

doi:10.15199/48.2016.02.02

Analiza efektu dyspersji w modelu antenowym kanału wyładowania atmosferycznego z rozłożoną indukcyjnością

Streszczenie. Przedmiotem analizy jest model antenowy kanału wyładowania atmosferycznego z rozłożoną indukcyjnością. Dodana indukcyjność jest zastosowana w celu uzyskania odpowiedniej prędkości prądu wyładowania głównego, powodując równocześnie zmiany kształtu fali prądowej wzdłuż kanału. Analiza opóźnienia grupowego w dziedzinie częstotliwości wskazuje, że prędkość propagacji wzdłuż modelu kanału zależy od częstotliwości.

Abstract. An inductively loaded antenna theory model of a lightning return stroke is analysed. Inductive loading is applied to obtain the required return stroke current speed, which additionally causes changes of the lightning current waveform along the channel. The analysis of the group delay in the frequency domain shows that the propagation velocity along the channel model depends on frequency. (Analysis of dispersion effect in inductively loaded antenna theory model of a lightning return stroke).

Słowa kluczowe: kanał pioruna, model antenowy, rozłożona indukcyjność, dyspersja, opóźnienie grupowe.

Keywords: lightning channel, antenna theory model, distributed inductance, dispersion, group delay.

Wstęp

Modele kanału wyładowania głównego są sklasyfikowane i opisane w [1, 2]. Rakov i Uman w [1] zdefiniowali cztery klasy tych modeli:

- 1) modele fizyczne (gazodynamiczne);
- 2) modele elektromagnetyczne;
- 3) modele o parametrach rozłożonych (modele R-L-C);
- 4) modele inżynierskie.

Cooray w [2] podzielił modele na trzy grupy:

- (i) modele elektrotermodynamiczne;
- (ii) modele linii transmisyjnej lub modele R-L-C;
- (iii) modele półfizyczne i inżynierskie.

Antenowe modele kanału wyładowania należą do klasy 2) według Rakova i Umana lub do grupy (iii) według klasyfikacji Cooray'a. Modele antenowe, których różne odmiany były prezentowane po raz pierwszy w [3 – 6], są bardzo przydatne do inżynierskich obliczeń narażeń piorunowych. Mogą one być bezpośrednio zastosowane np. do wyznaczania podziału prądu piorunowego w strukturach cienkoprzewodowych w pobliżu ziemi, w tym w instalacjach ogromnych, z użyciem różnych programów komputerowych implementujących metodę elementów brzegowych (metodę momentów – MoM).

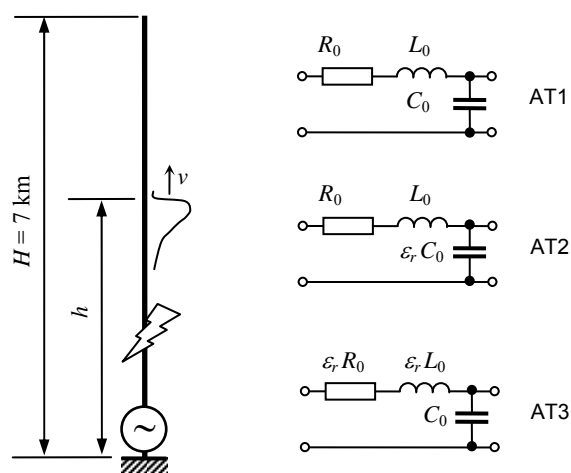
Najprostszym (i historycznie pierwszym) zastosowaniem teorii anten do modelowania wyładowania atmosferycznego jest pionowy monopol zasilany u swojej podstawy za pomocą generatora napięciowego, zaproponowany przez Podgorskiego i Landta [3]. Obliczana fala prądowa przemieszcza się wzdłuż modelu kanału w górę z prędkością światła, $v = c$. Przybliżenie tej koncepcji w postaci linii transmisyjnej jest przedstawione na rysunku 1 jako model AT1 (dokładniej: zilustrowano schemat jednostkowego odcinka tej linii).

W celu symulacji faktu, że wyładowanie główne rozwija się od ziemi w kierunku chmury z prędkością znacznie mniejszą od c , Moini i in. przedstawili model, który wymaga przeprowadzenia obliczeń w dwóch etapach [4]. W pierwszym etapie model kanału umieszczony jest w fikcyjnym dielektryku o przenikalności $\epsilon_r = 5,3$, co skutkuje uzyskaniem prędkości $v = 1,3 \times 10^8$ m/s. Zabieg ten jest równoważny zwiększeniu pojemności jednostkowej C_0 w schemacie zastępczym odcinka jednostkowego (model AT2 na rys. 1). Rozkład prądu obliczony w pierwszym etapie jest wykorzystywany w etapie drugim do obliczenia rozkładu pola w otaczającym powietrzu (po usunięciu dielektryka). Niestety, wiele popularnych programów komputerowych nie umożliwia zastosowania takiego modelu.

Kato i in. zaproponowali w [5] zmodyfikowany model AT2, złożony z anteny pionowej umieszczonej wewnątrz dielektrycznego cylindra o promieniu 4 m i przenikalności elektrycznej względnej $\epsilon_r = 200$. Cylinder ten jest otoczony powietrzem. Model taki umożliwia wyznaczenie prądu w kanale oraz rozkładu pola elektromagnetycznego w trakcie realizacji jednego etapu obliczeniowego.

Kolejne podejście wykorzystuje dodanie indukcyjności równomiernie rozłożonej wzdłuż kanału (model AT3 na rys. 1) dla redukcji prędkości przemieszczania się fali prądowej. Pomysł ten został po raz pierwszy użyty przez Baba i Ishii w [6], a jego zaletą jest łatwa implementacja w powszechnie używanych programach.

Symulacja zmniejszania się natężenia prądu wraz ze wzrostem wysokości jest możliwa dzięki zastosowaniu rezystancji rozłożonej równomiernie wzdłuż dowolnego z wymienionych modeli kanału. W pracy [7] zaproponowano m.in. powiązanie modeli AT2 i AT3 przez dobór wartości rozłożonej rezystancji jako równej $\epsilon_r R_0$, co będzie opisane dalej.



Rys. 1. Obwodowe schematy zastępcze jednostkowych odcinków modeli antenowych kanału pioruna

Wyniki opublikowane w [3]-[6] dotyczyły wyłącznie dziedziny czasu. Ponadto, autorzy nie analizowali zmian kształtu fali prądowej wzdłuż modeli kanału pioruna. W niniejszej pracy przeprowadzono badania w dziedzinie częstotliwości. Zbadano efekt dyspersji na podstawie analizy czasu opóźnienia grupowego.

Efekt dyspersji, który polega na zależności prędkości rozchodzenia się fali prądowej od częstotliwości, jest wymieniany w wielu publikacjach dotyczących obserwacji i pomiarów parametrów wyładowań atmosferycznych [8]-[9]. Jednakże, wciąż nie ma wystarczających danych, które można użyć dla szczegółowego opisu zmian kształtu fali prądowej w funkcji wysokości. Można znaleźć prace zawierające próby włączenia efektu dyspersji do arbitralnie sformułowanych modeli „inżynierskich”, ale nie mieszczą się one w zakresie niniejszego opracowania.

Dalsza część artykułu dotyczy modelu AT3 [7], [10], gdyż jest on najłatwiejszy do symulacji zmniejszenia prędkości fali prądowej ($v < c$) za pomocą powszechnie używanych programów implementujących metodę elementów brzegowych w przybliżeniu cienkoprzewodowym (metodę momentów).

Model antenowy z rozłożoną indukcyjnością

Zasadniczą częścią modelu AT3 jest monopol antenowy umieszczony w powietrzu pionowo nad powierzchnią ziemi (rys. 1). Załóżmy, że ziemia jest idealnie przewodząca. Antena jest zasilana u dołu za pomocą idealnego generatora napięciowego. Przyjęta wysokość modelu kanału pioruna wynosi $H = 7$ km, a jego promień $a = 5$ cm. Warto odnotowania jest fakt, że współczynnik propagacji γ dla obwodowych schematów zastępczych modeli AT2 i AT3 może być traktowany jako równoważny przy spełnieniu zależności:

$$(1) \quad \gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)j\omega\epsilon_r C_0} = \sqrt{(\epsilon_r R_0 + j\omega\epsilon_r L_0)j\omega C_0}$$

Jednostkowa indukcyjność L_0 monopola (przypadająca na jednostkę długości) może być wyznaczona ze wzoru:

$$(2) \quad L_0 = \frac{\mu_0 l}{\pi} \left(\ln \frac{2l}{a} - 1 \right),$$

gdzie $l = 1$ m.

W celu spowodowania, żeby prędkość fali prądowej w modelu wyładowania głównego była mniejsza od prędkości światła tyle razy, ile w modelu AT2, należy do monopola dołożyć rozłożoną indukcyjność szeregową L_d o wartości jednostkowej

$$(3) \quad L_d = (\epsilon_r - 1)L_0.$$

W modelu AT3 indukcyjność ta wynosi $L_d = 4,5$ μ H/m. Tłumienie prądu jest modelowane poprzez dodanie szeregowie rezystancji rozłożonej o wartości

$$(4) \quad R_d = \epsilon_r R_0 = 1 \Omega/\text{m}.$$

Oczywiście, impedancje charakterystyczne modeli AT2 i AT3 różnią się od siebie, a także od impedancji charakterystycznej monopola ułożonego w powietrzu (AT1), ale nie wpływa to na wyniki obliczeń prądu i rozkładu pola elektromagnetycznego.

Algorytm symulacji komputerowych jest przedstawiony w [7], [10]. Obliczenia z zastosowaniem metody momentów były wykonywane w dziedzinie częstotliwości, z wykorzystaniem programu AWAS 2.0 [11]. Wyniki w dziedzinie czasu otrzymano z zastosowaniem procedury FFT.

Model kanału pioruna został podzielony na 350 segmentów, każdy po 20 m długości. Analizę przeprowadzono w zakresie częstotliwości $f_{\max} = 2048$ MHz z interwałem $\Delta f = 4$ kHz, co oznacza, że do obliczeń z użyciem FFT wzięto 512 próbek widma.

Przebieg prądu pioruna na wysokości 0 km jest przedstawiony za pomocą formuły [4]:

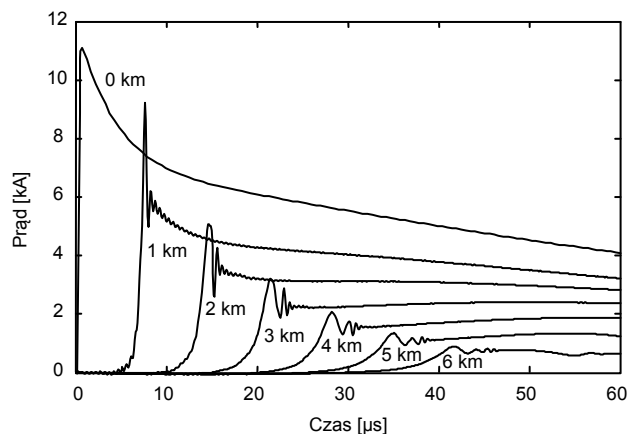
$$(5) \quad i(0, t) = \frac{I_1}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^2}{1 + (t/\tau_1)^2} \exp(-t/\tau_2) + I_2 [\exp(-t/\tau_3) - \exp(-t/\tau_4)],$$

gdzie $I_1 = 8,85$ kA, $I_2 = 7,5$ kA, $\eta = 0,845$, $\tau_1 = 0,072$ μ s, $\tau_2 = 5$ μ s, $\tau_3 = 100$ μ s, $\tau_4 = 6$ μ s.

Wyniki analizy w dziedzinie czasu

Wyznaczone przebiegi prądu na różnych wysokościach przedstawiono na rysunku 2. Zjawisko dyspersji jest widoczne w dziedzinie czasu w dwóch postaciach, które opisano poniżej.

- 1) Wydłużenie czoła impulsu prądowego wraz ze wzrostem wysokości. Efekt ten staje coraz bardziej widoczny przy zwiększaniu promienia a monopola antenowego.
- 2) Silne, zanikające oscylacje, pojawiające się tuż za czołem impulsu. Oscylacje te rosną wraz ze wzrostem indukcyjności L_d (czyli wraz ze zmniejszaniem prędkości propagacji fali prądowej). Rosną one również wtedy, gdy założy się mniejszą wartość rozłożonej rezystancji R_d lub mniejszy promień a modelu kanału pioruna. Nie należy wiązać tych oscylacji z efektem Gibbsa.



Rys. 2. Wyniki obliczeń przebiegów fali prądowej na różnych wysokościach

Wyniki analizy w dziedzinie częstotliwości

Zależność czasu opóźnienia grupowego τ od częstotliwości może być traktowana jako miara efektu dyspersji:

$$(6) \quad \tau = h \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d\varphi}{d\omega} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega},$$

gdzie h oznacza wysokość nad ziemią (rys. 1), β jest współczynnikiem fazowym (część urojona współczynnika γ), a φ jest argumentem transmitancji prądowej $T_I(h, j\omega)$ zdefiniowanej jako

$$(7) \quad T_I(h, j\omega) = I(h, j\omega) / I(0, j\omega).$$

Przyjęto, że wartość czasu opóźnienia grupowego τ dla danej częstotliwości jest liczbą ujemną. Ilustrację zależności opóźnienia grupowego od częstotliwości na wybranych wysokościach przedstawiono na rysunku 3.

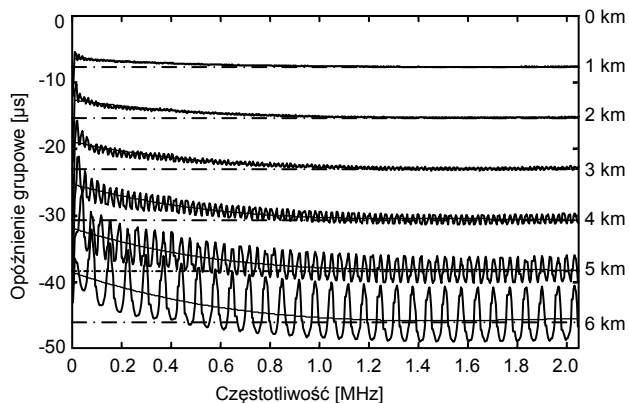
Zafalowane linie na tym rysunku są wykresami $\tau(f)$.

Cieńsze, gładkie linie ciągłe, przebiegające wewnątrz tych zafalowanych wykresów, reprezentują aproksymację średniokwadratową τ za pomocą wielomianu trzeciego stopnia. Linie te ilościowo ilustrują uśrednioną tendencję zmian czasu opóźnienia grupowego, z pominięciem zafalowań rezonansowych. Z rysunku 3 widać, że składniki widma prądu z zakresu małych częstotliwości przemieszczają się wzdłuż modelu kanału pioruna szybciej

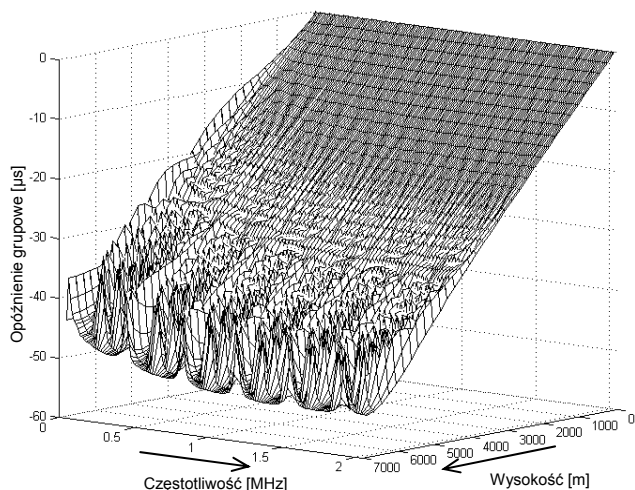
niż składniki widma z zakresu większych częstotliwości (mają mniejszy czas opóźnienia grupowego τ).

Linie przerywane (kreska-kropka) pokazują wartość wynikającą z założonego związku między modelami AT2 i AT3:

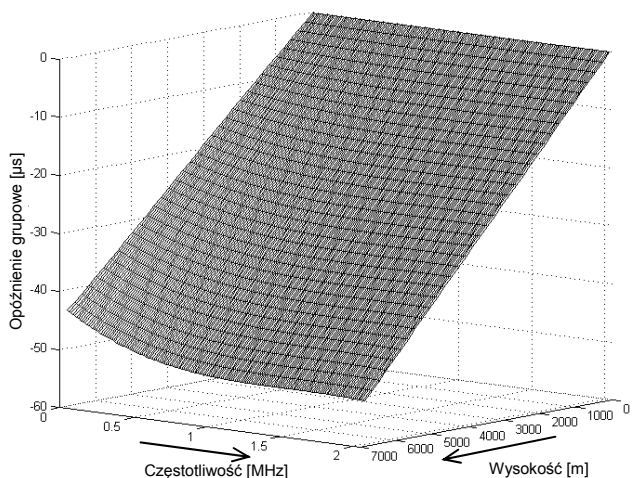
$$(8) \quad \tau = hc/\sqrt{\varepsilon_r} = hc/\sqrt{5,3}.$$



Rys. 3. Wyniki obliczeń zależności czasu opóźnienia grupowego od częstotliwości na różnych wysokościach



Rys. 4. Wykres quasi-trójwymiarowy czasu opóźnienia grupowego w funkcji częstotliwości i wysokości



Rys. 5. Średniokwadratowa aproksymacja wykresu z rysunku 4

Im mniejszy promień monopola antenowego, tym większe są rezonansowe zmiany wyników obliczeń

opóźnienia grupowego. Wartości maksymalne oscylacji w dziedzinie czasu również rosną wraz ze zmniejszaniem promienia modelu kanału. Można to wyjaśnić zależnością dobroci anteny od jej promienia (im mniejszy promień tym większa dobroć).

Quasi-trójwymiarowy wykres zmian czasu opóźnienia grupowego w funkcji częstotliwości i wysokości przedstawiono na rysunku 4. Wyniki średniokwadratowej aproksymacji wykresu z rysunku 4 zamieszczono na rysunku 5. Do aproksymacji zastosowano wielomian trzeciego stopnia.

Efekt dyspersji jest widoczny w dziedzinie częstotliwości w dwóch formach:

- 1) rosnącego – co do wartości bezwzględnej – uśrednionego czasu opóźnienia grupowego;
- 2) rezonansowych, okresowych zmian $\tau(f)$.

Jak widać, zamierzona w (8) wartość opóźnienia grupowego jest osiągana tylko przez część widma z zakresu większych częstotliwości.

Wnioski

Opisana analiza w dziedzinie częstotliwości jest wartościowym narzędziem, umożliwiającym uzyskanie dodatkowych informacji o właściwościach modeli pioruna.

Efekt dyspersji, wpływający na kształt fali prądowej wylądowania głównego, jest niewystarczająco opisany w literaturze. Pojawia się on wskutek tego, że fala prądowa przemieszcza się wzdłuż kanału pioruna z prędkością $v < c$, a pole elektromagnetyczne propaguje z prędkością światła.

Przedstawiony przyczynek do analizy efektu dyspersji wskazuje na potrzebę dalszych badań.

LITERATURA

- [1] Rakov V. A., Uman M. A., "Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application", *IEEE Trans. on EMC*, Vol. 40, No. 4 (1998), 403-326.
- [2] Cooray V., "Mathematical modelling of return strokes", in: *The Lightning Flash*, edited by V. Cooray, IEE, London (2003).
- [3] Podgorski A. S., Landt J. A., "Three dimensional time domain modelling of lightning", *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. PWRD-2, July (1987), 931-938.
- [4] Moini R., Kordi B., Rafi G. Z., Rakov V. A., Uman M. A., "A new lightning return stroke model based on antenna theory", *J. Geophys. Res.*, Vol. 105, No. D24 (2000), 29693-29702.
- [5] Kato S., Takinami T., Hirai T., Okabe S., "A study of lightning channel model in numerical electromagnetic field computation", *IEEE National Convention*, no. 7-140, Nagoya, Japan, Mar. (2001).
- [6] Baba M., Ishii M., "Numerical electromagnetic field analysis of lightning current in tall structures", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 16, No. 2 (2001), 324-328.
- [7] Aniserowicz K., "A new algorithm for antenna theory modelling of a lightning return stroke", *International Conference on Lightning Protection ICLP 2004*, Avignon, France, Sep. 13-16 (2004), 958-962.
- [8] Uman M. A., *The Lightning Discharge*, San Diego, CA, Academic Press (1987).
- [9] Cooray V., *An Introduction to Lightning*, Springer (2014).
- [10] Aniserowicz K., *Analiza zagadnień kompatybilności elektromagnetycznej w rozległych obiektach narażonych na wylądowania atmosferyczne* (dostępne na stronie <http://pbc.biaman.pl/dlibra>), Białystok (2005).
- [11] Djordjevic A. R., Bazdar M. B., Petrovic V. V., Olcan D. I., Sarkar T. K., Harrington R. F., *AWAS 2.0 for Windows: Analysis of Wire Antennas and Scatterers*, Artech House (2002).

Autor: dr hab. inż. Karol Aniserowicz, prof. nzw. w PB, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok, E-mail: k.aniserowicz@pb.edu.pl.