

Wyższe harmoniczne i moce w obwodzie prądu przemiennego z indukcyjnością i prostownikiem mostkowym

Streszczenie. W pracy przedstawiono nieliniowy model prostownika mostkowego w obwodzie prądu przemiennego z indukcyjnością. Opracowano model matematyczny analizowanego obwodu oraz zaprezentowano metodykę formowania równań opisujących obwód z wykorzystaniem zmiennych bezwymiarowych. Na podstawie modelu matematycznego utworzono schemat operacyjny w programie Simulink i poddano go analizie. Przeprowadzono analizę zniekształceń harmonicznymi przebiegów prądów oraz napięć rozważanego obwodu. Wyznaczono bilanse mocy czynnej oraz biernej w rozważanym obwodzie

Abstract. The paper deals with the nonlinear model of a full-wave bridge rectifier in AC circuit with inductance. The mathematical model of the analyzed circuit was worked out. Methodology of circuit equations forming with use of the dimensionless variables is presented. On the basis of the mathematical model the operational diagram in Simulink was created. Analysis of harmonic distortion of the currents and voltages in considered circuit was carried out. The balances active and reactive powers in the circuit were performed. (**Higher harmonics and powers in the AC circuit with inductance and bridge rectifier**).

Słowa kluczowe: obciążenie nieliniowe, prostownik mostkowy, wyższe harmoniczne, modelowanie, moc czynna i bierna.

Keywords: nonlinear load, bridge rectifier, higher harmonics, modeling, active and reactive powers.

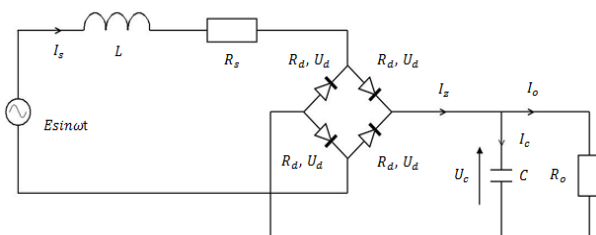
Wstęp

Obciążenia nieliniowe są głównym źródłem wyższych harmonicznych w systemie zasilania. Jednym z najczęściej spotykanych obciążeń nieliniowych są prostowniki mostkowe dwu-połówkowe. Układy te znajdują zastosowanie w aplikacjach przemysłowych oraz układach zasilania urządzeń elektronicznych stanowiących wyposażenie biur oraz prywatnych odbiorów energii elektrycznej przyłączonych do sieci zasilającej. Podstawowym trybem pracy prostownika mostkowego rozważanym w literaturze [1,2] jest praca przerywana, która występuje, gdy kondensator filtrujący wyższe harmoniczne jest ładowany przez prostownik i rozładowywany przez rezystancję obciążenia.

Z [3] wynika, że obciążenie nieliniowe powoduje wzrost indukcyjności widzianej z zacisków źródła zasilania, pogarsza efektywność energetyczną oraz zmniejsza wartość współczynnika mocy. Aby te wielkości zbadać konieczna jest ocena interakcji takiego obciążenia z systemem zasilania. Do właściwej oceny oddziaływań tj. propagacji energii wyższych harmonicznych oraz mocy biernej w systemie zasilania opracowano model matematyczny obwodu, w którym system zasilania rozważany jest jako idealne źródło napięciowe zasilające prostownik mostkowy przez szeregowo połączoną indukcyjność i rezystancję. Proponowany model obwodu umożliwia analizę zarówno pracy przerywanej układu prostownika jak również pracy ciągłej. Takiej analizie nie znaleziono w literaturze m.in. w [1] i [2].

Model analizowanego obwodu

Schemat rozważanego obwodu prezentuje rysunek 1. Obwód ten zawiera prostownik mostkowy, który jest obciążony kondensatorem C i rezystancją obciążenia R_o .



Rys. 1. Schemat analizowanego obwodu z prostownikiem mostkowym

Układ prostowniczy zasilany jest napięciem sinusoidalnym o pulsacji ω , poprzez szeregową połączoną indukcyjność L i rezystancję R_s , które modelują szeregową impedancję systemu zasilania. Prezentowany obwód może pracować w dwu trybach: ciągłym i przerywanym.

Model matematyczny

Na podstawie wstępnych analiz obwodu z rysunku 1 prowadzonych w programie PSpice opracowano model matematyczny takiego obwodu, w którym model prostownika mostkowego utworzono wykorzystując funkcję signum prądu I_s . W rezultacie obwód można opisać równaniami:

$$(1) \quad L \frac{dI_s}{dt} = E \cdot \sin(\omega t) - I_s \cdot (R_s + 2R_d) - (2U_d + U_c) \cdot \text{sign}(I_s)$$

$$(2) \quad C \frac{dU_c}{dt} = I_s - \frac{1}{R_o} \cdot U_c$$

gdzie: I_s - chwilowa wartość prądu płynąca przez układ prostowniczy, indukcyjność L oraz rezystancję R_s modelujące impedancję układu zasilania, R_d - rezystancja szeregowo diody w stanie przewodzenia, U_c - napięcie graniczne stanu przewodzenia.

Układ prostownika mostkowego widziany jest dla źródła zasilania jako obciążenie nieliniowe, którego napięcie jest proporcjonalne do funkcji signum prądu I_s . Współczynnikiem proporcjonalności jest natomiast suma napięcia na pojemności C i spadków napięć na dwu przewodzących diodach. W równaniach założono, że napięcie U_c przyjmuje wartości dodatnie.

W celu uproszczenia prowadzonych analiz oraz organizacji eksperymentu symulacyjnego zastosowano skalowanie czasu oraz zmienne odniesienia:

$$(3) \quad \tau = \omega t; \quad X = \omega L; \quad I_m = \frac{E}{X}; \quad Y = \omega C$$

Wykorzystując zmienne i parametry bezwymiarowe:

$$(4) \quad i_s = \frac{I_s}{I_m}; \quad u_d = \frac{U_d}{E}; \quad u_c = \frac{U_c}{E}$$

$$(5) \quad r_z = \frac{R_s + 2R_d}{\omega L}; \quad r_o = \frac{R_o}{\omega L}; \quad y = XY = \omega^2 LC;$$

równania opisujące obwód mogą być zapisane w następującej postaci:

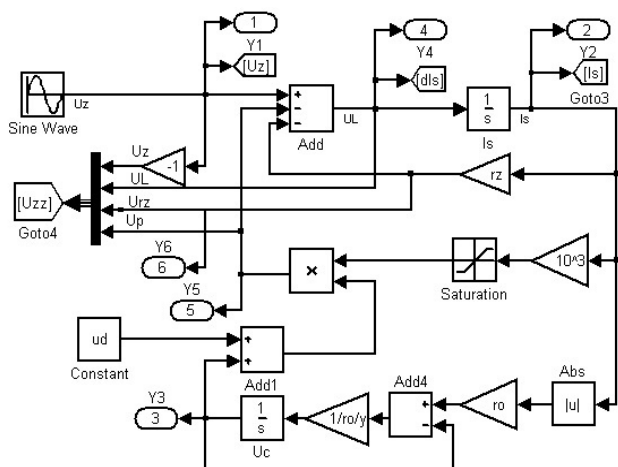
$$(6) \quad \frac{di_s}{d\tau} = \sin(\tau) - i_s \cdot r_z - \text{sign}(i_s) \cdot (2u_d + u_c)$$

$$(7) \quad \frac{du_c}{d\tau} = \frac{1}{y \cdot r_o} (|i_s| \cdot r_o - u_c)$$

Po wprowadzonych przekształceniach liczba parametrów i wielkości wejściowych zmniejszyła się o 4. W efekcie otrzymane równania (6) i (7) w postaci bezwymiarowej mają 5 parametrów i wielkości wejściowych, co znacznie upraszcza dalszą analizę modelu.

Model w Simulinku

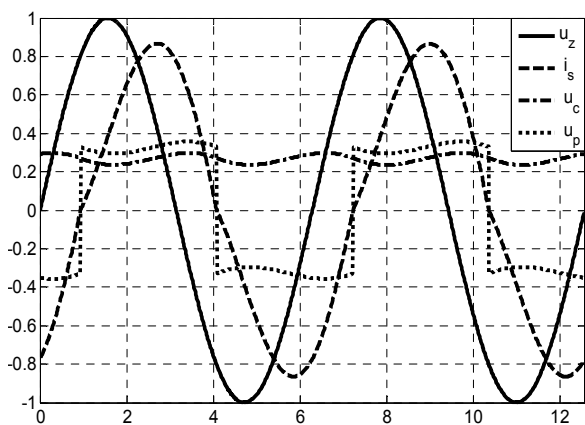
Na podstawie równań (6) i (7) utworzono schemat operacyjny analizowanego obwodu w programie Simulink, który zaprezentowano na rysunku 2. Na schemacie można wyróżnić sumatory, bloki wzmacnienia oraz integratory opisujące zmienne stanu rozważanego obwodu.



Rys. 2. Schemat operacyjny obwodu w Simulinku

Funkcję signum zrealizowano wzmacniając sygnał tysiąc razy, a następnie zastosowano funkcję nasycenia. Portami wyjściowymi natomiast wyprowadzono chwilowe wartości prądów i napięć, które wykorzystano w bilansie mocy czynnych i biernych oraz analizie harmonicznej przebiegów prądów i napięć modelu.

Aby dokonać oceny jakościowej przebiegów napięć i prądów obwodu przeprowadzono symulację modelowanego obwodu z wykorzystaniem systemu MATLAB.

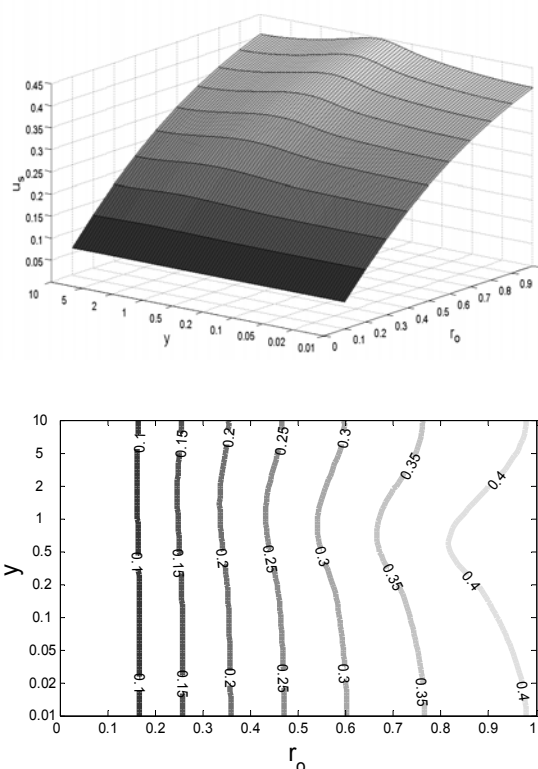


Rys. 3. Przebiegi napięć i prądu w obwodzie z rysunku 1. Gdzie: u_s , u_c , u_p - odpowiednio napięcie zasilania, wyjściowe, na prostowniku, i_s - prąd w obwodzie

Eksperyment symulacyjny oraz analizę wyników wykonano z wykorzystaniem zmiennych bezwymiarowych opisanych zależnościami (4) i (5). Jako zmienne wejściowe zastosowano parametry r_o , y , u_d oraz r_z . Parametry r_o i y decydują o warunkach granicznych pracy ciągłej układu prostownika.

Zmienne r_o i y wyrażają odpowiednio bezwymiarową wartość obciążenia rezystancyjnego i pojemnościowego układu prostownika odniesionych do indukcyjności systemu zasilania. Przykładowe przebiegi prądów i napięć modelu w stanie ustalonym dla wymuszenia sinusoidalnego w postaci funkcji $\sin(\tau)$ i parametrów wejściowych $r_o=0,5$, $y=6$, $u_d=0,06$ oraz $r_z=0,01$ prezentuje rysunek 3. Przebiegi te są charakterystyczne dla trybu pracy ciągłej prostownika.

Jedną z podstawowych wielkości wyjściowych prostownika mostkowego jest wartość średnia napięcia u_s . Napięcie to w funkcji r_o i y prezentują wykresy z rysunku 4.



Rys. 4. Średnia wartość napięcia wyjściowego u_s w funkcji r_o i y dla $u_d=0,06$ i $r_z=0,01$

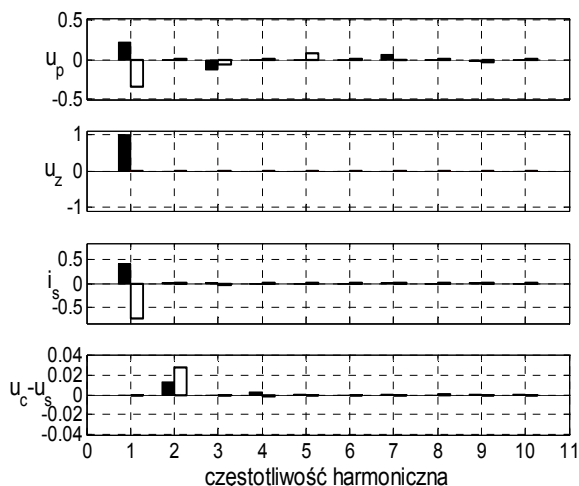
Prezentowane wykresy są charakterystyczne dla pracy ciągłej. Należy zauważyć, że w określonym zakresie zmian wartości y napięcie u_s osiąga maksimum, którego wartość rośnie wraz ze wzrostem r_o . Z wykresów tych wynika, że maksimum to jest funkcją parametru y oraz występuje, gdy $r_o > 0,3$.

Analiza harmoniczna przebiegów napięć i prądu w obwodzie

Prądy i napięcia z rysunku 3 poddano analizie harmonicznej. Dla okresowych przebiegów odkształconych analizę harmoniczną wykonuje się przy użyciu szeregu Fouriera. W tym celu modelem obwodu utworzonym w Simulinku sterowano z pliku MATLABa, pobierając kolejne wartości chwilowe prądów i napięć, a następnie na ich podstawie przeprowadzano dyskretną transformację Fouriera.

Z rysunku 5 wynika, że największą zawartością harmonicznych cechuje się napięcie na prostowniku u_p . Wartości tych harmonicznych są charakterystyczne dla

obciążenia nieliniowego, amplitudy poszczególnych harmonicznych maleją wraz ze wzrostem ich rzędów.



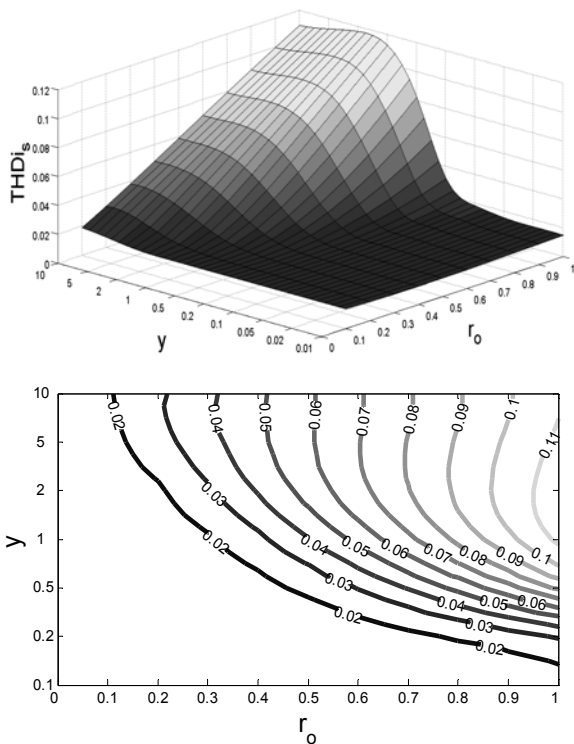
Rys. 5. Amplitudy części rzeczywistych (kolor czarny) i urojonych (kolor biały) harmonicznych napięć i prądów z rysunku 3

Zawartość harmonicznych w prądzie i_s nie jest duża, obserwuje się znaczną wartość harmonicznej podstawowej oraz znikome wartości harmonicznej 3.

Skutkiem występowania wyższych harmonicznych są odkształcenia przebiegów napięć i prądów. Do oceny tych odkształceń stosuje się współczynnik zawartości wyższych harmonicznych, który zdefiniowano zgodnie ze standardem IEEE 519 następującą zależnością [4]:

$$(8) \quad THDi = \frac{\sqrt{i_2^2 + i_3^2 + i_4^2 + \dots}}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + \dots}}$$

gdzie: i_n - wartości skuteczne kolejnych składowych harmonicznych.



Rys. 6. Współczynnik THD prądu i_s w funkcji r_0 i y

Dla analizowanych napięć i prądów obwodu wartości współczynnika THD zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości współczynnika THD dla napięć i prądów w rozważanym obwodzie z rysunku 1

$THDu_z$	$THDu_p$	$THDi_s$	$THDu_c$
0.000	0.402	0.059	0.1

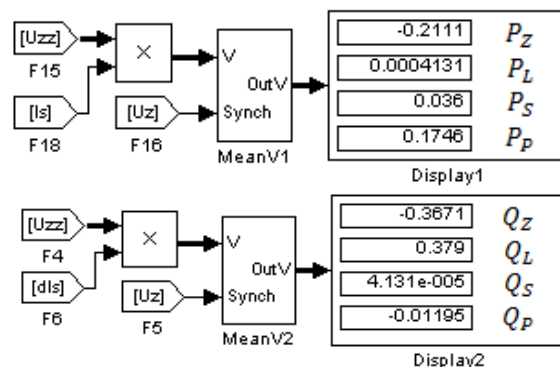
Wartości współczynników THD przedstawionych w tabeli 1 istotnie zależą od zmian parametrów r_0 i y . Wpływ zmian obciążenia pojemnościowego oraz rezystancyjnego układu prostowniczego na współczynnik THD prądu i_s prezentują wykresy z rysunku 6.

Z wykresów wynika, że wartości współczynnika THD prądu i_s płynącego w obwodzie zasilania zależą zarówno od parametrów r_0 i y .

Maksymalna wartość THD w rozważanym przedziale zmienności parametrów wejściowych występuje, gdy $r_0=0,95$ oraz $y=2$ i wynosi 11%.

Bilanse mocy czynnych i biernych

Chwilowe wartości mocy czynnej i biernej poszczególnych elementów obwodu wyznaczono stosując układ pomiarowy zaproponowany w [5]. Schemat układu prezentuje rysunek 7.

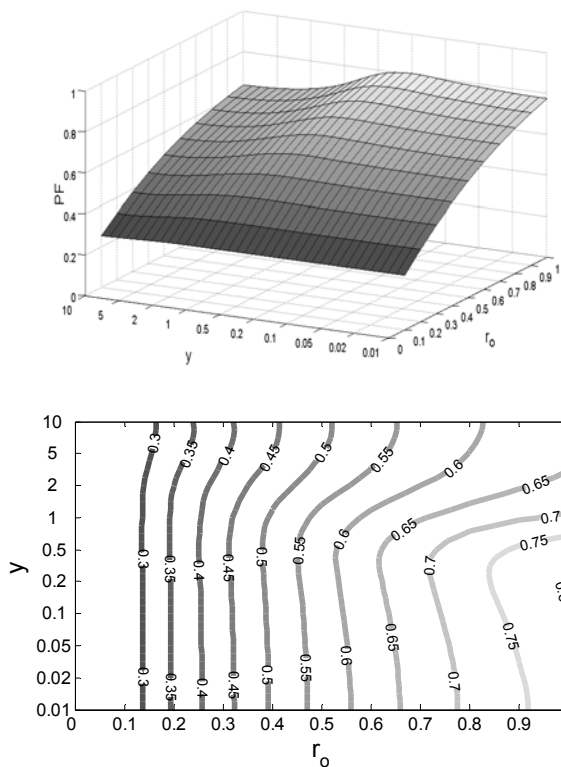


Rys. 7. Schemat układu pomiarowego mocy czynnej i biernej gdzie: $P_z, Q_z; P_L, Q_L; P_C, Q_C; P_P, Q_P$ - odpowiednio moc czynna, moc bierna zasilania, indukcyjności, rezystancji r_s i układu prostownika, pozostałe parametry symulacji: $r_0=0,5, y=6, u_d=0,06$ oraz $r_z=0,01$

Wartości mocy czynnej i biernej otrzymano w wyniku mnożenia wektorów spadków napięć i prądów sformułowanych w modelu z rysunku 2 przez prąd i_s oraz jego pochodną. Wartości te uśredniane są kolejno na filtrach cyfrowych MeanV1 i MeanV2 za okres i wyświetlane na wyświetlaczach. Na podstawie mocy czynnej indukcyjności odniesionej do mocy czynnej źródła zasilania można określić dokładność obliczeń wynosi ok. 0.2%. Z taką też dokładnością spełniony jest bilans mocy czynnej w obwodzie.

Dla definicji mocy biernej w postaci iloczynu napięcia i pochodnej prądu $\frac{di_s}{dt}$ względem czasu, dla rozważanego obwodu obserwuje się także bilansowanie mocy biernej. Na wyświetlaczu mocy biernej można zauważyć, że prostownik ma moc bierną pojemnościową ujemną, tak jak źródło zasilania z tym że wartość tej mocy jest mała w porównaniu do mocy biernej indukcyjności.

Wartość współczynnika mocy dla rozważanego obwodu w funkcji r_0 i y , dla stałych wartości $u_d=0,06$ i $r_z=0,01$ przedstawiono na wykresach z rysunku 8.



Rys. 8. Współczynnik mocy w funkcji r_o i y

Dla $r_o=0,98$ i $y=0,2$ współczynnik mocy osiąga wartość maksymalną, która jest równa 0,8. Oznacza to, że dla takiego przypadku w obwodzie wydzielana jest najmniejsza moc bierna.

Podsumowanie

Prezentowany model obwodu stanowi dobry przykład do badań oddziaływań obciążenia nieliniowego na sieć zasilania oraz inne odbiorniki przyłączone do tej sieci. Charakterystyka mostka obserwowana na zaciskach AC jest niejednoznaczna. Dlatego obserwuje się, że moc bierna prostownika jest niezerowa i ujemna. Znak tej mocy związany jest z kątem przesunięcia oscylacji napięcia na kondensatorze wyjściowym. Z bilansu mocy biernej wynika, że w takim układzie występuje „mała kompensacja” mocy biernej indukcyjnej.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Mirosław Wciślik, Politechnika Świętokrzyska, Zakład Urządzeń i Systemów Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: wcislik@tu.kielce.pl; mgr inż. Paweł Strzabala – studium doktoranckie, Politechnika Świętokrzyska, Zakład Urządzeń i Systemów Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: pstrzabala@tu.kielce.pl

LITERATURA

- [1] Mohan N., Undeland T. M., Robbins W. P., *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, 2003
- [2] Kaźmierkowski M. P., Matysik J. T., *Wprowadzenie do elektroniki i energoelektroniki*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005
- [3] Wciślik M., *Bilanse mocy w obwodzie prądu przemiennego z odbiornikiem nieliniowym*, Przegląd Elektrotechniczny, 2014, nr.2, 5-8
- [4] Wciślik M., *Harmoniczne w obwodzie prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym i kompensacją mocy biernej*, Computer Applications in Electrical Engineering, Poznań 2015, 2015, 77 – 84
- [5] Wciślik M., *Bilanse mocy w obwodzie prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym i kompensacją mocy biernej*, Materiały z IX Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo – Technicznej PES – 9, Kościelisko 2014, 153 – 156