

## Modelowanie wpływu zaburzeń zewnętrznych na charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego

**Streszczenie.** Przedstawiono uniwersalną postać funkcji aproksymującej charakterystyki statyczne napięciowo-prądowe łuku elektrycznego, umożliwiającą łatwe odwzorowanie zaburzeń zewnętrznych kolumny. Zmodyfikowano model matematyczny Pentegowa, uzyskując postać uwzględniającą szybkość zmian parametru zaburzenia. Wykonano symulacje procesów w obwodzie z łukiem o rozciąganej kolumnie i o kolumnie omywanej przepływem gazowym o wzrastającej intensywności strumienia.

**Abstract.** A new universal form of an approximation of electric arc voltage-current static characteristics was presented. The approximation allows for an easy reflection of external disturbances affecting the arc column. A new modified equation of the Pentegov arc model that takes into account the rate of disturbance changes was presented. Simulations of processes in a circuit with an electric arc with an extended column and arc with the column treated by gas flow stream with increasing intensity were conducted. (**Modelling the impact of external disturbances on the dynamic characteristics of an electric arc**).

**Słowa kluczowe:** łuk elektryczny, charakterystyka statyczna, zmodyfikowany model Pentegowa, zaburzenia zewnętrzne.

**Keywords:** electrical arc, static characteristic, modified Pentegov model, external disturbances.

### Wstęp

Silna wrażliwość łuku elektrycznego na różne oddziaływania zewnętrzne prowadzi do różnych ocen technicznych tego zjawiska. Z jednej strony wszelkie zaburzenia kolumny utrudniają zachowanie stabilności wyładowania. Z drugiej zaś, są wykorzystywane do sterowania parametrami i charakterystykami łuku. Z przyczyn ekonomicznych i technologicznych w praktyce przemysłowej znalazło zastosowanie tylko kilka rodzajów celowych oddziaływań zewnętrznych. Do najbardziej efektywnych należą oddziaływania za pomocą zmian długości kolumny i intensywności konwekcyjnego rozpraszania ciepła [1, 2]. Mniej znaczące są zastosowania zmian ciśnienia atmosfery gazowej i mocy promieniowania laserowego przenikającego przez kolumnę łuku [3]. W diagnostyce łuku elektrycznego zastosowanie znalazły i inne oddziaływania, takie jak np.: promieniowaniem mikrofalowym, promieniowaniem rentgenowskim, polem elektromagnetycznym, ruchomą diafragmą itd. [4].

Zagadnienia eksperymentalnego wyznaczenia parametrów modeli matematycznych łuku niezaburzanego (także słabo zaburzanego) zostały częściowo rozwiązane w odniesieniu do wybranych modeli i wybranych warunków zasilania [5, 6]. Wprowadzanie intensywnych zaburzeń zewnętrznych prowadzi do nasilenia problemów związanych z modelowaniem i identyfikacją parametryczną badanego łuku. Należy zaznaczyć, że znane modele matematyczne w różny sposób umożliwiają uwzględnianie zaburzeń. Najczęściej są to różne sposoby uzmienniania stałych parametrów [1, 7] lub różne uproszczenia, prowadzące nawet do naruszenia warunku spełnienia bilansu energetycznego łuku [8, 9].

Jako stosunkowo prosty i elastyczny, pod względem możliwości wprowadzania różnych zaburzeń kolumny, można uznać model Pentegowa [10]. Jego uniwersalność polega na zdolności do uwzględniania praktycznie dowolnego kształtu charakterystyki statycznej, deformowanej przez różne oddziaływania zewnętrzne. Zastosowanie stałej wartości funkcji tłumienia tylko nieznacznie ogranicza możliwości dokładnego odwzorowywania właściwości fizycznych łuku elektrycznego urządzeń elektrycznych [11].

### Odwzorowanie wpływu zaburzeń zewnętrznych na charakterystyki statyczne łuku elektrycznego

Wykorzystanie charakterystyk statycznych łuku (otrzymanych podczas zasilania prądem stałym) do

modelowania łuku prądu zmiennego bipolarnego ma ograniczone możliwości odwzorowania wartości napięcia powtórzonego zapłonu. A przecież niemal wszystkie oddziaływania zewnętrzne na kolumnę prowadzą do zmiany nie tylko kształtu charakterystyk dynamicznych w zakresie silnoprądowym, lecz także do zmiany wartości napięcia powtórzonego zapłonu wyładowania w zakresie bardzo słabego prądu. Ponadto w fizyce znane są różne możliwości, a w elektrotechnologii stosowane są różne sposoby niezależnego sterowania wartością tego napięcia. Przykładami mogą być generatory wytwarzające krótkie impulsy wysokonapięciowe, silne promieniowania optyczne, mikrofalowe itd. w warunkach badań laboratoryjnych lub przemysłowych.

Na podstawie wyników badań eksperymentalnych łuku elektrycznego prądu zmiennego, płonącego w różnych warunkach fizycznych [2, 12] i poddanego różnym zaburzeniom zewnętrznym, można zaproponować stosunkowo uniwersalną aproksymację charakterystyki napięciowo-prądowej statycznej

$$(1) \quad \begin{aligned} U_{stat}(I, p_{ar}) &= [U_0(p_{ar}) + R_0(p_{ar})I^{k_2}] \cdot \zeta(I) + \\ &+ U_p(p_{ar}) \cdot \left(\frac{I}{I_p}\right)^{k_1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{I}{I_p}\right)^{k_1} + 1\right] \cdot [1 - \zeta(I)] + \\ &+ U_{AK} = U_{col}(I, p_{ar}) + U_{AK} \end{aligned}$$

gdzie:  $k_2 > 0$  – odpowiada wznoszeniu się charakterystyk w zakresie silnoprądowym;  $0 < k_1 < 1$  – zapewnia możliwość dobierania stromości opadania charakterystyki w zakresie ujemnej rezystancji różniczkowej łuku;  $U_p$  – napięcie powtórzonego zapłonu wyładowania;  $I_p$  – prąd odpowiadający napięciu zapłonu;  $U_{AK}$  – suma przyelektrodowych spadków napięcia. Punkty charakterystyki bliskie danym o współrzędnych  $(I_p, U_p)$  odpowiadają napięciu zapłonu wyładowania. Funkcja wagowa  $\zeta$  zależy od wymaganej dokładności aproksymacji [13, 14] i może być przyjęta w postaci

$$(2) \quad \zeta(I) = 1 - \exp\left[-\left(I/I_p\right)^{k_0}\right]$$

gdzie  $k_0 > 1$  – parametr aproksymacji. Poszczególne składowe funkcje aproksymującej (1) zależą od rodzaju wprowadzanego zaburzenia i wyrażają się wzorami zawartymi w tabeli 1. Zakładamy, że efekty działania zaburzenia nie zależą od natężenia prądu.

Tabela 1. Odwzorowanie wpływu zaburzeń przez składowe funkcji aproksymującej charakterystyki statyczne

Parametr, $p_{ar} =$	długość $L_a$	strumień masy gazu $\dot{m}_{gaz}$	ciśnienie $p$
$U_p(p_{ar}) =$	$E_{p0} \cdot L_a^{k_3}$	$U_{p0} \cdot (1 + u_{p4} \dot{m}_{gaz}^{k_4})$	$U_{p0} + k_5 p$
$dU_p / dp_{ar} =$	$k_3 E_{p0} \cdot L_a^{k_3-1}$	$k_4 U_{p0} u_{p4} \dot{m}_{gaz}^{k_4-1}$	$k_5$
$U_0(p_{ar}) =$	$E_0 \cdot L_a$	$U_{m0min} + u_0 \dot{m}_{gaz}$	$U_{p0min} + u_{p0} \cdot p$
$dU_0 / dp_{ar} =$	$E_0$	$u_0$	$u_{p0}$
$R_0(p_{ar}) =$	$r_0 \cdot L_a$	$R_{m0min} + r_0 \dot{m}_{gaz}$	$R_{p0min} + r_{p0} \cdot p$
$dR_0 / dp_{ar} =$	$r_0$	$r_0$	$r_{p0}$

Wprowadzanie zmian parametru tylko do charakterystyki statycznej ignoruje wpływ zaburzeń na entalpię plazmy. Skutkiem zaburzeń mogą być zmiany rozmiarów geometrycznych kolumny, dopływ lub odpływ dodatkowej energii. W pracy [10] odwzorowano szczególne przypadki wpływu zaburzeń długości lub strumienia omywającego na równanie stanu łuku, wynikające z bilansu energetycznego. Odpowiedni układ równań można zapisać w postaci

$$(3) \quad \frac{dQ}{dt} = P_{el} - P_{dys} = \frac{U_{st}(i_\theta, p_{ar})}{i_\theta} i_\theta^2 - U_{st}(i_\theta, p_{ar}) i_\theta$$

$$(4) \quad Q = 2\theta \int_0^{i_\theta} U_{st}(i_\theta, p_{ar}) di_\theta$$

gdzie:  $Q$  – entalpia plazmy;  $P_{el}$  – moc elektryczna dostarczona;  $P_{dys}$  – moc cieplna rozproszona;  $i_\theta$  - wirtualny prąd stanu [10]. Pochodna entalpii ma postać

$$(5) \quad \frac{dQ}{dt} = 2\theta U_{st}(i_\theta, p_{ar}) \frac{di_\theta}{dt} + 2\theta \left( \int_0^{i_\theta} \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_{st}(i_\theta, p_{ar}) di_\theta \right) \frac{dp_{ar}}{dt}$$

Zakładamy, że  $U_{st}(i_\theta, p_{ar})$  jest funkcją ciągłą i ma ciągłą pochodną względem parametru. Po podstawieniu (5) do (3) otrzymamy

$$(6) \quad 2\theta i_\theta \frac{di_\theta}{dt} + 2\theta i_\theta \frac{\int_0^{i_\theta} \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_{st}(i_\theta, p_{ar}) di_\theta}{U_{st}(i_\theta, p_{ar})} \frac{dp_{ar}}{dt} = i^2 - i_\theta^2$$

lub w innej postaci

$$(7) \quad \theta \frac{di_\theta^2}{dt} + 2\theta i_\theta \frac{\int_0^{i_\theta} \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_{st}(i_\theta, p_{ar}) di_\theta}{U_{st}(i_\theta, p_{ar})} \frac{dp_{ar}}{dt} = i^2 - i_\theta^2$$

Pochodną napięcia względem parametru można wyrazić następująco

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_{stat}(i_\theta, p_{ar}) = \left[ \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_0(p_{ar}) + \frac{\partial}{\partial p_{ar}} R_0(p_{ar}) i_\theta^{k_2} \right] \cdot \zeta(i_\theta) + \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_p(p_{ar}) \cdot \left( \frac{i_\theta}{I_p} \right)^{k_1} \cdot \exp\left( - \left( \frac{i_\theta}{I_p} \right)^{k_1} + 1 \right) \cdot [1 - \zeta(i_\theta)]$$

Wyrażenia na pochodne składowych napięcia względem parametrów zawarto w tabeli 1.

Jeśli szybkość zmian parametru jest względnie mała ( $|dp_{ar}/dt| \ll |di_\theta/dt|$ ), to równanie stanu (7) można wyrazić w prostszej znanej postaci

$$(9) \quad \theta \frac{di_\theta^2}{dt} = i^2 - i_\theta^2$$

W przeciwnym przypadku szybkość zmian  $dp_{ar}/dt$  wpływa znacząco na wartość prądu stanu  $i_\theta$ , a tym samym na charakterystyki dynamiczne łuku.

Analityczne wyznaczenie całki z wyrażenia (8) jest bardzo złożone. Dlatego zastosujemy uproszczoną i mniej precyzyjną aproksymację, w której  $k_0 = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1$ . Wtedy otrzymamy

$$(10) \quad \int_0^{i_\theta} \frac{\partial}{\partial p_{ar}} U_{st}(i_\theta, p_{ar}) di_\theta = \frac{d}{dp_{ar}} U_0(p_{ar}) \cdot \left\{ i_\theta + I_p \left[ \exp\left( - \frac{i_\theta}{I_p} \right) - 1 \right] \right\} + \frac{d}{dp_{ar}} R_0(p_{ar}) \cdot \left[ \frac{1}{2} i_\theta^2 + I_p (i_\theta + I_p) \exp\left( - \frac{i_\theta}{I_p} \right) - I_p^2 \right] + \frac{1}{4} \frac{d}{dp_{ar}} U_p(p_{ar}) \cdot \left[ - (2i_\theta + I_p) \exp\left( 1 - 2 \frac{i_\theta}{I_p} \right) + e I_p \right]$$

#### Symulacje procesów w obwodzie z zaburzonym łukiem elektrycznym

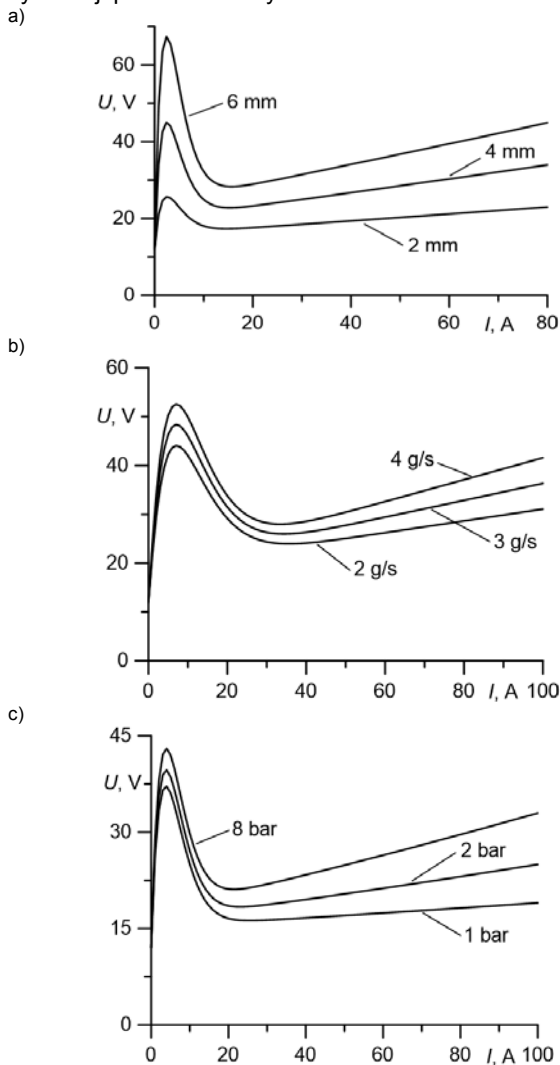
Zadaniem pierwszego etapu badań symulacyjnych było wykazanie istnienia dużych możliwości praktycznego wykorzystania proponowanych aproksymacji do odwzorowania charakterystyk napięciowo-prądowych quasi statycznych łuku elektrycznego z działającymi zaburzeniami. Wybrane wyniki obliczeń pokazano na rysunku 1. Stwierdzono jednak, że w porównaniu z aproksymacją w [12] występują tutaj pewne trudności w dokładnym zadawaniu napięcia zapłonu  $U_p$ .

Następnie zbadano efektywność proponowanych aproksymacji charakterystyk statycznych w symulowaniu procesów w prostym obwodzie elektrycznym z łukiem opisanym zmodyfikowanym modelem Pentegowa. Jako wymuszenie zastosowano źródło prądu sinusoidalnego o amplitudzie  $I_{rms} \sqrt{2}$  i częstotliwości  $f = 50$  Hz. Założono stosunkowo powolną zmianę wybranego parametru  $p_{ar}$ , w czasie (0÷0,5) s, co pozwoliło wykorzystać uproszczone równanie stanu (9). We wzorach na charakterystyki statyczne zastosowano podstawienie  $I := i_\theta$  otrzymując napięcie w stanie dynamicznym  $u = U_{AK} \operatorname{sgni} + U_{st}(i_\theta) i i_\theta$ . Parametry wejściowe modelu są zgodnie z opisem pod rysunkiem 1. Uzyskane wyniki pokazano na rysunku 2.

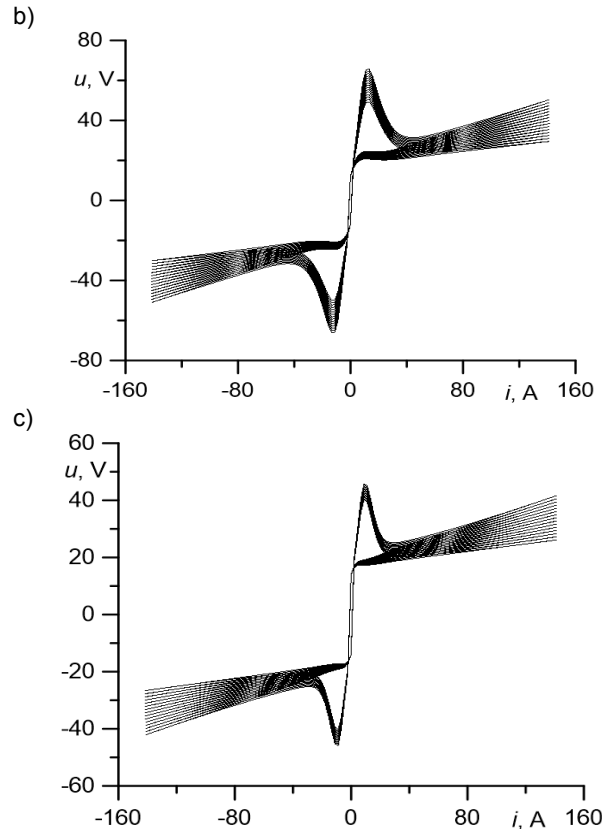
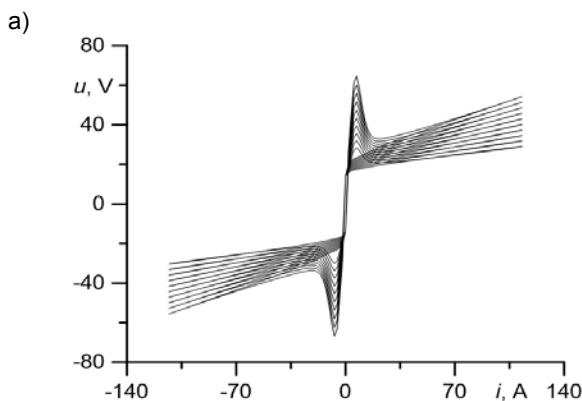
Szybkie zaburzenia długości kolumny łukowej występują podczas działania zmiennych pól magnetycznych w różnych urządzeniach elektrotechnologicznych. Dotyczy to przede wszystkim pieców łukowych i pieców plazmowo-łukowych. Często są one budowane jako wieloelektrodowe i wielofazowe, co ułatwia wzajemne oddziaływania prądów w przewodach i łukach. Również szybkie zmiany długości łuku, z częstotliwością wynoszącą ok. 70 Hz, obserwuje się podczas spawania drutem drgającym (CMT). Natomiast pulsacje przepływu gazowego proponuje się wykorzystywać w technologiach spawania stali i aluminium [15, 16].

Jeśli założyci stosunkowo szybkie zmiany wybranego parametru, to do symulacji procesów w obwodzie z łukiem należy wykorzystać pełne równanie stanu (7). Przyjęte założenia umożliwiają wykorzystanie uproszczonej aproksymacji (10). Parametry wejściowe modelu są zgodnie

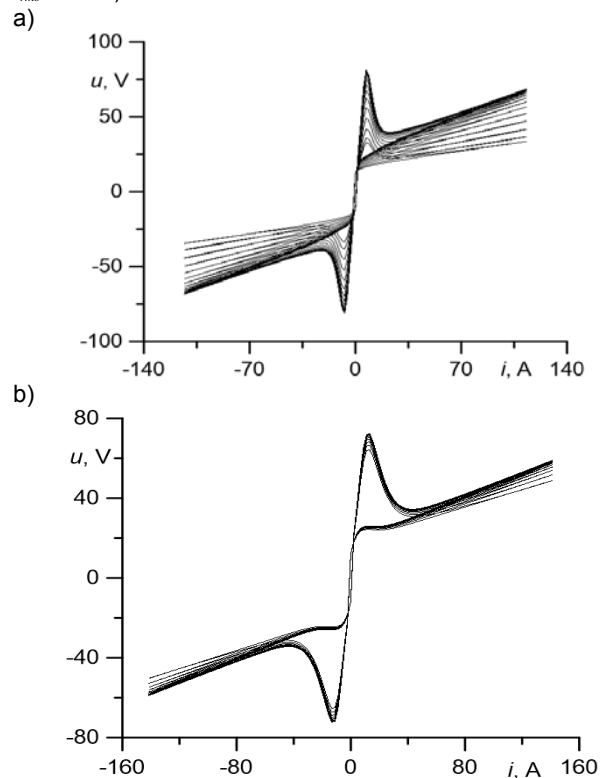
z opisem pod rysunkiem 1. Generowany sygnał skokowy zmiany długości łuku od 3 do 8 mm był podawany na człon inercyjny drugiego rzędu  $(2,5 \cdot 10^{-3} s^2 + 0,09 s + 1)^{-1}$ . Uzyskane wyniki pokazano na rysunku 3a. Zmiany strumienia gazu w zakresie od 1 do 5 g/s odbywały się z użyciem takiego samego członu inercyjnego, a wyniki symulacji pokazano na rysunku 3b.



Rys. 1. Charakterystyki statyczne łuku: a) z różną długością kolumny ( $U_{AK}=12$  V,  $k_0=1,05$ ;  $k_1=0,9$ ;  $k_2=1,2$ ;  $k_3=1,3$ ;  $E_0=2$  V/mm;  $r_0=0,035$   $\Omega$ ;  $E_{p0}=9$  V/mm;  $I_p=5$  A); b) z różnym strumieniem masy omywającego gazu ( $U_{AK}=12$  V,  $k_0=1$ ;  $k_1=0,9$ ;  $k_2=1,1$ ;  $k_4=0,9$ ;  $r_0=0,03$   $\Omega$ ;  $U_{p0}=40$  V;  $u_{p4}=0,25$   $(s/g)^{k_4}$ ;  $u_0=0,5$  Vs/g;  $U_{m0min}=7$  V;  $R_{m0min}=0,01$   $\Omega$ ;  $I_p=12$  A); c) z różnym ciśnieniem gazowym ( $U_{AK}=12$  V,  $k_0=1,4$ ;  $k_1=0,9$ ;  $k_2=1,15$ ;  $k_5=1,2$ ;  $r_0=0,008$   $\Omega$ ;  $U_{p0}=40$  V;  $u_{p0}=0,4$  Vs/g;  $U_{p0min}=3$  V;  $R_{0min}=0,01$   $\Omega$ ;  $u_{p0}=0,008$   $\Omega$ ;  $I_p=8$  A)



Rys. 2. Charakterystyki napięciowo-prądowe dynamiczne łuku: a) rozciąganego w zakresie 2÷6 mm ( $\theta = 1,5 \cdot 10^{-4}$  s,  $I_{rms} = 80$  A); b) ze wzrastającą intensywnością strumienia omywającego gazu w zakresie 2÷4 g/s ( $\theta = 1,7 \cdot 10^{-4}$  s,  $I_{rms} = 100$  A); c) ze wzrastającym ciśnieniem atmosfery gazowej w zakresie 1÷8 bar ( $\theta = 1,5 \cdot 10^{-4}$  s,  $I_{rms} = 100$  A)



Rys. 3. Przebiegi czasowe napięcia na łuku: a) rozciągającym ( $\theta = 1,5 \cdot 10^{-4}$  s,  $I_{rms} = 80$  A); b) ze wzrastającą intensywnością strumienia omywającego gazu ( $\theta = 1,7 \cdot 10^{-4}$  s,  $I_{rms} = 100$  A);

## Wnioski:

1. Zastosowanie sumy normowanych prostych funkcji analitycznych umożliwia łatwą aproksymację rodziny charakterystyk napięciowo-prądowych statycznych łuku elektrycznego poddanego wpływowi różnych czynników zewnętrznych na kolumnę plazmową.
2. Zmodyfikowany model matematyczny Pentegowa umożliwia odwzorowanie procesów elektrycznych w obwodzie z łukiem zaburzonym przez czynniki zewnętrzne o różnej wartości amplitudy i o różnej szybkości zmian.
3. Zaproponowane modyfikacja modelu matematycznego Pentegowa i zestaw funkcji aproksymujących rodziny charakterystyk napięciowo-prądowych quasi statycznych pozwalają na odwzorowanie procesów w obwodach z zaburzonym łukiem, jaki występuje wielu różnych urządzeniach elektrotechnologicznych.

**Autorzy:** dr hab. inż. Antoni Sawicki prof. PCz., Politechnika Częstochowska, Instytut Telekomunikacji i Kompatybilności Elektromagnetycznej, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: [sawicki.a7@gmail.com](mailto:sawicki.a7@gmail.com); dr inż. Maciej Haltof, E-mail: [maciej@haltof.pl](mailto:maciej@haltof.pl).

## LITERATURA

- [1] Stryczewska H.D., Janowski T., Jaroszyński L., Mathematical model of the non-thermal plasma reactor. IV International Workshop on Advanced Plasma Tools and Process Engineering, (1998), s. 175-180.
- [2] Królikowski Cz., Jedna z metod analitycznego ujmowania charakterystyk napięciowo-prądowych łukowych palników plazmowych prądu stałego. *Rozprawy Elektrotechniczne*, (1972), t.18, z. 2, s. 403-420.
- [3] Sawicki A., Wpływ quasi-statycznych zmian ciśnienia gazu na modele łuku elektrycznego urządzeń elektrotechnologicznych. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, (2014), R. 58, nr 2, s. 41-48.
- [4] Подгорный И.М. Лекции по диагностике плазмы. Атомиздат, М (1968).
- [5] Савицки А., Хальтоф М., Проблемы определения параметров математических моделей электрических дуг в цепях с источниками тока. *Электричество*, (2016), № 1, с. 25-34.
- [6] Sawicki A., Haltof M., Metoda wyznaczania parametrów modelu Pentegowa opisującego łuk elektryczny o charakterystyce statycznej typu Ayrton. *Przegląd Elektrotechniczny* (2015), R. 91, nr 5, s. 117-120.
- [7] Gimenez W., Hevia O., Metodología para la modelización del arco eléctrico a partir de oscilogramas de ensayos. III Seminario Argentino de usuarios del EMTP, 26 y 27 de Noviembre de (1998), Buenos Aires, Argentina.
- [8] Шельгазе М., Математическая модель переходных процессов в сварочной дуге и ее исследования. *Автоматическая сварка*, (1971), № 7, с.13-16.
- [9] Marciniak, L., Implementacje modeli łuku ziemnozwarciowego w programach PSCAD i Matlab/Simulink. *Przegląd Elektrotechniczny*, (2012), nr 9a, s. s.126-129.
- [10] Пенегов И.В., Сидорев В.Н., Сравнительный анализ моделей динамической сварочной дуги. *Автомат. Сварка*, (1989), № 2 (431), 33-36.
- [11] Sawicki A., Haltof M., Nieliniowe modele matematyczne łuku elektrycznego. *Przegląd Elektrotechniczny* (2016), R. 92, nr 9, (w druku)
- [12] Sawicki A., Haltof M., Odwzorowanie wpływu zaburzeń kolumny plazmowej na charakterystyki statyczne i dynamiczne łuku opisanego za pomocą modelu Pentegowa. Cz. 1. Modelowanie wpływu zaburzeń jednoparametrowych na charakterystyki łuku elektrycznego. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, (2016), nr 2, s. 52-58.
- [13] Sawicki A., Aproksymacje charakterystyk napięciowo-prądowych łuku urządzeń elektrotechnologicznych. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa* (2013), nr 6, s. 58-68.
- [14] Sawicki A., Funkcje wagowe w modelach hybrydowych łuku elektrycznego. *Śląskie Wiadomości Elektryczne* (2012), nr 5, s. 15-19.
- [15] Kumar P., Kolhe K.P., Morey S.J., Datta C.K., Process Parameters Optimization of an Aluminium Alloy with Pulsed Gas Tungsten Arc Welding (GTAW) Using Gas Mixtures. *Materials Sciences and Applications*, (2011), 2, 251-257
- [16] Praveen P., Kang M.J., Prasad Y.K.D.V., Arc voltage behavior of one drop per pulse mode in GMAW-P. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, (2006), Volume 17 Issue 1-2 July-August, p. 389-392.