

Metoda doboru nastaw regulatorów PI oraz PID dla modelu inercyjnego wyższego rzędu z opóźnieniem

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę doboru nastaw regulatorów PI oraz PID dla obiektów regulacji, których dynamika zmian wielkości regulowanej może być przybliżona modelem inercyjnym wyższego rzędu z dodatkowym członem opóźniającym. Jako kryterium jakości regulacji przyjęto wskaźnik ITAE. Proponowana metoda doboru nastaw regulatorów PI oraz PID pozwala uzyskać poprawę jakości regulacji.

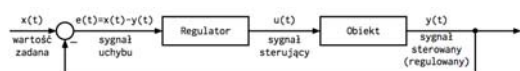
Abstract. The paper deals with the tuning method of PI and PID controllers for systems approximated by higher order inertial model with an additional time lag part. The ITAE criterion has been chosen as an indicator of control quality. The proposed method of controllers tuning makes possible to obtain optimal control quality. (The tuning method of PI and PID controllers for the systems described by the higher order inertial model with an additional time lag part).

Słowa kluczowe: regulator PID, nastawy optymalne, model inercyjny, opóźnienie.

Keywords: PID controller, optimal tuning inertial model, delay.

Wstęp

Proponowana procedura doboru nastaw regulatorów PI oraz PID, określona jest dla układu regulacji z rysunku 1. Przyjęto, że regulatorem jest regulator ciągły typu PID (1).



Rys. 1. Układ regulacji automatycznej z jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym

$$(1) \quad G(s) = k_p \left[1 + 1/(sT_i) + sT_d / (sT_d / N + 1) \right]$$

gdzie: k_p – wzmacnienie proporcjonalne regulatora, T_i – stała całkowania regulatora, T_d – stała różniczkowania regulatora, N – współczynnik bezwymiarowy z zakresu od 2 do 30, w pracy przyjęto $N = 20$.

W pracy [1] zaproponowano częstotliwościową metodę doboru nastaw regulatorów PI oraz PID (1). Metoda ta różni się od metody przedstawionej w pracy [2] oraz od wielu metod, które na niej bazują [3]. W pierwszym etapie procedury opisanej w pracy [1], wykorzystywany jest człon całkujący regulatora (1). Upodabnia to charakterystykę pracy tymczasowego układu regulacji, do charakterystyk docelowych układów z regulatorami: PI lub PID a w konsekwencji ułatwia dobór optymalnych wartości ich parametrów. Zaproponowana w pracy [1] metoda zakłada, iż obiekt regulacji może być przybliżony modelem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem transportowym. W pracy [4], rozszerzono zaproponowaną w [1], częstotliwościową metodę doboru nastaw regulatorów PI oraz PID (1) na obiekty, które mogą być przybliżone modelem inercyjnym wyższego rzędu o jednakowych stałych czasowych. Dla takich obiektów, zaproponowane w [1] oraz [4] procedury doboru nastaw regulatora (1), zapewniają optymalną względem kryterium ITAE, jakość regulacji. Uzyskiwana jakość regulacji ulega pogorszeniu gdy modele aproksymujące metod z prac [1] i [4] nie odwzorowują dokładnie dynamiki obiektu regulacji. W takim przypadku najprościej jest uzupełnić model inercyjny wyższego rzędu o jednakowych stałych czasowych o dodatkowy człon opóźniający:

$$(2) \quad G(s) = ke^{-sL} / (1 + sT)^n$$

gdzie: k – współczynnik wzmacnienia statycznego, T – stała czasowa inercji, L – stała czasowa opóźnienia transportowego, n – współczynnik rzędu inercji.

Optymalne nastawy regulatorów PI oraz PID

Dla regulatora (1) oraz modelu obiektu (2), całkowity wskaźnik jakości regulacji ITAE, jest funkcją parametrów regulatora i przyjętego modelu (3).

$$(3) \quad ITAE = f(T_i/T, T_d/T, k \cdot k_p, L/T, n)$$

Przyjmując łączny współczynnik wzmacnienia oraz stosując skalowanie czasu

$$(4) \quad K = k \cdot k_p \quad s_o = s \cdot T$$

zredukowano liczbę parametrów opisującą wskaźnik ITAE:

$$(5) \quad ITAE = f(\tau, \delta, K, \theta, n)$$

gdzie: $\tau = T_i/T$, $\delta = T_d/T$, $\theta = L/T$.

Dla założeń (4), transmitancja otwartego układu regulacji określona jest zależnością:

$$(7) \quad G(s_o) = K \left[1 + 1/(s_o\tau) + s_o\delta / (s_o\delta / N + 1) \right] \left[e^{-s\theta} / (1 + s_o)^n \right]$$

W ramach eksperymentu symulacyjnego, na podstawie odpowiedzi skokowych zamkniętego układu regulacji (rys. 1), którego tor otwarty opisany jest równaniem (7), wyznaczano wartości wskaźnika (5). Korzystając z metody Nelder-Meada, określono optymalne wartości parametrów: τ , δ , K modeli regulatorów PI oraz PID dla wybranych wartości: θ i n . Eksperyment symulacyjny powtórzono dla zbioru wartości $\theta \in \langle 0, 2 \div 2 \rangle$ i $n \in \langle 1 \div 8 \rangle$. Uzyskane krzywe: $K = f(\theta, n)$, $\tau = f(\theta, n)$ oraz $\delta = f(\theta, n)$, dla regulatorów PI oraz PID aproksymowano funkcją wykładniczą

$$(8) \quad F = a(n) \cdot \theta^{b(n)} + c(n)$$

Współczynniki: $a(n)$, $b(n)$ oraz $c(n)$, które określają optymalne parametry modeli regulatorów PI oraz PID, przedstawiono w tabelach 1, 2, 3, 4 oraz 5.

Tabela 1. Współczynniki funkcji (8) określającej optymalną wartość współczynnika wzmacnienia K modelu regulatora PI

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a	0,38	0,7	-1,66	-0,32	-0,15	-0,086	-0,067	-0,047
b	-1,13	-0,46	0,1	0,33	0,46	0,57	0,53	0,47
c	0,27	-0,05	2,24	0,84	0,63	0,54	0,5	0,47

Tabela 2. Współczynniki funkcji (8) określającej optymalną wartość czasu całkowania τ modelu regulatora PI

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a	0,26	0,083	0,11	0,16	0,21	0,24	0,24	0,3
b	1,16	1,97	1,65	1,37	1,23	1,12	1,22	1,19
c	0,95	1,81	2,3	2,7	3,1	3,49	3,9	4,28

Tabela 3. Współczynniki funkcji (8) określającej optymalną wartość współczynnika wzmocnienia K modelu regulatora PID

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a	0,70	0,81	1,71	-1,93	-0,57	-0,27	-0,16	-0,11
b	-1,017	-1,029	-0,3	0,15	0,33	0,46	0,55	0,6
c	0,32	0,37	-0,63	2,88	1,42	1,061	0,9	0,81

Tabela 4. Współczynniki funkcji (8) określającej optymalną wartość czasu całkowania τ modelu regulatora PID

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a	0,32	0,14	0,14	0,23	0,29	0,31	0,33	0,34
b	1,11	1,6	1,7	1,26	1,12	1,1	1,075	1,056
c	1,03	1,98	2,56	3	3,46	3,93	4,4	4,87

Tab. 5. Współczynniki funkcji (8) określającej optymalną wartość czasu całkowania δ modelu regulatora PID

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a	0,32	0,16	0,091	0,1	0,12	0,12	0,13	0,13
b	0,77	1,19	1,5	1,32	1,16	1,14	1,1	1,14
c	0,022	-0,46	0,83	1,07	1,29	1,5	1,7	1,9

Identyfikacja parametrów modelu aproksymującego

Pierwszy etap proponowanej procedury doboru nastaw regulatorów PI oraz PID, polega po szeregowym połączeniu członu całkującego wybranego regulatora i obiektu regulacji. Człony: proporcjonalny i różniczkujący są odłączane. Przyjmując, że obiekt może być przybliżony modelem (2), transmitancja toru otwartego tymczasowego układu regulacji jest następująca

$$(9) \quad G(s) = k_I k e^{-sL} / s(1 + sT)^n$$

gdzie: k_I – wzmocnienie członu całkującego regulatora.

W kolejnym kroku proponowanej procedury, zamknięty tymczasowy układ regulacji (z regulatorem w postaci członu całkującego), doprowadzany jest do granicy stabilności. W tym stanie, określana jest pulsacja krytyczna ω_{kr} przebiegu wielkości regulowanej i wzmocnienie krytyczne członu całkującego k_{Ikr} .

Moduł transmitancji widmowej układu (9) na granicy stabilności wynosi 1. Umożliwia to określenie zależności opisującej stałą czasową inercji modelu aproksymującego, jako funkcji wzmocnienia i inercji modelu:

$$(10) \quad T_{(\omega_{kr}, n, K)} = \left((k_{Ikr} k / \omega_{kr})^{2/n} - 1 \right)^{1/2} / \omega_{kr}$$

W następnym etapie procedury, dla wybranego zbioru wartości n i znanej wartości k (metoda zakłada znajomość współczynnika wzmocnienia statycznego modelu aproksymującego), z zależności (10) wyznaczany jest zbiór wartości $T_{(\omega_{kr}, n, K)}$. Dalej dla każdego n , poszukiwane jest rozwiązanie funkcji:

$$(11) \quad F_{(\omega_{kr}, n, L, K)} = \left(\tan(\cot^{-1}(\tan(\omega_{kr} L)) / n) / \omega_{kr} \right) - T_{(\omega_{kr}, n, K)}$$

Rozwiązanie to określa wartość współczynnika stałej czasowej opóźnienia L dla danego n i K . Dla wybranego zbioru wartości n oraz wyznaczonego zbioru wartości T (10), otrzymuje się, zbiór wartości L . Pozostawiając tylko dodatnie wartości L , otrzymano zbiór modeli aproksymujących obiekt regulacji. Z otrzymanego zbioru modeli wybierany jest model o najwyższym rzędzie.

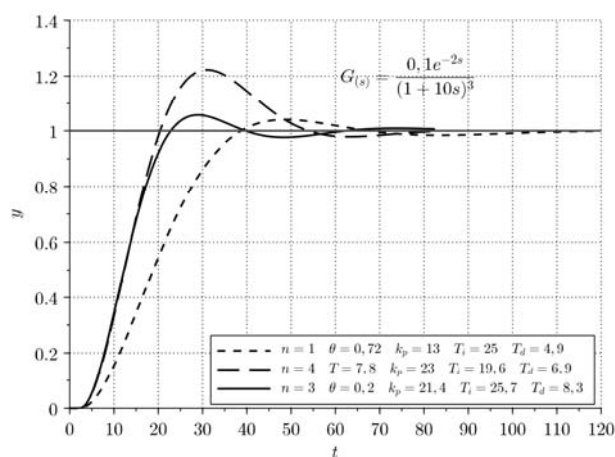
W ostatnim kroku proponowanej procedury, dla wybranego modelu o rzędzie n , obliczana jest wartość θ . Dla tej wartości oraz rzędu n , przy pomocy równania (8)

oraz tabel 1, 2 lub 3, 4, 5, wyznaczane są nastawy: K , τ oraz δ modelu regulatora PI lub PID. Należy pamiętać, że nastawy te odniesione są do współczynnika wzmocnienia k modelu aproksymującego oraz jego stałej czasowej T . Nastawy rzeczywistych regulatorów PI oraz PID uzyskuje się z zależności:

$$(10) \quad k_p = K / k \quad T_i = \tau \cdot T \quad T_d = \delta \cdot T$$

Badania symulacyjne

Na rysunku 2, przedstawiono odpowiedzi trzech układów regulacji (rys. 1), składających się z obiektu regulacji (2) o parametrach: $k = 0,1$, $n = 3$, $\theta = 0,2$ oraz regulatora PID (1). Wykorzystano trzy różne metody doboru nastaw regulatorów. Pierwsza metoda zaprezentowana została w pracy [1] i aproksymuje obiekt regulacji modelem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem. Druga metoda zaprezentowana została w pracy [4] i aproksymuje obiekt regulacji modelem inercyjnym wyższego rzędu o jednokowej stałej czasowej. Trzecią wykorzystaną metodę przedstawiono powyżej.

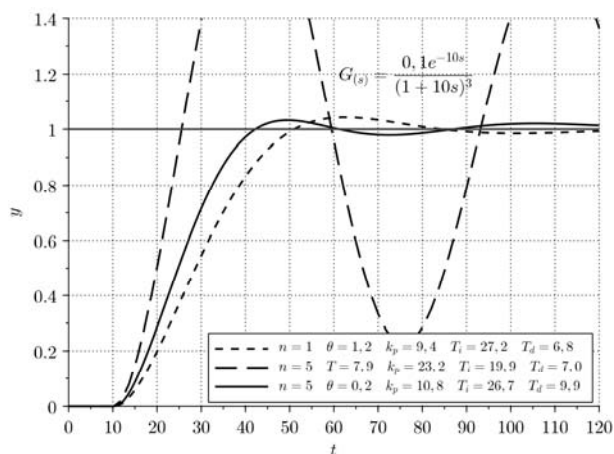


Rysunek 2. Odpowiedzi układów regulacji z regulatorem PID dla obiektu niższego rzędu

Widać, że dla obiektu o niskim rzędzie i małej wartości współczynnika θ , zastosowanie pierwszej metody nie zapewnia optymalnej jakości regulacji. Przebieg przejściowy charakteryzuje się 4% przeregulowaniem i czasem ustalania wynoszącym 60s. Nieoptymalny jest również przebieg przejściowy uzyskany z układu, dla którego zastosowano drugą metodę. Przebieg ten charakteryzuje się 22% przeregulowaniem oraz czasem ustalania wynoszącym 66s. Najlepszy przebieg przejściowy uzyskano z układu, dla którego parametry regulatora dobierane były przy pomocy proponowanej metody. Przebieg regulacji charakteryzuje się 5% przeregulowaniem oraz czasem ustalania wynoszącym 52s. Należy również zauważyć, że prezentowana metoda poprawnie zidentyfikowała parametry obiektu regulacji.

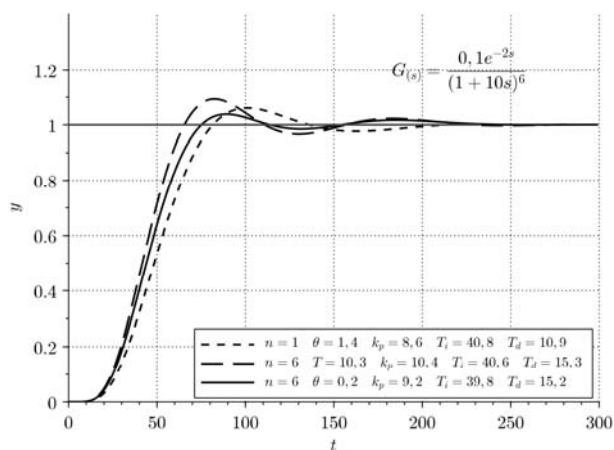
Na rysunku 3 zaprezentowano przebiegi regulacji uzyskane z układów (rys. 1) składających się z regulatora PID (1) oraz obiektu regulacji opisanego modelem (2) o parametrach: $k = 0,1$, $n = 3$, $\theta = 1$. Widać, że dla układu z obiektem o niskim rzędzie i wysokiej wartości współczynnika θ , prezentowana metoda jak również pierwsza metoda, generują podobne nastawy k_p oraz T_i , różnią się natomiast wartości czasu T_d . W konsekwencji dla tych metod uzyskano zbliżone przebiegi regulacji. W pierwszym przypadku przeregulowanie wynosi 3,2% a czas ustalania 108s. W drugim przypadku, przeregulowanie jest

równe 4,2% natomiast czas ustalania 75s. Najgorszą jakość regulacji uzyskano dla układu, którego parametry regulatora dobierano przy pomocy drugiej metody. W tym przypadku przeregulowanie wynosi aż 92% a czas ustalania 754s.



Rysunek 3. Odpowiedzi układów regulacji z regulatorem PID dla obiektu niższego rzędu

Na rysunku 4 przedstawiono przebiegi regulacji uzyskane z układów składających się z regulatora PID (1) oraz obiektu opisanego modelem (2) o parametrach: $k = 0,1$, $n = 6$, $\theta = 0,2$.

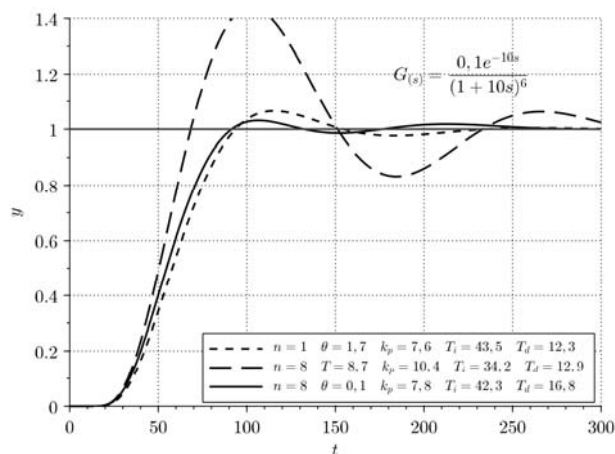


Rysunek 4. Odpowiedzi układów regulacji z regulatorem PID dla obiektu wyższego rzędu

Widać, że dla układu o wyższym rzędzie i małej wartości współczynnika θ , wszystkie trzy metody doboru parametrów regulatorów, generują podobne nastawy regulatorów a układy generują przebiegi regulacji o zbliżonej jakości. Najlepszą jakość regulacji, uzyskano w przypadku zastosowania prezentowanej metody doboru nastaw regulatorów. Przeregulowanie wynosi 3,8% i jest około 1,5 krotnie mniejsze niż przeregulowanie przebiegu uzyskanego z układu, w którym parametry regulatora dobierane były przy pomocy pierwszej metody. Uzyskane przeregulowanie jest również około 2,5 krotnie mniejsze od wartości przeregulowania przebiegu wygenerowanego z układu, dla którego parametry regulatora dobierano przy użyciu drugiej metody. Najmniejszy czas ustalania uzyskano dla procesu przejściowego układu regulacji, w którym parametry regulatora dobierano przy pomocy prezentowanej metody. Wynosił on 103s i był ponad 1,5 krotnie mniejszy od czasu ustalania procesu przejściowego układu, w którym parametry regulatora dobierano przy

pomocy pierwszej metody. Czas ustalania procesu przejściowego układu regulacji w którym parametry regulatora dobierano przy pomocy drugiej metody jest prawie dwukrotnie większy od czasu ustalania procesu przejściowego wygenerowanego przy użyciu prezentowanej metody. Również w tym przypadku proponowana metoda poprawnie zidentyfikowała parametry obiektu regulacji.

Na rysunku 5 przedstawiono przebiegi regulacji uzyskane z układów składających się z regulatora PID (1) oraz obiektu opisanego modelem (4) o parametrach: $k = 0,1$, $n = 6$, $\theta = 1$.



Rysunek 5. Odpowiedzi układów regulacji z regulatorem PID dla obiektu wyższego rzędu

Podobnie jak dla obiektu o niższym rzędzie (rys. 3), procesy przejściowe układów regulacji, w których parametry regulatorów dobierane były przy pomocy prezentowanej metody oraz pierwszej metody, charakteryzują się zbliżoną jakością regulacji. Lepszą jakością regulacji, odznacza się jednak przebieg uzyskany z wykorzystaniem prezentowanej metody. Przeregulowanie wynosi 3,1% a czas ustalania 119s. Proces przejściowy uzyskany przy pomocy pierwszej metody charakteryzuje się dwukrotnie większym przeregulowaniem i ponad półtorakrotnie większym czasem ustalania. Najgorsze parametry charakteryzują proces przejściowy uzyskany przy pomocy drugiej metody doboru nastaw regulatorów. W tym przypadku przeregulowanie wynosi aż 44% a czas ustalania 362s.

Podsumowanie

Prezentowana metoda doboru nastaw regulatorów PI oraz PID jest uzupełnieniem metod przedstawionych w pracach [1] oraz [4]. W odniesieniu do tych metod, proponowana procedura, zapewnia optymalną jakość regulacji dla obiektów, które charakteryzują się zarówno opóźnieniem transportowym jak również większym od jedności rzędem inercji.

Autorzy: dr inż. Michał Łaskawski, Politechnika Świętokrzyska, Zakład Urządzeń i Systemów Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego, 25-314 Kielce, E-mail: m.laskawski@tu.kielce.pl

LITERATURA

- [1] Wciślik M., Łaskawski M., Nowa metoda doboru nastaw regulatorów PI oraz PID dla modelu Kupfmullera, *Krajowa Konferencja Automatyki – Postępy automatyki i robotyki*, (2011)
- [2] Ziegler J.G., Nichols N.B., Optimum setting for automatic controllers, *ASME Rochester N. Y.*, (1942)
- [3] O'Dwyer A., *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, Imperial College Press, (2006)
- [4] Wciślik M., Łaskawski M., Metoda doboru nastaw regulatorów PI i PID w układzie regulacji z modelem Strejca jako obiekt, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2b, (2013)