

Energetycznie optymalny rozkład napięć w złożonej liniowej sieci elektrycznej z impulsowymi lub okresowymi przebiegami sygnałów napięciowych i prądowych. Sterowanie suboptymalne

Streszczenie: W obwodach sygnałów elektrycznych należących do tzw. przestrzeni L^1 -impulsów, bądź przestrzeni sygnałów okresowych występujący tam rzeczywisty rozptył prądów nie spełnia zasady minimum strat energetycznych [1,2]. Rozwiązaniem tego zagadnienia jest wprowadzenie sterowania wektorem źródeł prądowych napięciowo zależnych wprowadzonego do zbioru węzłów złożonej sieci typu RLC. Sterowanie to jest energetycznie obojętne (sterowanie optymalne). Dla sterowania energetycznie optymalnego do otrzymania operatora sterowania potrzebne jest odwrócenie operatora $R(s)$. Jest to operator macierzowy i dyspersyjny (zależy od częstotliwości). Odwrócenie takich operatorów jest niewygodne gdyż jest algorytmicznie skomplikowane. Aby tego uniknąć zastępuje się operator $R(s)$ operatorem R' , który jest macierzą, ale niedyspersyjną (nie zależy od s). Takie sterowanie zostanie nazwane sterowaniem suboptymalnym.

Abstract: In the circuits of electrical signals belonging to the L^1 -impulses space or periodic signals space, occurring over there real distribution of electrical voltage does not meet the principle of minimum energy losses [1,2]. The solution to this problem is to introduce the control system as voltage-dependent current sources vector, entered into a nodes set of a complex RLC network. The paper presents a solution of this problem by introduced the control system in current-dependent voltage source vector, entered into a nodes set of a complex RLC network. It has been shown that the control is energy-neutral (optimal control). For energy-optimal controlling, to obtain control operator it is required inversion $R(s)$ operator. It is the matrix operator and the dispersive operator (depends on frequency). Inversion of such operators is inconvenient because it is algorithmically complicated. To avoid this, the operator $R(s)$ is replaced by the R' operator which is a matrix, but nondispersive (does not depends on s). Such control is called the suboptimal control. (Energy-optimal voltage distribution in a complex linear electrical network with pulse or periodic voltage and current signals. Suboptimal control)

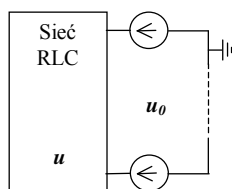
Słowa kluczowe: L1-impulsy, obwody liniowe, zasada minimum strat energii, operatory, sterowanie suboptymalne
Key words: L1-impulses, linear circuits, principle of minimum energy losses, operators, suboptimal control

Wstęp

Zagadnienia dotyczące jakości rozptyłu energii elektrycznej oraz minimalizacji strat energii zwykle dotyczą minimalizacji pewnych wskaźników energetycznych, jak np. moc bierna lub uzyskania optymalnego, ze względów energetycznych rozkładu napięć.

W obwodach prądu stałego obowiązuje zasada minimum energii, zgodnie z którą rozkład napięć w złożonej sieci jest taki, że całkowite straty energii są minimalne [3,4]. Jednak zasada ta na ogół nie działa już w obwodzie prądu sinusoidalnie zmiennego [5].

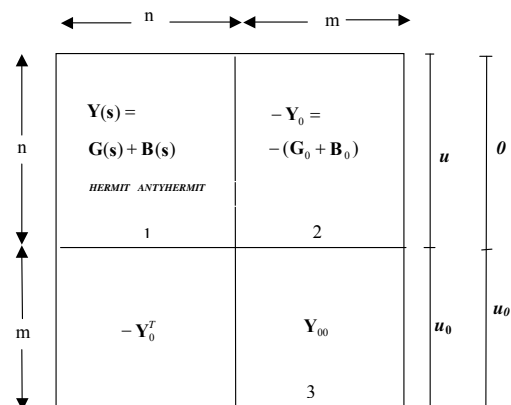
Z drugiej strony w dziedzinie sygnałów niesinusoidalnych okresowych pojęcie mocy biernej traci sens, co oznacza że pojęciem tym nie należy się posługiwać podczas badania jakości rozptyłu energii elektrycznej w sieci [6,7]. Jednak problemy kompensacji zdążające do wyzerowania wskaźnika mocy biernej mogą być rozwiązywane jako zadania optymalizacyjne polegające na minimalizowaniu strat energii w sieci albo jako związane z nimi zadania minimalizowania skutecznego rozkładu napięć [8,9].



Rys.1. Złożona sieć z zasilaniem wielonapięciowym; u – wewnętrzny wektor napięć węzłowych; u_0 zewnętrzny wektor napięciowy.

W artykułach [1,2] wykazano że w obwodach z sygnałami należącymi do liniowej przestrzeni L^1 -impulsów występujący tam rzeczywisty rozkład napięć także nie spełnia zasady minimum strat energii. Aby tak było potrzebne jest sterowanie. Rozważono złożoną sieć z zasilaniem wielonapięciowym i wielowymiarowym sterowaniem napięciowo - prądowym. Wykazano że

zastosowany układ źródeł sterowanych jest energetycznie obojętny. Zatem proces minimalno – energetycznego sterowania odbywa się bezenergetycznie.



Rys. 2. Schemat układu równań (1); 1 - macierz operatorów wewnętrznych, 2 - macierz operatorów kontaktowych, 3 - macierz operatorów zewnętrznych, 0 - wektor (lub operator) zerowy

Na rys.1. przedstawiono sieć RLC z zadaniem zasilaniem w postaci wektora sygnałów napięciowych u_0 . Rozkład napięć węzłowych wewnątrz sieci określa wektor sygnałów napięciowych u . Sieć scharakteryzowana jest tzw. macierzą operatorów wewnętrznych $Y(s)$ $s=d/dt$, oraz macierzą tzw. operatorów kontaktowych $Y_0(s)$. Równania operatora sieci przyjmują postać:

$$(1) \quad \begin{aligned} Y u - Y_0 u_0 &= 0 \\ -Y_0^T u + Y_0 u_0 &= i_0 \end{aligned}$$

(0 – wektor, lub operator zerowy, T – znak transpozycji)

Wszystkie macierze admitancyjne mają rozkład na części: hermitowską G i antyhermitowską B :

$$(2) \quad Y(s) = G(s) + B(s)$$

tnz. takie , że

$$(3) \quad \mathbf{G}(-s) = \mathbf{G}(s); \quad \mathbf{B}(-s) = -\mathbf{B}(s)$$

Strukturę układu równań (1) ilustruje rys.2. Na rysunku tym podane są rozmiary macierzy i wektorów. Sygnały $i(t)$ – współrzędne wektorów prądowych należą do przestrzeni sygnałowej \mathbf{L}^1 , tzw. przestrzeni \mathbf{L}^1 -impulsów:

$$\mathbf{L}^1 = \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \right\}$$

albo do generowanej przez nią przestrzeni sygnałów T-okresowych [10]:

$$\mathbf{P}_T = \left\{ \tilde{x}(t) : \tilde{x}(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x(t + pT); x(t) \in \mathbf{L}^1 \right\}$$

W przestrzeniach tych określony jest iloczyn skalarny w \mathbf{L}^1 :

$$(u, i) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)i(t) dt$$

a w \mathbf{P}_T

$$(u, i) = \int_0^T u(t)i(t) dt$$

Wszystkie operatory są typu splotowego, tzn. w reprezentacji czasowej mają postać

$$Yi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t-t')u(t') dt' \quad \text{w } \mathbf{L}^1$$

albo

$$Yi(t) = \int_0^T y(t \ominus t')u(t) dt' \quad \text{w } \mathbf{P}_T$$

\ominus - działanie odejmowania mod T.

W reprezentacji z użyciem transformat Fouriera:

$$YU(s) = Y(s)U(s)$$

Operator impedancji Z rozkłada się na dwie składowe G i B [11]:

$$Y = \frac{1}{2}(Y + Y^*) + \frac{1}{2}(Y - Y^*) = G + B$$

to znaczy operator

$$G = \frac{1}{2}(Y + Y^*)$$

który jest operatorem hermitowskim (samosprężonym), tj:

$G^* = G$, oraz operator

$$B = \frac{1}{2}(Y - Y^*)$$

który jest antyhermitowski, tj. $B^* = -B$.

Operator Y^* jest operatorem sprzężonym względem Y, tj. takim, że dla dowolnych sygnałów x,y zachodzi $(Yx, y) = (x, Y^*y)$.

Operator G reprezentuje składową czynną operatora impedancji Y (tzw. operator stratności) a operator B jego składową bierną. Oznacza to spełnienie następujących warunków przez formy kwadratowe:

$$(Yi, i) = (Gi, i); \quad (Bi, i) = 0$$

dla dowolnego sygnału.

Można wykazać, że dla operatorów splotowych

charakteryzujące je funkcje Y(t) oraz Y(s) spełniają warunki [12]:

$$Y^*(t) = Y(-t); \quad Y^*(s) = Y(-s)$$

Zasada minimum strat energetycznych w sieci elektrycznej w przestrzeniach \mathbf{L}^1 i \mathbf{P}_T . Sterowanie optymalne

Funkcjonał napięciowy

$$(4) \quad f(\mathbf{u}) = [\mathbf{u}^T, \mathbf{u}_0^T] \begin{bmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{G}_0 \\ -\mathbf{G}^T & \mathbf{G}_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix}$$

ma wartość, która równa jest stratom energii w sieci elektrycznej. Wzór (4) tworzy macierzowo-operatorowy iloczyn skalarny, tzn. jeżeli

$$\mathbf{A} = [A_{pq}]; \quad \mathbf{X} = [x_q], \quad \mathbf{Y} = [y_q]$$

to forma dwuliniowa ma postać

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} &= \sum_{p,q} (x_p, A_{pq} y_q) = \\ (5) \quad & \sum_{p,q} \sum \int x_p(t) \left[\int A_{pq}(t-t') y_q(t') dt' \right] dt = \\ & \sum_{p,q} \sum \iint A_{pq}(t-t') x_p(t) y_q(t') dt dt' \end{aligned}$$

Całki we wzorze (5) są brane w przedziale $(-\infty, +\infty)$ albo w $[0, T]$ zależnie od tego czy używana jest przestrzeń \mathbf{L}^1 czy przestrzeń \mathbf{P}_T , a w zależności od tego operatory są splotami liniowymi lub cyklicznymi.

Warunek minimum funkcjonału energii(4), tj.:

$$\bigwedge_{d\mathbf{u}} df(\mathbf{u}) > 0$$

przyjmuje postać:

$$\mathbf{G}\mathbf{u} - \mathbf{G}_0\mathbf{u}_0 = 0$$

albo postać układu równań operatorowych

$$(7) \quad \mathbf{G}\mathbf{u} = \mathbf{G}_0\mathbf{u}_0$$

Układ równań (7) trzeba zestawzić z układem równań (1):

$$(8) \quad \mathbf{Y}\mathbf{u} = \mathbf{Y}_0\mathbf{u}_0$$

którego rozwiązaniem jest rzeczywisty rozkład napięć węzłowych wewnątrz sieci. Układy równań (7) i (8) mają tę samą strukturę, ale układ (7) jest hermitowską odmianą (częścią) układu równań (8).

Rozwiązaniem układu równań (7) jest energetycznie optymalny rozkład napięć węzłowych minimalizujący straty energii wewnątrz sieci:

$$(9) \quad \mathbf{u}^{opt} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{u}_0$$

zwany *rozkładem optymalnym*. Natomiast rozwiązanie układu równań (8):

$$(10) \quad \mathbf{u} = \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{Y}_0 \mathbf{u}_0$$

daje rzeczywisty rozptyw prądów oczkowych w sieci zwany *rozkładem „dzielnika napięcia”*.

Dla prądów stałych w czasie rozkład optymalny pokrywa się z rozkładem dzielnika napięcia, ale tak też jest nie tylko w tym przypadku. Natomiast na ogół rozkłady te nie pokrywają się. Oznacza to, że rozkład optymalny osiąga się z użyciem napięciowo-prądowego, do węzłowego sterowania:

$$(11) \quad \begin{aligned} \mathbf{i}^{st} &= \mathbf{Y}\mathbf{u}^{opt} - \mathbf{Y}_0\mathbf{u}_0 = \\ &\mathbf{G}\mathbf{u}^{opt} - \mathbf{G}_0\mathbf{u}_0 + \mathbf{B}\mathbf{u}^{opt} - \mathbf{B}_0\mathbf{u}_0 \\ &= (\mathbf{B}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}_0 - \mathbf{B}_0)\mathbf{u}_0 \end{aligned}$$

Wzór (11) podaje więc jakie sygnałowe prądy źródłowe trzeba wpiąć w węzły wewnętrzne sieci aby wywołać energetycznie optymalny rozkład napięć. Wzór ten zostanie zapisany w postaci

$$(12) \quad \mathbf{i}^{st} = \mathbf{B}^{st}\mathbf{u}_0$$

gdzie:

$$(13) \quad \mathbf{B}^{st} = \mathbf{B}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}_0 - \mathbf{B}_0$$

jest antyhermitowskim, macierzowym operatorem sterowania.

Sterowanie suboptymalne

Jak wynika ze wzorów (11), (12), (13), dla sterowania energetycznie optymalnego do otrzymania operatora $\mathbf{B}^{st}(s)$ potrzebne jest odwrócenie operatora $\mathbf{G}(s)$. Oprócz tego że jest to operator macierzowy to jeszcze jest on operatorem dyspersyjnym, tzn. zależnym od $s = d/dt$ (zależy od częstotliwości). Zależność od s jest najczęściej funkcją wymierną. Odwrócenie takich operatorów jest niewygodne gdyż jest algorytmicznie skomplikowane. Aby tego uniknąć zastępuje się operator $\mathbf{G}(s)$ operatorem \mathbf{G}' który jest macierzą, ale niedyspersyjną (nie zależy od s). Takie sterowanie zostanie nazwane sterowaniem suboptymalnym. Określa je wzór:

$$\mathbf{u}^{sub} = (\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0\mathbf{u}_0 = \mathbf{\Omega}\mathbf{u}_0$$

gdzie

$$\mathbf{\Omega} = (\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0$$

tzw. suboptymalny operator rozdziału napięcia, oraz

$$(14) \quad \begin{aligned} \mathbf{i}^{sub} &= \mathbf{Y}\mathbf{u}^{sub} - \mathbf{Y}_0\mathbf{u}_0 = \\ &= (\mathbf{G}(\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0 - \mathbf{G}_0)\mathbf{u}_0 + (\mathbf{B}(\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0 - \mathbf{B}_0)\mathbf{u}_0 \\ &= (\Delta\mathbf{G} + \mathbf{B}^{sub})\mathbf{u}_0 \end{aligned}$$

gdzie

$\Delta\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0 - \mathbf{G}_0$ - różnicowy operator konduktancji niedopasowania (macierzowo - dyspersyjny);

$\mathbf{B}^{sub} = \mathbf{B}(\mathbf{G}')^{-1}\mathbf{G}'_0 - \mathbf{B}_0$ - operator sterowania suboptymalnego.

Otrzymany w ten sposób wzór (14) jest uogólnieniem wzoru sterowania optymalnego (11) na sterowanie suboptymalne, gdyż dla $\mathbf{G}' = \mathbf{G}$ i $\mathbf{G}'_0 = \mathbf{G}_0$ operator $\Delta\mathbf{G}$ znika. Ważny jest zatem odpowiedni dobór operatora \mathbf{G}' a więc i sterowania suboptymalnego. Jedną z wielu możliwości wyboru macierzy \mathbf{G}' jest metoda szeregu potęgowego. Rozkładając w szereg Taylora macierz impedancyjną $\mathbf{Y}(s)$ otrzymuje się: (rozkład „GC”)

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s) + \mathbf{B}(s) = \mathbf{g} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{g}_n s^{2n} + s(\mathbf{C} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{C}_n s^{2n})$$

Można przyjąć, że:

$$\mathbf{G}' = \mathbf{g} = \mathbf{Y}(0)$$

Operator sterowania suboptymalnego ma wtedy postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{sub}(s) &= \mathbf{B}(s)\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{B}^0(s) = \\ &= s[(\mathbf{C}\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{C}^0) + \sum_{n=1}^{\infty} s^{2n}(\mathbf{C}_n\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{C}_n^0)] \end{aligned}$$

Można też użyć rozkładu „GL”:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s) &= \mathbf{G}(s) + \mathbf{B}(s) = \\ &\mathbf{g} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{g}_n s^{-2n} + s^{-1}(\mathbf{\Gamma} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{\Gamma}_n s^{-2n}) \end{aligned}$$

i wtedy przyjmując $\mathbf{G}' = \mathbf{Y}(\infty)$ otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{sub}(s) &= s^{-1}[(\mathbf{\Gamma}\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{\Gamma}^0) + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} s^{-2n}(\mathbf{\Gamma}_n\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{\Gamma}_n^0)] \end{aligned}$$

gdzie: $\mathbf{g}, \mathbf{g}^0, \mathbf{g}_n$ - macierze typu konduktancyjnego sieci;

$\mathbf{C}, \mathbf{C}_n, \mathbf{C}^0, \mathbf{C}_n^0$ - macierze typu pojemnościowego;

$\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Gamma}_n, \mathbf{\Gamma}^0, \mathbf{\Gamma}_n^0$ - macierze typu induktancyjnego

Różnicowe operatory konduktancji niedopasowania mają wtedy postać:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{G}(s) &= \mathbf{G}(s)\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{G}_0(s) = \\ &= \left(\mathbf{g} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{g}_n s^{2n}\right)\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}^0 - \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{g}_n^0 s^{2n} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} s^{2n}(\mathbf{g}_n\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}_n^0) \end{aligned}$$

dla rozkładu typu „GC”, oraz

$$\Delta\mathbf{G}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} s^{-2n}(\mathbf{g}_n\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}_n^0)$$

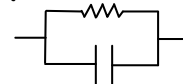
dla rozkładu typu „GL”.

Przedstawione wyżej operatory są łatwo realizowalne za pomocą wielokrotnych układów różniczkujących, bądź całkujących. Ponadto da się sformułować wygodne algorytmy rozkładu funkcji wymiernych w szeregi potęgowe zmiennych s i s^{-1} .

Przykład

Dla rozkładu sygnału potencjału 01 na dwie gałęzie szeregowo 1,2 (rys. 3), wyznaczyć napięciowo-prądowy suboptymalny operator sterowania $\mathbf{B}^{sub} u_{01}$.

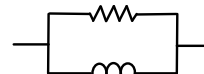
Otrzymuje się dla gałęzi 1, 2 o strukturze typu RC:



$$\mathbf{B}^{sub}(s) = s(\mathbf{C}\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{C}^0) = s\left(\frac{C_1 + C_2}{g_1 + g_2} g_1 - C_1\right) =$$

$$s \frac{C_2 g_1 - C_1 g_2}{g_1 + g_2} = s \frac{r_2 C_2 - r_1 C_1}{r_1 + r_2} ; (rg = 1)$$

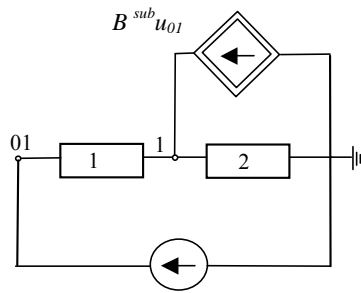
albo dla gałęzi 1,2 typu RL:



$$\mathbf{B}^{sub}(s) = s^{-1}(\mathbf{\Gamma}\mathbf{g}^{-1}\mathbf{g}^0 - \mathbf{\Gamma}^0) = s^{-1}\left(\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{g_1 + g_2} g_1 - \Gamma_1\right) =$$

$$s^{-1} \frac{\Gamma_2 g_1 - \Gamma_1 g_2}{g_1 + g_2} = s^{-1} \frac{L_1 r_2 - L_2 r_1}{L_1 L_2 (r_1 + r_2)} ; (L\Gamma = 1, rg = 1)$$

Są to odpowiednio operatory: różniczkujący (dla gałęzi typu RC) i całkujący (dla gałęzi typu RL). W przypadku tych prostych obwodów, pokrywają się one z operatorami sterowania optymalnego.



$$\begin{array}{c}
 \mathbf{Y}, \mathbf{G} \quad -(\mathbf{Y}_0, \mathbf{G}_0) \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1+2 & -1 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{u} \\
 \mathbf{u}_0
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \mathbf{x} \\ \hline \end{array}$$

Rys. 3. Energetycznie optymalny rozkład sygnału potencjału 01 na dwie gałęzie szeregowe 1,2; poniżej struktura układu równań (8) i (7)

Wnioski

W pracy [2] wykazano, że w złożonej sieci RLC, oprócz rozkładu napięć wynikającego ze zwykłych praw Kirchhoffa zwanego *dzielnikiem napięcia*, za pomocą odpowiednich sterowań można otrzymać też inne rozkłady napięć wynikające z pewnych kryteriów optymalizacyjnych. W artykule rozpatrzono rozkład, który spełnia warunek minimum strat energii wewnątrz sieci, nazywając go rozkładem *energetycznie optymalnym*. Dzielnik napięcia opisuje operatorowy układ równań (8),

$$\mathbf{Y}(s)\mathbf{u} = \mathbf{Y}_0(s)\mathbf{u}_0$$

a energetycznie optymalny rozkład napięć spełnia również operatorowy układ równań (7):

$$\mathbf{G}(s)\mathbf{u} = \mathbf{G}_0(s)\mathbf{u}_0$$

Macierze typu admitancyjnego sieci $\mathbf{Y}(s)$ i $\mathbf{G}(s)$ są powiązane w ten sposób, że:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s) + \mathbf{B}(s)$$

przy czym

$$\mathbf{G}(-s) = \mathbf{G}(s); \quad \mathbf{B}(-s) = -\mathbf{B}(s)$$

co sprawia, że rozkład ten jest jednoznaczny:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{2}[\mathbf{Y}(s) + \mathbf{Y}(-s)]; \quad \mathbf{B}(s) = \frac{1}{2}[\mathbf{Y}(s) - \mathbf{Y}(-s)]$$

W ten sposób układy równań (7) i (8) są macierzowo identyczne, ale operatorowo układ (7) jest hermitowską odmianą układu równań (8).

Rozkład optymalny nie jest osiągalny samoistnie, tak jak rozkład dzielnika napięcia, ale aby go wywołać potrzebne jest *sterowanie optymalne* zrealizowane za pomocą operatora sterowania $\mathbf{B}^{st}(s)$ (13), wytwarzającego odpowiednio rozłożony sygnał prądu źródłowego \mathbf{i}^{st} (12):

$$\mathbf{i}^{st} = \mathbf{B}^{st}(s)\mathbf{u}_0$$

$$\mathbf{B}^{st}(s) = \mathbf{B}(s)[\mathbf{G}(s)]^{-1}\mathbf{G}_0(s) - \mathbf{B}_0(s)$$

Operator sterowania optymalnego $\mathbf{B}^{st}(s)$ jest antyhermitowski, tj. $\mathbf{B}^{st}(-s) = -\mathbf{B}^{st}(s)$ co sprawia, że antyhermitowski jest również operator

$$[\mathbf{G}_0(s)]^T [\mathbf{G}(s)]^{-1} \mathbf{B}^{st}(s)$$

a więc znika forma kwadratowa

$$(\mathbf{u}^{opt})^T \mathbf{e}^{st} = \mathbf{u}_0^T \mathbf{G}_0^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}^{st} \mathbf{u}_0$$

Tym samym źródła sterowane \mathbf{i}^{st} nie wydają energii – sterowanie optymalne jest bezenergetyczne.

Do wyznaczenia operatora $\mathbf{B}^{st}(s)$ potrzebne jest odwrócenie operatora $\mathbf{G}(s)$. Jest to operator macierzowy oraz dyspersyjny (zależy od częstotliwości). Odwrócenie takiego operatora jest niewygodne gdyż jest algorytmicznie skomplikowane. Aby tego uniknąć zastępuje się operator $\mathbf{G}(s)$ operatorem \mathbf{G}' , który jest macierzą, ale niedyspersyjną (nie zależy od s). Takie sterowanie nazwano *sterowaniem suboptymalnym*.

Sterowanie suboptymalne, nie jest energetycznie obojętne. Dzieje się to za sprawą tzw. *różnicowego operatora konduktancji niedopasowania*:

$$\Delta \mathbf{G}(s) = \mathbf{G}(s)(\mathbf{G}')^{-1} \mathbf{G}_0' - \mathbf{G}_0(s)$$

Ważny jest zatem odpowiedni dobór operatora \mathbf{G}' , a więc i sterowania suboptymalnego. Jedną z wielu możliwości wyboru macierzy \mathbf{G}' jest metoda szeregu potęgowego, co w przypadku rozkładów „RL” lub „RC” daje możliwość realizacji za pomocą wielokrotnych układów różniczkujących, bądź całkujących.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Maciej Siwczyński, dr inż. Andrzej Drwał, dr inż. Sławomir Żaba, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej i Informatyki Technicznej, Kraków ul. Warszawska 24, E-mails: e-3@pk.edu.pl; adrwal@pk.edu.pl; szaba@pk.edu.pl

LITERATURA

- [1] Siwczyński M., Drwał A., Żaba S.: Minimalno-energetyczny rozkład napięciowych sygnałów elektrycznych w przestrzeni liniowej L1 – impulsów. *Pomiary Automatyka Robotyka*, nr 11, (2014), str. 1016-1020.
- [2] Siwczyński M., Drwał A., Żaba S.: Energy optimal voltage distribution in complex linear electrical network with pulse or periodic voltage and current signals. *Optimal control. Archives of Electrical Engineering*, (2015),.
- [3] Desoer C. A.: The maximum power transfer theorem for n-ports. *IEEE Trans.*, Vol. CT-20 (1979), 228-230
- [4] Rohrer R. A.: Optimal matching: A new approach to the matching problem for real invariant one port networks. *IEEE Trans.*, Vol. CT-15 (1968), 118-124
- [5] Siwczyński M., Drwał A., Żaba S.: Minimalno – energetyczny rozkład sygnałów sinusoidalnych w obwodach elektrycznych, *Wiadomości Elektrotechniczne*, 9 (2014), 22-25
- [6] L.S. Czarnecki: Discussion on "a uniform concept of reactive power of nonsinusoidal currents in a time-domain" *Przegląd Elektrotechniczny*, R85 (2009), nr 6, 164-166 (in Polish)
- [7] Rens, A. P., Validation of popular nonsinusoidal power theories for the analysis and management of modern power systems. *North-West University, Potchefstroom Campus*, 2006.
- [8] Walczak, J. Pasko, M., Minimalizacja strat mocy czynnej i symetryzacja przepływu mocy w układach z przebiegami niesinusoidalnymi, *Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej*, 5 (1999), nr. 1, 55-59.
- [9] L. S. Czarnecki: Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental for power theory. *Przegląd Elektrotechniczny*, R84 (2008), nr 6, 28-37.
- [10] Siwczyński M., Jaraczewski M., The L^1 –impulse method as an alternative to the Fourier series in the power theory of continuous time systems, *Bull. of the Polish Acad. of Science, Techn. Scie.*, 57 (2009), n. 1, 79-85
- [11] Siwczyński, M.: Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu - podstawy matematyczne, metoda splotowa. *Przegląd Elektrotechniczny*, R87 (2011), nr 3, 254-257
- [12] Siwczyński M.: Energetyczna teoria obwodów. *Wydawnictwo Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN*, Kraków 2003