeniu równości $H=h$

d/h	K_x			K_N $H=h$			$K_{xN}=K_x/K_N$ $H=h$		
	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$	$D/d=1,4$	$D/d=2$	$D/d=3$
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,05	0,97	0,96	0,94	0,98	0,96	0,94	0,99	1,00	1,00
0,10	0,93	0,91	0,88	0,95	0,92	0,88	0,98	0,99	1,00
0,15	0,90	0,87	0,83	0,92	0,88	0,83	0,98	0,98	1,00
0,20	0,86	0,82	0,79	0,89	0,85	0,79	0,97	0,96	1,00
0,25	0,82	0,78	0,74	0,87	0,82	0,75	0,95	0,95	0,99
0,30	0,79	0,74	0,70	0,84	0,79	0,71	0,95	0,94	0,99
0,35	0,76	0,70	0,67	0,82	0,76	0,68	0,93	0,91	0,98
0,40	0,73	0,66	0,62	0,79	0,74	0,65	0,92	0,90	0,96
0,45	0,71	0,63	0,59	0,77	0,71	0,62	0,91	0,88	0,95
0,50	0,68	0,60	0,56	0,76	0,69	0,60	0,89	0,87	0,94
0,55	0,66	0,57	0,53	0,74	0,67	0,57	0,88	0,85	0,93
0,60	0,63	0,54	0,50	0,72	0,65	0,55	0,87	0,83	0,91
0,65	0,61	0,51	0,47	0,71	0,63	0,53	0,86	0,82	0,89
0,70	0,60	0,49	0,45	0,69	0,61	0,51	0,86	0,80	0,88
0,75	0,58	0,47	0,43	0,68	0,60	0,50	0,86	0,79	0,87
0,80	0,57	0,45	0,41	0,66	0,58	0,48	0,86	0,78	0,85
0,85	0,56	0,44	0,40	0,65	0,56	0,47	0,86	0,78	0,86
0,90	0,55	0,43	0,39	0,64	0,55	0,45	0,86	0,78	0,86
0,95	0,54	0,42	0,38	0,62	0,54	0,44	0,87	0,78	0,86
1,00	0,53	0,41	0,37	0,61	0,53	0,43	0,87	0,78	0,86
1,05	0,52	0,40	0,36	0,60	0,51	0,42	0,87	0,78	0,86
1,10	0,51	0,39	0,35	0,59	0,50	0,41	0,87	0,78	0,86
1,15	0,50	0,39	0,34	0,58	0,49	0,40	0,88	0,79	0,86
1,20	0,50	0,38	0,34	0,57	0,48	0,39	0,87	0,79	0,86
1,25	0,49	0,37	0,33	0,56	0,47	0,38	0,88	0,79	0,87
1,30	0,49	0,37	0,32	0,55	0,46	0,37	0,88	0,79	0,86
1,35	0,48	0,36	0,31	0,54	0,45	0,36	0,89	0,79	0,86
1,40	0,48	0,35	0,30	0,53	0,45	0,35	0,89	0,79	0,85
1,45	0,47	0,35	0,30	0,53	0,44	0,35	0,90	0,79	0,86
1,50	0,47	0,34	0,30	0,52	0,43	0,34	0,90	0,79	0,87
1,55	0,46	0,34	0,29	0,51	0,42	0,33	0,91	0,79	0,87
1,60	0,46	0,33	0,28	0,50	0,41	0,33	0,92	0,79	0,86
1,65	0,45	0,32	0,28	0,49	0,41	0,32	0,92	0,79	0,86
1,70	0,44	0,31	0,27	0,48	0,40	0,32	0,92	0,77	0,85
1,75	0,44	0,31	0,26	0,48	0,39	0,31	0,92	0,78	0,85
1,80	0,43	0,30	0,26	0,47	0,39	0,30	0,92	0,76	0,85
1,85	0,43	0,29	0,25	0,46	0,38	0,30	0,92	0,76	0,83
1,90	0,42	0,28	0,24	0,46	0,38	0,29	0,91	0,75	0,82
1,95	0,41	0,28	0,24	0,45	0,37	0,29	0,91	0,75	0,82
2,00	0,40	0,27	0,23	0,45	0,37	0,29	0,90	0,74	0,81



Rys. 8. Współczynnik K_{xN} wsadu cylindrycznego w funkcji d/h dla różnych parametrów D/d .

Po wstawieniu $\delta^2 = \frac{2\rho}{\omega_o \mu_o \mu_r}$ do wzoru (10) otrzymamy

$$p = \delta \mu_r \frac{d}{(D^2 - d^2 K_{xN})} \left(F_r + \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{0,7 K_r \cdot k_{pr}} \right) K_{rN} =$$

$$(11) \quad = \frac{\delta \mu_r}{D} \frac{K_{rN}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_{xN}} \left[\frac{d}{D} F_r + \frac{1}{0,7 K_r \cdot k_{pr}} \right]$$

gdzie

$$(12) \quad \delta \mu_r = \frac{k_{pr}}{\sqrt{\frac{\pi \mu_o}{\rho_{Cu}} \sqrt{f}}} \approx \frac{k_{pr}}{15 \sqrt{f}}$$

uwzględniając wyrażenie (12) we wzorze (11) otrzymujemy wzór końcowy na parametru tłumienia p oraz dobroć Q (1)

$$(13) \quad p = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{15 D \sqrt{f}} \cdot \frac{K_{rN}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_{xN}} \left[\frac{d}{D} F_r k_{pr} + \frac{1}{0,7 K_r} \right]$$

lub

$$(14) \quad p = \frac{1}{2Q} = \frac{0,1}{D \sqrt{f}} \cdot \frac{K_{rN}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_{xN}} \left[\frac{2}{3} \frac{d}{D} F_r k_{pr} + \frac{1}{K_r} \right]$$

Widać z niego, że parametr p nagrzewnicy rośnie ze wzrostem współczynników k_{pr} , F_r , natomiast maleje ze wzrostem D/d jak i $D\sqrt{f}$.

Często zachodzi przypadek, że ten wzór można uprościć, gdy F_r (rys. 3) jest o największych wartościach. Po wstawieniu wzorów (9) i $F_r = 0,9$ do wzoru (14) otrzymamy prostszy wzór:

$$(9) \quad K_r \approx \exp\left(-\frac{d}{h}\right); K_{rN} \approx \exp\left(-\frac{d}{2h}\right); K_{xN} \in \approx (0,8;1)$$

Po wstawieniu wyrażen (7) i (8) do (6) otrzymuje się wzór

$$(10) \quad p = \frac{\rho d}{\delta} \frac{1}{\omega_o \mu_o (D^2 - d^2 K_{xN})} \left(F_r + \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{0,7 K_r \cdot k_{pr}} \right) K_{rN} =$$

$$= \frac{2\rho \mu_r}{\delta \omega_o \mu_o \mu_r} \frac{d}{(D^2 - d^2 K_{xN})} \left(F_r + \frac{D}{d} \cdot \frac{1}{0,7 K_r \cdot k_{pr}} \right) K_{rN}$$

$$(15) \quad p = \frac{1}{2Q} = \frac{0,1}{D \sqrt{f}} \frac{1}{1 - 0,9 \left(\frac{d}{D}\right)^2} \left[\frac{0,6 \sqrt{\rho_r \mu_r}}{D} \exp\left(\frac{d}{2h}\right) + \exp\left(\frac{d}{2h}\right) \right]$$

Ze wzoru 15 dodatkowo widać, że parametr p nagrzewnicy rośnie ze wzrostem $\rho_r \mu_r$ i zależy od wymiarów wsadu d/h dla rozpatrywanego przedziału $d/h \in (0,2)$.

Wpływ prądu odkształconego na zmiany parametrów

W przypadku, gdy prąd „ i ” (rys. 2) jest odkształcony z powodu nieliniowości magnetycznej wsadu lub wpływu odkształcenia sygnału zasilającego następuje zmiana parametrów R_o , X_o do wartości R_{ok} , X_{ok} na podstawie [10]:

$$(16) \quad \frac{R_{ok}}{R_o} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{k} I_k^2}{I^2}; \quad \frac{X_{ok}}{X_o} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k I_k^2}{I^2}$$

Gdzie: R_{ok} , X_{ok} - rezystancja, reaktancja odbiornika indukcyjnego przez który płynie prąd odkształcony, R_o , X_o - rezystancja, reaktancja odbiornika indukcyjnego przez który płynie prąd sinusoidalny, I_k - wartość skuteczna k -tej harmonicznej prądu odbiornika, I - wartość skuteczna prądu i odbiornika,

Wzory są słuszne dla nie zbyt małego wytłumienia prądów we wsadzie czyli przy założeniu, że współczynnik kształtu F_r jest większy od ok. 0,9 dla pierwszej harmonicznej, czyli mało znacząco wzrasta dla wyższych harmonicznych. Z tego też powodu pominięto reaktancję wsadu, która wtedy stanowi mało znaczącą część reaktancji zastępczej X_o nagrzewnicy ale pod dodatkowym warunkiem, że dobroć $Q > 3$. Wg literatury podstawowej [4] $Q \in (2,10)$ dla zasilania częstotliwością f do 10kHz oraz $Q \in (10,100)$ dla $f > 60$ kHz.

Ponadto R_{ok}/R_o we wzorze (16) jest dokładne dla układu długiego czyli $d/h \rightarrow 0$, $D/H \rightarrow 0$. W układzie skończonym wartość częstotliwości wpływa na rozkład gęstości zaindukowanego prądu również po długości wsadu, a to wpływa na rezystancję.

Podsumowując, wzory (16) powinny być dokładne dla warunków: $f > 10$ kHz, $Q > 10$ i dla wsadów długich $d/h < 0,1$.

Na podstawie wzorów (16) parametr tłumienia p oraz dobroć Q (1) zmieniają się wg wzoru:

$$(17) \quad \frac{p_k}{p} = \frac{1}{\frac{Q_k}{Q}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{k} I_k^2}{\sum_{k=1}^{\infty} k I_k^2} = \frac{1 + \sum_{k=2}^{\infty} \sqrt{k} \left(\frac{I_k}{I_1} \right)^2}{1 + \sum_{k=2}^{\infty} k \left(\frac{I_k}{I_1} \right)^2}$$

Gdzie: p_k , Q_k - parametr tłumienia, dobroć odbiornika indukcyjnego przez który płynie prąd odkształcony, p , Q - parametr tłumienia, dobroć odbiornika indukcyjnego przez który płynie prąd sinusoidalny.

Wzory (16), (17) są ważne dla dowolnego prądu odkształconego „ i ” płynącego przez nagrzewnicę (rys. 2). Dany prąd odkształcony wcześniej trzeba poddać analizie Fouriera w celu wyznaczenia k - tych harmonicznych prądu.

Na podstawie literatury [10] w tabeli 4 zestawiono wartości I_k/I_1 , oraz obliczonych wg wzoru (17) wartości p_k/p i Q_k/Q dla wybranych kształtów przebiegów często spotykanych prądów odkształconych.

Ciekawy jest przykład stanu pracy falownika szeregowego wg tabeli 4 dotyczący układów podanych w [10], [11] i [12]. Przykład dotyczy falownika, którego łączniki są zbocznikowane przeciwobnie diodami prądu wstecznego przy kącie przewodzenia tych diod równym π

(maksymalny kąt przewodzenia diod). W takim punkcie pracy występują największe wartości wyższych harmonicznych co powoduje ponad 30% zmianę wartości parametru p i dobroci Q .

Tabela 4. Wartości I_k/I_1 , p_k/p i Q_k/Q dla wybranych kształtów przebiegów często spotykanych prądów odkształconych

Kształt przebiegu prądu odkształconego i	Ilorazy $\frac{I_k}{I_1}$ k -tych harmonicznych									$\frac{p_k}{p}$	$\frac{Q_k}{Q}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
trójkąt	1	0,11	0,04	0,02						0,98	1,02
trapez	1	0,22	0,04	0,02						0,94	1,06
prostokąt	1	0,33	0,20	0,14						0,80	1,26
falownik szeregowy	1	0,60	0,15	0,07						0,76	1,32
mostek 2-pulsowy	1	0,2	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,01		0,96	1,04
histereza z pamięcią	1	0,26	0,05							0,92	1,08
mostek 6-pulsowy	1						0,23	0,17		0,76	1,32
histereza	1	0,13	0,05	0,03						0,97	1,03
sinusoidea	1									1,00	1,00

Wnioski

Wyprowadzone wzory są wiele prostsze niż dostępne w literaturze. Są w pewnym stopniu uproszczone ale prawidłowe dla wykonania szybkich przeliczeń i wstępnych projektów inżynierskich. Ponadto mają wartość dydaktyczną dla wykładowców i studentów ponieważ ze wzoru widać bezpośrednio jak parametr tłumienia zależy od wymiarów i współczynników nagrzewnicy indukcyjnej z rys.1 oraz częstotliwości jej zasilania wg rys.2.

W rzeczywistości, gdy przez odbiornik płynie prąd odkształcony, zmieniają się jego parametry tłumienia i dobroć nawet o 30 % zgodnie z tabelą 4.

LITERATURA

- [1] Kieroński R., Uproszczenie wzorów na parametry cylindrycznych pieców i nagrzewnic indukcyjnych zasilanych z falownika, *Elektrotechnika i Elektronika*, 26 (2007), nr 1-2, 37-39
- [2] Liwiński W., Nagrzewnice indukcyjne skrośne, *WNT*, (1968)
- [3] Hauser J., *Elektrotechnika. Podstawy elektrotermii i techniki świetlnej*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, (2006)
- [4] Hering M., *Podstawy elektrotermii cz. II*, *WNT*, (1998)
- [5] Hering M., *Poradnik inżyniera elektryka*, T.1, *Elektrotermia*, *WNT*, (2009)
- [6] Novak P., *Elektrické Teplo*, *Vydala Equilibria*, (2010)
- [7] Rodacki T., Kandyba A., *Urządzenia elektrotermiczne*, *Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, (2002)
- [8] Sajdak C., Samek E., *Nagrzewanie indukcyjne*, *Wyd. Śląsk*, (1985)
- [9] Turowski J., *Elektrodynamika techniczna*, *WNT*, (1968)
- [10] Kieroński R., Wpływ prądu odkształconego na parametry nagrzewania indukcyjnego przy zasilaniu różnymi źródłami częstotliwości, *Elektrotechnika i Elektronika*, 27 (2008), nr 2, 84-93
- [11] Kurbiel A., Kieroński R., Dwutyristorowy falownik napięcia do nagrzewania indukcyjnego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 69 (1993), nr 3, 56-59
- [12] Zgraja J., Wpływ wyższych harmonicznych na dokładność symulacji indukcyjnego układu grzejnego z falownikiem szeregowym. *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 (2008), nr 7, 83-85

Autor: dr inż. Roman Kieroński, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Energoelektroniki i Automatyki Systemów Przetwarzania Energii, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, E-mail: kieronsk@kaniup.agh.edu.pl