

Analiza pola magnetycznego wokół toru do lewitacji dysku nadprzewodnikowego YBaCuO

Streszczenie. Artykuł przedstawia matematyczny model lewitacji dysku wykonanego z nadprzewodnika wysokotemperaturowego YBaCuO (YBCO) umieszczonego w polu magnetycznym wytworzonym przez układ magnesów trwałych. Obliczenia przeprowadzono dla modelu 3D z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Przeprowadzone obliczenia pozwoliły na skonstruowanie rzeczywistego stanowiska do badania i demonstracji lewitacji magnetycznej z wykorzystaniem nadprzewodnika wysokotemperaturowego.

Abstract. This article presents a mathematical model of levitation disc made of high-temperature superconductor YBaCuO (YBCO) placed in a magnetic field generated by a system of permanent magnets. The calculations were performed for the 3D model using the finite element method. Calculations allowed to construct a real model to the research and demonstration of magnetic levitation using high-temperature superconductor. (Analysis of the magnetic field around the track to levitate disc made of superconductor YBaCuO)

Słowa kluczowe: nadprzewodnik, pole magnetyczne, lewitacja magnetyczna.
Keywords: superconductor, magnetic field, magnetic levitation.

Wstęp

Zjawisko nadprzewodnictwa zostało odkryte w 1911 roku przez Karmelina Onnesa. Charakteryzuje się niemierzalnie małą rezystancją dla prądu stałego. Jeżeli nadprzewodnik schłodzi się do temperatury niższej niż temperatura krytyczna T_c , to indukcja magnetyczna wewnątrz tego nadprzewodnika staje się równa zero. Strumień magnetyczny będzie wypychany z wnętrza nadprzewodnika. Zjawisko to nazywane jest efektem Meissnera-Ochsenfelda. Konsekwencją tego zjawiska jest unoszenie nadprzewodników znajdujących się w stanie nadprzewodzącym umieszczonych w polu magnetycznym. Zewnętrzne pole magnetyczne nie wnika do nadprzewodnika, z wyjątkiem cienkiej warstwy powierzchniowej. Efekt ten jest możliwy dzięki pojawieniu się w zewnętrznej warstwie prądu, wytworzone przez ten prąd pole magnetyczne kompensuje zewnętrzne pole magnetyczne [1].

Nadprzewodnictwo znalazło szerokie zastosowanie w przemyśle oraz medycynie. Przykładem zastosowania nadprzewodnictwa są nadprzewodnikowe elektromagnesy chłodzone ciekłym helem. Generują one bardzo silne pole przy minimalnym poborze mocy i są stosowane w aparatach MRI, przemysłowych generatorach plazmy i akceleratorach cząstek elementarnych. Nadprzewodnictwo znalazło również swoje zastosowanie w transporcie, gdzie tradycyjne stalowe torowisko zastąpił układ elektromagnesów. Rozwiązanie to pozwala na lewitację pociągu, dzięki temu nie ma sił tarcia, umożliwiając rozpędzenie się pojazdu do ponad 600km/h.

Ważnym przemysłowym zastosowaniem nadprzewodników jest generowanie silnych pól magnetycznych do wysokogradientowej separacji magnetycznej [2,3]. Nadprzewodniki znalazły zastosowanie w energetyce do produkcji kabli, transformatorów, ograniczników prądu, silników, magnetycznych zasobników energii (SMES) [4-9].

Pole magnetyczne we wnętrzu i wokół nadprzewodnika

Efekt Meissnera odkryto dopiero dwadzieścia dwa lata po odkryciu zjawiska nadprzewodnictwa w 1933 r. Dwa lata później 1935 roku bracia Fritz i Heinz Londonowie zaproponowali teorię, która może posłużyć do zrozumienia zjawiska nadprzewodnictwa. Londonowie wysnuli tezę, że

w nadprzewodniku prąd ma gęstość proporcjonalną do wektorowego potencjału pola magnetycznego.

$$(1) \quad \mathbf{j} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{A}$$

gdzie: \mathbf{j} – wektor gęstości prądu, \mathbf{A} – wektor indukcji pola magnetycznego, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, λ_L – głębokość wnikańia pola magnetycznego w nadprzewodnik.

Korzystając z równania Maxwella

$$(2) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

gdzie: \mathbf{B} – wektor indukcji pola magnetycznego.

Wstawiając zależność (1) do (2), otrzymuje się:

$$(3) \quad \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{A}$$

Wiedząc że:

$$(4) \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \nabla^2 \mathbf{a}$$

oraz

$$(5) \quad \nabla \times \mathbf{B} = 0$$

Obliczając rotację równania (3), biorąc pod uwagę zależność (4) i (5), otrzymuje się

$$(6) \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B}$$

Można zauważyć, że $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 = \text{const.}$ może być rozwiązaniem tylko wtedy, gdy $B_0 = 0$. Po podstawieniu do równania 6 otrzymujemy:

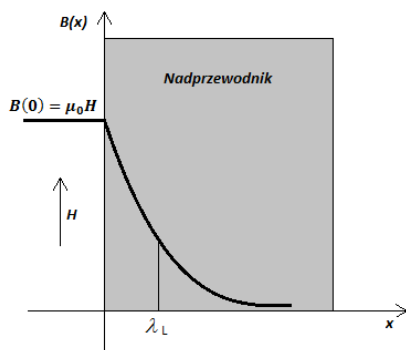
$$(7) \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \rightarrow \nabla \times \mathbf{B} = 0 \rightarrow \mathbf{j} = 0$$

Możemy więc wywnioskować, że we wnętrzu nadprzewodnika zanika indukcja pola magnetycznego [10]. Pole magnetyczne i różne od zera prądy mogą występować tylko przy powierzchni nadprzewodnika (rys. 1).

Zanik pola magnetycznego we wnętrzu nadprzewodnika jest funkcją eksponentialną:

$$(8) \quad B = B(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right)$$

gdzie: $B(0)$ – indukcja zewnętrznego pola magnetycznego, λ_L – londonowska głębokość wnikania, x – głębokość wnikania [3]



Rys. 1. Wnikanie pola magnetycznego do nadprzewodnika [11]

Do obliczeń rozkładu natężenia pola magnetycznego wykorzystuje się prawo Ampera i prawo Faradaya [12-14]:

$$(9) \quad \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$(10) \quad \nabla \times E = \frac{\partial B}{\partial t}$$

Nieliniową zależność między prądem a natężeniem pola elektrycznego dla nadprzewodnika wysokotemperaturowego określa tak zwane prawo E-J, które można zapisać [12]:

$$(11) \quad E_{SC} = E_{C0} \left(\frac{J_{SC}}{J_C(H_{SC})} \right)^n$$

a konduktywność nadprzewodnika, opisać można nieliniową zależnością [14]:

$$(12) \quad \frac{1}{\sigma_{SC}} = \frac{E_{SC}}{J_{SC}} = \frac{E_{C0}}{J_C} \left(\frac{J_{SC}}{J_C} \right)^n$$

Dla modelu 3D uwzględniając anizotropie nadprzewodnika otrzymuje się równanie

$$(13) \quad \frac{1}{\sigma_{SC}} \nabla \times \left\{ \begin{bmatrix} J_{SC_x} \\ J_{SC_y} \\ J_{SC_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 * J_{SC_x} \\ 2 * J_{SC_y} \\ 0 * J_{SC_z} \end{bmatrix} \right\} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} H$$

Biorąc pod uwagę zależność (12) oraz prawo Ampera (2) otrzymuje się zależność:

$$(13) \quad \mu \frac{\partial}{\partial t} H + \nabla \times \frac{1}{\sigma} \nabla \times H + \frac{\lambda}{\sigma} \nabla \times Q = 0$$

gdzie

$$(14) \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 2 * \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) & 0 \end{bmatrix}^T$$

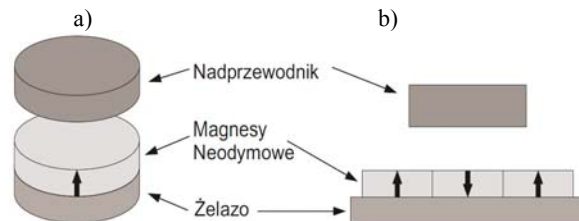
Model i obliczenia numeryczne

Fizyczne zasady lewitacji magnetycznej z wykorzystaniem nadprzewodnika wysokotemperaturowego są znane i opisane w literaturze. Niemniej jednak każda aplikacja wymaga wielu obliczeń związanych z prawidłowym działaniem układu. Z pomocą technice przychodzą modele matematyczne. Modelowanie nie jest substytutem badań eksperymentalnych, jednak może

przybliżyć wskazówki do rozwiązania problemów pojawiających się podczas badań empirycznych. Autorzy przeprowadzili obliczenia rozkładu natężenia pola magnetycznego, gęstości strumienia magnetycznego, oraz siły działającej na nadprzewodnik w zaproponowanej konfiguracji.

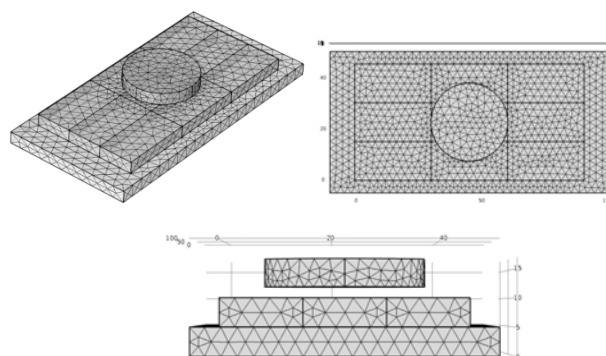
Proponowany przez autorów (rys.2b) model składa się z czterech obszarów:

- magnesów neodymowych NdFeB, które są źródłem pola magnetycznego,
- stali ferromagnetycznej, która jest podłożem dla magnesów neodymowych,
- dysku wykonanego nadprzewodnika wysokotemperaturowego YBaCuO, lewitującego w polu magnetycznym,
- otaczającym powyższe elementy powietrzem.



Rys. 2. a) Podstawowa konfiguracja do badania zjawiska lewitacji z wykorzystaniem nadprzewodnika wysokotemperaturowego i magnesu trwałego [15], b) konfiguracja zaproponowana przez autorów

Rysunek 3 przedstawia model 3D dyskretyzowany siatką czworosienną. Model zawiera 3001906 stopni swobody, 468215 wszystkich elementów w tym 1128 elementów brzegowych.



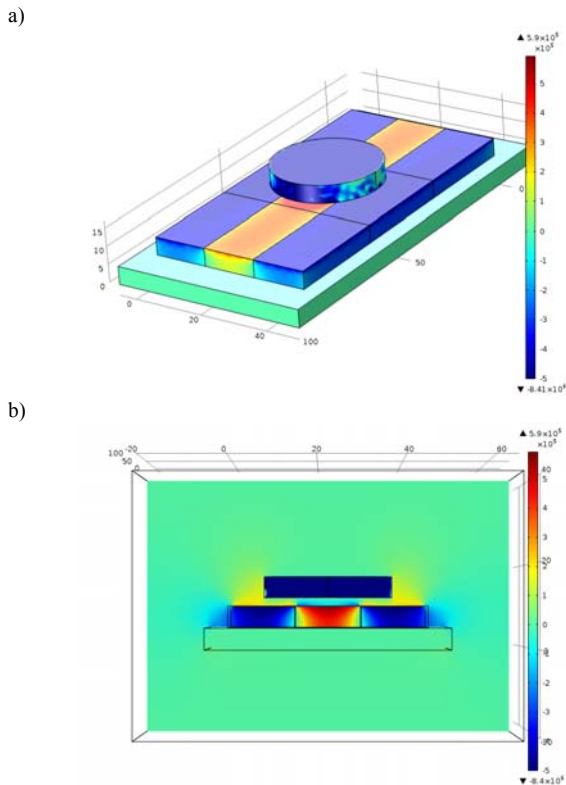
Rys. 3. Z dyskretyzowany model toru oraz nadprzewodnika

Po przeprowadzeniu szeregu obliczeń i analizie otrzymanych wyników, otrzymano optymalne wartości pola magnetycznego oraz wielkości poszczególnych elementów z których można zbudować tor magnetyczny.

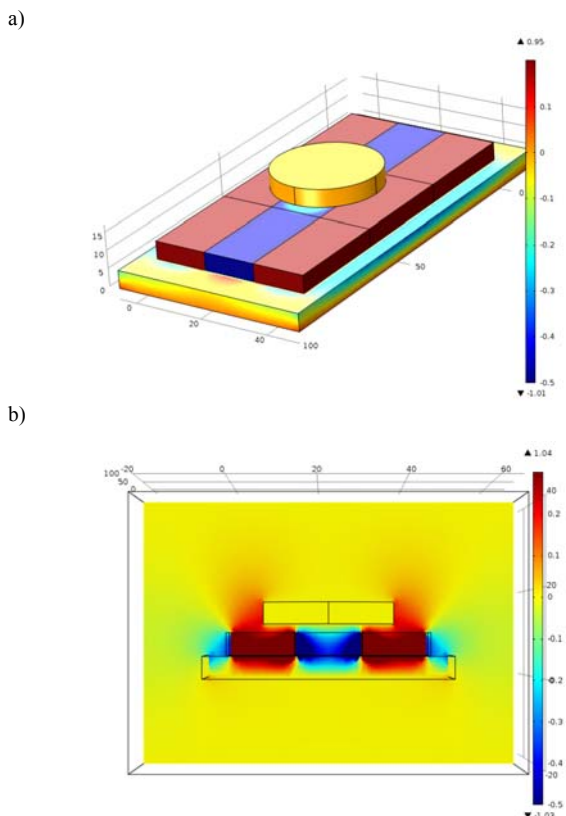
Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń dla tych parametrów.

Rysunek 4 przedstawia rozkład wartości natężenia pola magnetycznego dla obliczonego układu.

Na rysunku 5 przedstawiono rozkład gęstości strumienia magnetycznego w układzie obliczonym przez autorów. Na powierzchni w stalowej podstawie toru przy granicy z magnesami strumień jest bardzo duży, taki jak w magnesach, następnie maleje liniowo do zera. Pod pierścieniem nie ma strumienia magnetycznego. Oznacza to, że ma on wystarczającą grubość aby umieszczone na nim magnesy trwale były przytwierdzone do jego powierzchni, a siły występujące między magnesami były na tyle nie duże, że magnesy układane jednoimiennie nie będą się odpychać.



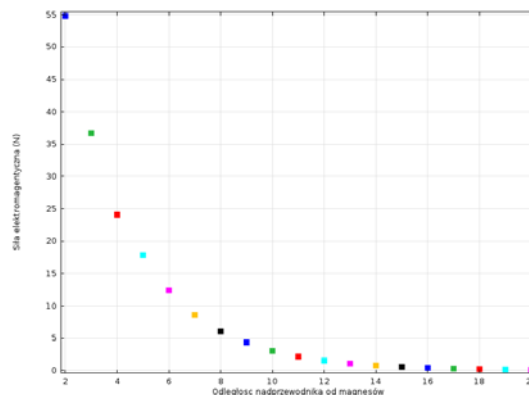
Rys. 4. Rozkład natężenia pola magnetycznego, a) dla nadprzewodnika, magnesów neodymowych oraz stalowej postawie toru, b) przekrój poprzeczny dla powierzchni $x=0$, przechodzącej przez środek nadprzewodnika



Rys. 5. Rozkład gęstości strumienia magnetycznego, a) dla nadprzewodnika, magnesów neodymowych oraz stalowej postawie toru, b) przekrój poprzeczny dla powierzchni $x=0$, przechodzącej przez środek nadprzewodnika

We wnętrzu nadprzewodnika wartość strumienia jest równa zero, potwierdza to teorię Meissnera, że pole

magnetyczne nie wnika do wnętrza nadprzewodnika. Pole magnetyczne będzie unosić nadprzewodnik nad torem. Zaobserwować należy też, że strumień otacza nadprzewodnik z boków oraz od góry. Taka konfiguracja spowoduje, że nadprzewodnik będzie poruszał się wzdłuż toru i nie będzie wypadał na boki. Również gdy odwrócimy tor nadprzewodnik będzie podwieszony pod torem i będzie mógł lewitować utrzymywany siłami pola magnetycznego.



Rys. 6. Wykres zależności siły elektromagnetycznej od odległości nadprzewodnika od magnesów neodymowych

Rysunek 6 przedstawia zależność siły pochodzącej od pola magnetycznego działającej na nadprzewodnik w funkcji odległości nadprzewodnika od magnesów neodymowych, wytwarzających to pole. Jak widać siła maleje nieliniowo wraz ze zwiększającą się odległością. Im wyżej nadprzewodnik będzie znajdował się nad torem tym mniejsza będzie siła pochodząca od pola magnetycznego działająca na ten nadprzewodnik.

Na podstawie powyższych wyników jesteśmy w stanie wyznaczyć wysokość, z którą będzie lewitował nadprzewodnik nad torem magnetycznym w zależności od masy nadprzewodnika.

Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników obliczeń, autorzy pracy zaprojektowali oraz wykonali tor magnetyczny (rys. 7). Tor przeznaczony jest do badania i demonstracji zjawiska lewitacji magnetycznej z wykorzystaniem nadprzewodnika wysokotemperaturowego. Tor składa się z pierścienia stalowego, na którym ułożone zostały trzy rzędy magnesów neodymowych. Całość jest umocowana na blacie, tak aby umożliwić mobilność toru. Magnesy są magnesowane względem największych powierzchni.



Rys. 7. Tor magnetyczny do badania zjawiska lewitacji magnetycznej z wykorzystaniem nadprzewodnika wysokotemperaturowego

Na potrzeby doświadczeń wykorzystuje się dyski z nadprzewodnika wykonanego z materiału YBaCuO. Materiał ten ma temperaturę krytyczną około 90 K. Aby uzyskać stan nadprzewodnictwa tego materiału, można schłodzić go w ciekłym azocie (temperatura wrzenia azotu to około 77 K). Pojemność cieplna dysków zależy od ich wielkości, pozwala na obserwowanie zjawiska lewitacji od kilku do kilkudziesięciu sekund.

Tor wykorzystywany jest obecnie w celach naukowych oraz dydaktycznych w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie.



Rys. 8. Nadprzewodnik lewitujący nad torem magnetycznym

Wnioski

Przeprowadzone obliczenia numeryczne i analiza wyników z tych obliczeń pozwoliły na zaprojektowanie układu magnesów neodymowych. Wyniki obliczeń pozwoliły na prawidłowe dobranie wartości indukcji magnesów neodymowych, optymalnego sposobu ich magnetyzacji i ułożenia. Obliczenia wartości siły w funkcji odległości pozwoliły ocenić czy nadprzewodnik będzie lewitował odpowiednio wysoko, tak aby zjawisko lewitacji mogło być obserwowane, a odległość nadprzewodnika od magnesów dostatecznie duża aby można było przeprowadzać dalsze badania nad tym zjawiskiem.

Autorzy: dr hab. inż. Antoni Cieśla, prof. AGH, dr inż. Wojciech Kraszewski, dr inż. Mikołaj Skowron, dr inż. Przemysław Syrek, mgr inż. Damian Lachendrowicz AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Elektrotechniki i Elektroenergetyki, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: aciesla@agh.edu.pl, wkraszew@agh.edu.pl, miskowron@agh.edu.pl, syrekp@agh.edu.pl, damianlach1990@gmail.com

LITERATURA

[1] Cyrot M., Pavuna D., *Wstęp do nadprzewodnictwa, nadprzewodniki wysokotemperaturowe*, PWN Warszawa 1996.

- [2] Ciesla A., *Magnetic separation of kaolin clay using free helium superconducting magnet* *Przegląd Elektrotechniczny* 2012, 88 nr 12b, s. 50–53.
- [3] Ciesla A., Kraszewski W., Skowron M., Some selected aspects of high gradient magnetic separation using superconducting magnets, *Acta Technica CSAV*, 2006 vol. 51, s. 17-34
- [4] Rymaszewski J., Lebioda M., Korzeniewska E., *Propagation of normal zone in superconducting tapes due to heating in near-electrode area. Materials science and engineering b-solid state materials for advanced technology*, 2011, vol. , no. 176, s. 334-339.
- [5] Lebioda M., Rymaszewski J., Korzeniewska E., *Zastosowania taśm nadprzewodnikowych drugiej generacji do wytwarzania silnych pól magnetycznych*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2013, r 89, nr 12, s. 265-268
- [6] Lebioda M., Rymaszewski J., Korzeniewska E., *Simulation of thermal processes in superconducting pancake coils cooled by GM cryocooler*, *Journal of Physics: Conference Series*, 2014, vol. 494
- [7] Ciesla A., *Nadprzewodnictwo w stulecie odkrycia: wybrane przykłady zastosowań*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2011 r. 87 nr 12a, s. 1–6
- [8] Ciesla A., Kraszewski W., Skowron M., *Wybrane zagadnienia związane z zastosowaniem nadprzewodników wysokotemperaturowych w elektroenergetyce*, *Przegląd Elektrotechniczny – Konferencje*, 2005 r. 3 nr 1 s. 49–52
- [9] Ciesla A., Kraszewski W., Skowron M., Strzałka K., *Wykorzystanie materiałów nadprzewodzących w elektroenergetyce*, *Biuletyn Techniczny Oddziału Krakowskiego Stowarzyszenia Elektryków Polskich*, 2006 nr 33 s. 16–25
- [10] A., Wiśniewski A., Puźniak R., Szymczak H.: „*Magnetyzm i nadprzewodnictwo*”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012
- [11] Stankowski J., Czyżak B.: „*Nadprzewodnictwo*”, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1994
- [12] Min Zhang, Coombs T. A.: *3D modeling of high-Tc superconductors by finite element software Supercond. Sci. Technol.* 25 (2012) 015009 (1-7)
- [13] Yiyun Lu, JiasuWang, SuyuWang Jun Zheng, *3D-Modeling Numerical Solutions of Electromagnetic Behavior of HTSC Bulk above Permanent Magnetic Guideway J Supercond Nov Magn* (2008) 21: 467–472
- [14] Hong Z, Campbell A. M., Coombs T. A.: *Numerical solution of critical state in superconductivity by finite element software*, *Supercond. Sci. Technol.* 19, 2006, s. 1246 – 1252
- [15] May H., Palka R., Portabella E., Candors W-R.: *Evaluation of the magnetic field – high temperature superconductor interactions*, *COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vo. 23, No. 1, 2004, pp. 286 – 304.