

## Metoda wektorowej modulacji szerokości impulsów pięcioletowego falownika napięcia

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metodę wektorowej modulacji szerokości impulsów pięcioletowego falownika napięcia. W takim przekształtniku załączenie wektorów aktywnych powoduje jednoczesne formowanie dwóch wektorów napięcia wyjściowego. Komplikacja sterowania wynika z tego, że położenie obu wektorów napięcia oraz ich długości są wzajemnie zależne. Rozwiązanie zaproponowane w pracy umożliwia jednak niezależne formowanie dwóch wektorów napięcia o długościach i położeniach zadanych przez nadrzędny układ sterowania. Użycie sześciu wektorów aktywnych umożliwia wymuszenie priorytetu kształtowania wektorów napięcia wyjściowego falownika o ograniczonym napięciu obwodu pośredniczącego.

**Abstract.** The paper presents a Space Vector Modulation strategy for five-phase Voltage Sources Inverter (VSI). In this type of VSI's the active vectors cause to generate two output voltage vectors at the same time. Their positions and lengths are interdependent. The proposed solution makes it possible to generate two independent voltage vectors with lengths and locations calculated by the control system of AC motor. Using of six active vectors allows determining the priority of generating the output voltages in the case of reduced DC-link voltage (**Five-Phase Voltage Source Inverter Space-Vector Modulation Method**).

**Słowa kluczowe:** modulacja szerokości impulsów MSI, modulacja wektorowa, falownik pięcioletowy, silnik indukcyjny pięcioletowy, wielofazowy napęd elektryczny.

**Keywords:** pulse width modulation PWM, space-vector modulation, five-phase voltage source inverter, five-phase induction motor, multiphase electric drive.

### Wstęp

W przekształtnikach z wektorową modulacją szerokości impulsów (MSI) napięcie wyjściowe uzyskuje się poprzez załączanie wektorów aktywnych i pasywnych na określony czas. W falownikach pięcioletowych napięcie wyjściowe może być formowane z wykorzystaniem  $2^5$  wektorów: 30 aktywnych i 2 pasywnych. W falownikach tych podczas formowania napięcia wyjściowego podstawowej harmonicznej generowane jest jednocześnie napięcie o częstotliwości trzykrotnie wyższej. Konieczne, więc jest stosowanie strategii MSI umożliwiających niezależne kształtowanie dwóch wektorów napięcia wyjściowego lub zapewniających zerową wartość napięcia trzeciej harmonicznej [1]-[4].

Niezależne formowanie dwóch wektorów napięcia wyjściowego rozszerza możliwości wykorzystania przekształtników pięcioletowych w napędach grupowych. W takich zastosowaniach istnieje możliwość niezależnego sterowania momentami i prędkościami dwóch maszyn o sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego w szczelinie [5], [6]. Maszyny z odpowiednim przeplotem faz są zasilane z jednego przekształtnika, w którym jednocześnie formowane są dwa wektory napięcia o różnych długościach i prędkościach wirowania. W takim przypadku jeden przekształtnik umożliwia niezależne sterowanie, np. połowo zorientowane, dwoma maszynami.

W przypadku maszyn indukcyjnych z quasi-prostokątnym rozkładem pola w szczelinie możliwe jest zwiększenie momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik [6]-[9]. Dodatkowy składnik momentu elektromagnetycznego jest uzyskany przez iniekcję trzeciej harmonicznej strumienia magnetycznego a więc lepsze wykorzystanie obwodu magnetycznego maszyny. W zależności od projektu silnika może osiągać nawet 15% wartości momentu związanego z przepływem prądów pierwszej harmonicznej [10].

Formowanie dwóch niezależnych wektorów napięcia w falowniku pięcioletowym wymaga zapewnienia odpowiedniego napięcia w obwodzie pośredniczącym. Jeżeli jest ono zbyt niskie, to w przypadku falownika zasilającego dwie maszyny pięcioletowe konieczne jest ograniczanie długości obu wektorów napięcia wyjściowego.

W przypadku napędów z jednym silnikiem pięcioletowym możliwe jest natomiast poprawne formowanie pierwszej harmonicznej napięcia jednak przy równoczesnym ograniczeniu możliwości sterowania trzecią harmoniczną napięcia [11], [12].

Do niezależnego kształtowania wektorów napięcia wyjściowego w falownikach n-fazowych konieczne jest zastosowanie, co najmniej (n-1) wektorów aktywnych. Wektory te powinny zostać dobrane w taki sposób, aby w algorytmie modulacji zostały wyznaczone nieujemne czasy ich załączenia. Strategie wektorowej MSI dla falowników pięcioletowych, wykorzystujące cztery wektory aktywne, są złożone i wymagają realizacji wielu obliczeń numerycznych [5], [12].

W artykule zaproponowano algorytm wektorowej modulacji szerokości impulsów dla falownika pięcioletowego. Dzięki zastosowaniu sześciu wektorów aktywnych uzyskano znaczne uproszczenie algorytmu modulacji z zachowaniem możliwości niezależnego sterowania dwoma wektorami napięcia wyjściowego. W przypadku, gdy napięcie obwodu pośredniczącego jest zbyt niskie, stopniowo ograniczana jest możliwość kontrolowanego kształtowania napięcia trzeciej harmonicznej przy jednocześnie braku ograniczenia kształtowania napięcia pierwszej harmonicznej. Przedstawione rozwiązanie zaimplementowano w procesorze pięcioletowego falownika zasilającego maszynę indukcyjną klatkową 5,5 kW o quasi-prostokątnym rozkładzie pola. Zaprezentowano wyniki badań eksperymentalnych i symulacyjnych.

### Wektory aktywne i pasywne pięcioletowego falownika napięcia

W falowniku pięcioletowym wartość napięcia pomiędzy dowolnym zaciskiem fazowym „x” a punktem środkowym obwodu pośredniczącego „0” (rys. 1) można wyznaczyć z zależności:

$$(1) \quad u_{x0} = \frac{u_{DC}}{2} \cdot T_{xg} - \frac{u_{DC}}{2} \cdot T_{xd}, \quad x = (a, b, c, d, e),$$

gdzie:  $u_{x0}$  – napięcie pomiędzy zaciskiem fazowym „x” ( $x=a, b, c, d, e$ ) a punktem środkowym obwodu

pośredniczącego „0”:  $u_{DC}$  – napięcie w obwodzie pośredniczącym.  $T_{xg}$ ,  $T_{xd}$ , - wartości sygnałów bramkowych tranzystorów  $g$ -górných i  $d$ -dolnych w gałęzi „ $x$ ”, gdzie „0” oznacza, że tranzystor jest wyłączony, zaś „1” – że jest załączony.

Ponieważ spełniony jest warunek:

$$(2) \quad u_{x0} = u_{xn} + u_{n0},$$

oraz suma napięć zasilających maszynę równa jest zeru:

$$(3) \quad u_{an} + u_{bn} + u_{cn} + u_{dn} + u_{en} = 0,$$

to napięcie pomiędzy punktem gwiazdowym silnika a punktem środkowym obwodu pośredniczącego można wyznaczyć z zależności:

$$(4) \quad u_{n0} = \frac{u_{a0} + u_{b0} + u_{c0} + u_{d0} + u_{e0}}{5}.$$

Napięcia między zaciskami fazowymi maszyny a jej punktem gwiazdowym można wyznaczyć z (1), (2) i (4):

$$(5) \quad \begin{aligned} u_{an} &= \frac{u_{DC}}{2} (T_{ag} - T_{ad} + A), \\ u_{bn} &= \frac{u_{DC}}{2} (T_{bg} - T_{bd} + A), \\ u_{cn} &= \frac{u_{DC}}{2} (T_{cg} - T_{cd} + A), \\ u_{dn} &= \frac{u_{DC}}{2} (T_{dg} - T_{dd} + A), \\ u_{en} &= \frac{u_{DC}}{2} (T_{eg} - T_{ed} + A), \end{aligned}$$

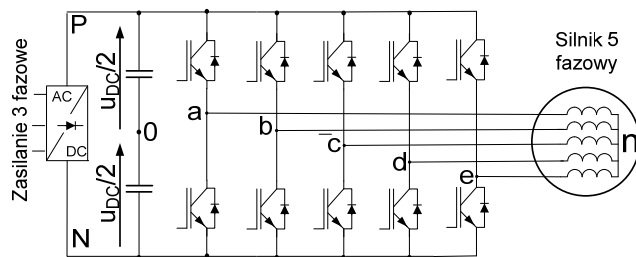
gdzie:

$$(6) \quad A = \frac{1}{5} \sum_{x=a}^e (T_{xg} - T_{xd}).$$

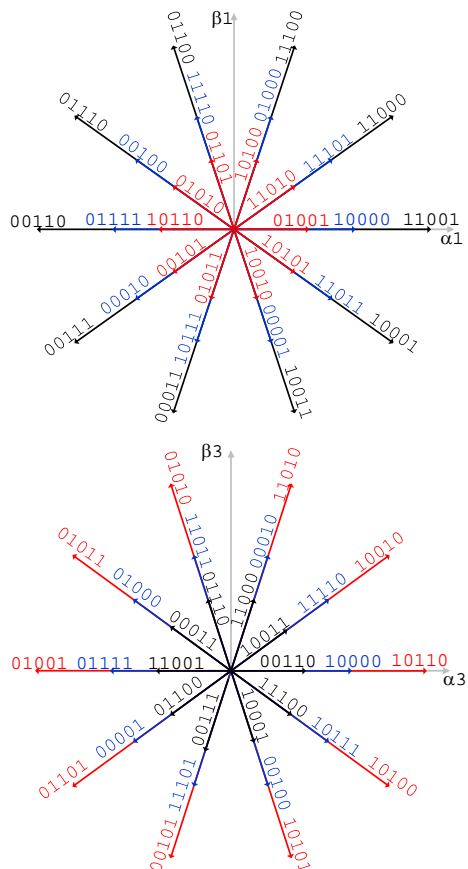
Wartości składowych wektorów aktywnych i pasywnych oraz składowej zerowej można wyznaczyć z wykorzystaniem transformaty Clarke (7) (pokazanej na następnej stronie) oraz zależności (5) i (6) przyjmując odpowiednie wartości sygnałów bramkowych  $T_{xg}$  i  $T_{xd}$ .

Załączenie tranzystorów górnych lub dolnych w każdej z gałęzi pięciofazowego falownika napięcia powoduje, że jednocześnie w obu układach współrzędnych:  $\alpha 1\beta 1$  i  $\alpha 3\beta 3$  (7) są formowane wektory aktywne (rys. 2) lub pasywne. Wektory aktywne obu układów zależą od siebie w następujący sposób (rys. 2):

- długie wektory w układzie współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  są krótkimi wektorami w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ , zaś wektory krótkie układu  $\alpha 1\beta 1$  są długimi wektorami w układzie  $\alpha 3\beta 3$ ,
- wektory średnie mają tę samą długość w obu układach współrzędnych,
- długie i krótkie wektory układu  $\alpha 1\beta 1$  o tym samym położeniu zachowują wzajemne położenie w układzie  $\alpha 3\beta 3$ ,
- długie i średnie wektory o tym samym położeniu w pierwszym z układów współrzędnych przyjmują przeciwne położenia w drugim z układów,
- kierunki wirowania wektorów napięcia wyjściowego w obu układach współrzędnych są przeciwne względem siebie,
- prędkość wirowania wektora napięcia w układzie  $\alpha 3\beta 3$  jest trzykrotnie większa od prędkości wirowania wektora napięcia w układzie  $\alpha 1\beta 1$ ,



Rys.1. Pięciofazowy falownik napięcia



Rys.2. Wektory aktywne pięciofazowego falownika napięcia w układach współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  i  $\alpha 3\beta 3$ .

- stosunek długości wektorów: długiego do krótkiego oraz krótkiego do średniego (w obu układach współrzędnych) wynosi odpowiednio:

$$(8) \quad \frac{|11001|_{\alpha 1\beta 1}}{|01001|_{\alpha 1\beta 1}} = \frac{|10110|_{\alpha 3\beta 3}}{|00110|_{\alpha 3\beta 3}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}} \left( 3 + 6 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 4 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right) \frac{u_{DC}}{5}}{\sqrt{\frac{2}{5}} \left( -3 + 4 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 6 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right) \frac{u_{DC}}{5}} \approx 2,62,$$

$$(9) \quad \frac{|01001|_{\alpha 1\beta 1}}{|10000|_{\alpha 1\beta 1}} = \frac{|00110|_{\alpha 3\beta 3}}{|10000|_{\alpha 3\beta 3}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}} \frac{u_{DC}}{5} \left( -3 + 4 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 6 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right)}{\sqrt{\frac{2}{5}} \left( 1 - 8 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 8 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right) \frac{u_{DC}}{5}} \approx 0,618.$$

$$(7) \quad \begin{bmatrix} U_{\alpha 1} \\ U_{\beta 1} \\ U_{\alpha 3} \\ U_{\beta 3} \\ U_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{5}} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) & -\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) & -\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) \\ 1 & \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) & \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right) & -\sin\left(\frac{8\pi}{5}\right) & -\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \\ u_{dn} \\ u_{en} \end{bmatrix}$$

W falowniku pięciofazowym można formować dwa niezależne wektory napięcia wyjściowego wykorzystując cztery wektory aktywne. Czasy załączenia wektorów można wyznaczyć przekształcając zależność:

$$(10) \quad \mathbf{U}_{(o)} = \frac{1}{T_{imp}} (\mathbf{U}_a \cdot \mathbf{T}),$$

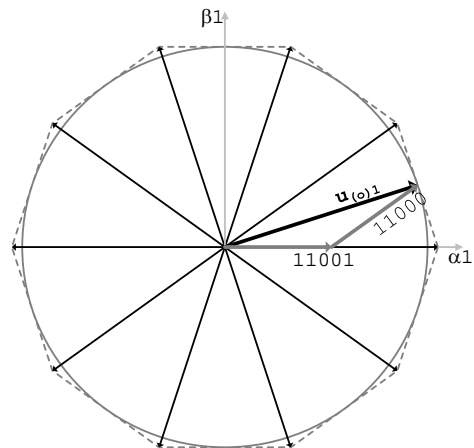
gdzie:

$$(11) \quad \mathbf{U}_{(o)} = \begin{bmatrix} u_{(o)\alpha 1} \\ u_{(o)\beta 1} \\ u_{(o)\alpha 3} \\ u_{(o)\beta 3} \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{(1)} \\ t_{(2)} \\ t_{(3)} \\ t_{(4)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U}_a = \begin{bmatrix} U_{(1)\alpha 1} & U_{(2)\alpha 1} & U_{(3)\alpha 1} & U_{(4)\alpha 1} \\ U_{(1)\beta 1} & U_{(2)\beta 1} & U_{(3)\beta 1} & U_{(4)\beta 1} \\ U_{(1)\alpha 3} & U_{(2)\alpha 3} & U_{(3)\alpha 3} & U_{(4)\alpha 3} \\ U_{(1)\beta 3} & U_{(2)\beta 3} & U_{(3)\beta 3} & U_{(4)\beta 3} \end{bmatrix},$$

oraz:  $t_{(1)}-t_{(4)}$  - czasy załączenia wektorów aktywnych,  $U_{(1)\alpha 1}-U_{(4)\beta 3}$  - wartości składowych wektorów aktywnych w układach współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  i  $\alpha 3\beta 3$ ,  $u_{(o)\alpha 1}-u_{(o)\beta 3}$  - wartości składowych wektorów napięcia wyjściowego w tych układach współrzędnych.

Obliczenie czasów załączenia wektorów aktywnych z (10) wymaga wyznaczenia macierzy odwrotnej do  $\mathbf{U}_a$ . Dobór czterech liniowo-niezależnych wektorów aktywnych zapewni niezerową wartość wyznacznika macierzy  $\mathbf{U}_a$ , nie zagwarantuje jednak, że wyznaczone czasy aktywacji tych wektorów będą nieujemne. Sposoby doboru wektorów aktywnych w algorytmie wektorowej MSI przedstawiono w [4], [11]. W rozwiązaniach tych wektory aktywne są sortowane pod względem możliwości ich wykorzystania w procesie formowania wektorów napięcia wyjściowego. Czasy załączenia wyznaczone są dla 4 wektorów aktywnych o położeniu najbardziej zbliżonym do położenia obu wektorów napięcia wyjściowego. W przypadku, gdy wyznaczone są ujemne czasy załączenia, dobierane są kolejne wektory aktywne i algorytm jest powtarzany. Główną wadą rozwiązania jest długi czas realizacji algorytmu, wynikający z konieczności sortowania wektorów aktywnych oraz wielokrotnego wyznaczania czasów ich załączenia. Czas realizacji takiego algorytmu można ograniczyć tworząc tablice wektorów aktywnych, przypisanych różnym położeniom wektorów napięcia wyjściowego [14]. Rozwiązanie takie wymaga zapewnienia dużej pamięci procesora do przechowywania tablic.



Rys.3. Maksymalna długość wektora napięcia wyjściowego  $\mathbf{u}_{(o)1}$  formowanego w zakresie modulacji z wykorzystaniem 2 wektorów aktywnych

Znaczne uproszczenie algorytmu modulacji można uzyskać w przypadku, gdy jest formowana tylko podstawa harmoniczna wektora napięcia wyjściowego. Ponieważ wektory aktywne długie i średnie o tym samym położeniu w układzie współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  mają przeciwne położenie w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$  (rys. 2), to przy zachowaniu odpowiedniej proporcji czasów ich aktywacji możliwe jest uzyskanie zerowej długości wektora napięcia wyjściowego w układzie  $\alpha 3\beta 3$  (9). Czasy załączenia wektorów aktywnych można wyznaczyć z (10) przyjmując zerowe wartości składowych wektora napięcia w układzie  $\alpha 3\beta 3$  [15]. Jeżeli formowany jest tylko jeden wektor napięcia wyjściowego, to nie ma konieczności stosowania zaawansowanych algorytmów doboru wektorów aktywnych - sekwencja przełączeń zawiera dwa wektory długie oraz dwa wektory średnie układu współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$ . Wektory te ograniczają sektor, w którym znajduje się koniec formowanego wektora napięcia wyjściowego [1]-[4], [12], [16].

Dalsze uproszczenie algorytmu modulacji można uzyskać wykorzystując tylko 2 długie wektory aktywne układu  $\alpha 1\beta 1$  do formowania napięcia wyjściowego [2], [11], [16], [17]. W takim przypadku dodatkowo formowany jest wektor napięcia w układzie  $\alpha 3\beta 3$ . Jego położenie i długość zależą od czasów załączenia użytych wektorów aktywnych.

W [18] pokazano strategię wektorowej MSI, w której wyznaczone są czasy załączenia dwóch grup wektorów aktywnych. Pierwsza z grup zawiera po 2 wektory długie i średnie o tym samym położeniu w układzie  $\alpha 1\beta 1$ . Czasy ich załączenia są dobrane w taki sposób, aby uzyskać zerowe napięcie wyjściowe w układzie  $\alpha 3\beta 3$ . Druga grupa zawiera po 2 długie i średnie wektory aktywne o tym samym położeniu w układzie  $\alpha 3\beta 3$ . Ich załączenie spowoduje

uzyskanie zerowego napięcia w układzie  $\alpha 1\beta 1$ . Czasy załączenia tranzystorów w poszczególnych gałęziach falownika są obliczane jako suma czasów aktywacji łączników energoelektronicznych, przypisanych wykorzystanym wektorom aktywnym.

### Formowanie dwóch wektorów napięcia wyjściowego z wykorzystaniem sześciu wektorów aktywnych

W pięciofazowych silnikach o quasi-prostokątnym rozkładzie pola trzecia harmoniczna prądu może spowodować zwiększenie całkowitego momentu elektromagnetycznego. Sterowanie dodatkową składową momentu jest jednak możliwe wyłącznie w przypadku, gdy napięcie obwodu pośredniczącego umożliwi uzyskanie wektora napięcia wyjściowego  $u_{(o)3}$  o parametrach wyznaczonych w nadrzędnym układzie regulacji. Zasadniczym celem algorytmu wektorowej MSI jest poprawne formowanie napięcia pierwszej harmonicznej o możliwie największej wartości. Podczas pracy w zakresie modulacji największą długość wektora napięcia wyjściowego  $u_{(o)1}$  można uzyskać wykorzystując do jego formowania dwa długie sąsiadujące ze sobą wektory aktywne (rys. 3). W takim przypadku długość wektora napięcia  $u_{(o)1}$  będzie równa:

$$(12) \quad |u_{(o)1}| = |11001|_{\alpha 1\beta 1} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) \approx 0,97u_{DC}.$$

Czasy załączenia dwóch długich wektorów aktywnych układu współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  można wyznaczyć z zależności:

$$(13) \quad t_{(1)} = \frac{u_{(o)\alpha 1} \cdot U_{(2)\beta 1} - u_{(o)\beta 1} \cdot U_{(2)\alpha 1}}{U_{(1)\alpha 1} \cdot U_{(2)\beta 1} - U_{(2)\alpha 1} \cdot U_{(1)\beta 1}} \cdot T_{imp},$$

$$t_{(2)} = \frac{-u_{(o)\alpha 1} \cdot U_{(1)\beta 1} + u_{(o)\beta 1} \cdot U_{(1)\alpha 1}}{U_{(1)\alpha 1} \cdot U_{(2)\beta 1} - U_{(2)\alpha 1} \cdot U_{(1)\beta 1}} \cdot T_{imp},$$

gdzie:  $U_{(1)\alpha 1} - U_{(2)\beta 1}$  są składowymi długich wektorów aktywnych układu współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$ ,  $T_{imp}$  – okres impulsowania, zaś czasy załączenia wektorów pasywnych określa równanie:

$$(14) \quad t_p = T_{imp} - (t_{(1)} + t_{(2)}).$$

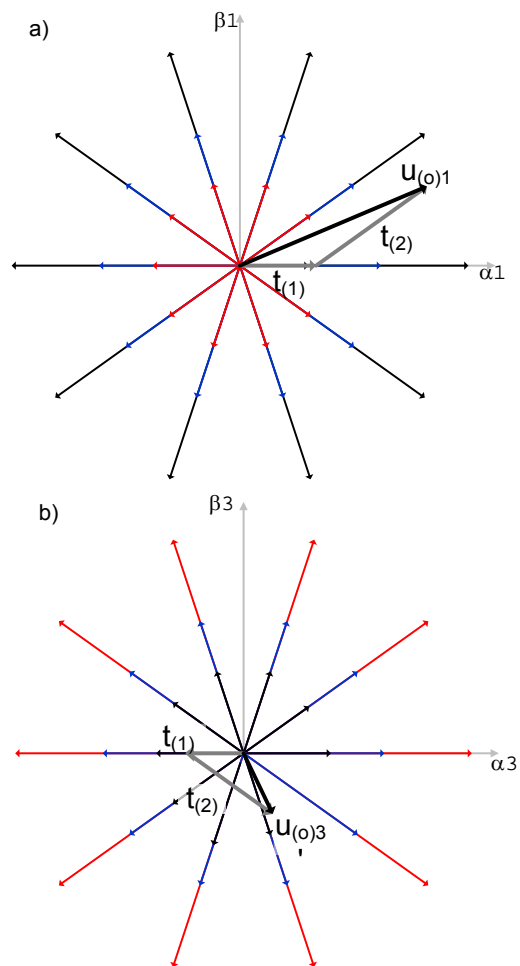
Podczas formowania wektora napięcia w układzie  $\alpha 1\beta 1$  (rys. 4a) jednocześnie kształtowany jest wektor napięcia w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ . Składowe tego wektora są następujące (rys. 4b):

$$(15) \quad u_{(o)\alpha 3}' = \frac{t_{(1)} \cdot U_{(1)\alpha 3} + t_{(2)} \cdot U_{(2)\alpha 3}}{T_{imp}},$$

$$u_{(o)\beta 3}' = \frac{t_{(1)} \cdot U_{(1)\beta 3} + t_{(2)} \cdot U_{(2)\beta 3}}{T_{imp}},$$

gdzie:  $U_{(1)\alpha 3} - U_{(2)\beta 3}$  są składowymi krótkich wektorów aktywnych układu współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ , odpowiadających wykorzystanym długim wektorom aktywnym układu  $\alpha 1\beta 1$ ,  $u_{(o)\alpha 3}', u_{(o)\beta 3}'$  są składowymi uzyskanego wektora napięcia wyjściowego w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ .

Wartości składowych wektora napięcia wyjściowego  $u_{(o)3}'$  mogą różnić się od wartości wyznaczonych w nadrzędnym układzie regulacji. Konieczne jest więc wygenerowanie wektora napięcia o składowych (rys. 5):



Rys.4. Wektor napięcia w układzie współrzędnych  $\alpha 1\beta 1$  formowany z wykorzystaniem dwóch wektorów aktywnych a) i odpowiadający mu wektor napięcia wyjściowego w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$  b).

$$(16) \quad u_{(o)\alpha 3}'' = u_{(o)\alpha 3}' - u_{(o)\alpha 3}',$$

$$u_{(o)\beta 3}'' = u_{(o)\beta 3}' - u_{(o)\beta 3}',$$

gdzie:  $u_{(o)\alpha 3}'', u_{(o)\beta 3}''$  są składowymi wektora napięcia formowanego w kolejnym etapie pracy algorytmu modulacji,  $u_{(o)\alpha 3}', u_{(o)\beta 3}'$  są składowymi wektora napięcia wyjściowego wyznaczonymi w nadrzędnym układzie regulacji..

Przy kształtowaniu wektora  $u_{(o)3}''$  długość i położenie wektora  $u_{(o)1}$  nie mogą ulec zmianie. Do formowania wektora  $u_{(o)3}''$  zostaną wykorzystane wektory wirtualne. Wektory te powstają poprzez połączenie długich i średnich wektorów o tym samym zwrocie w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ . Ponieważ położenie wektorów wirtualnych jest zgodnie z położeniem wektorów długich i średnich, to można zapisać:

$$(17) \quad t_{w(1)} \cdot |U_{w(1)}| = t_{(3)} \cdot |U_{(3)3}| + t_{(5)} \cdot |U_{(5)3}|,$$

$$t_{w(2)} \cdot |U_{w(2)}| = t_{(4)} \cdot |U_{(4)3}| + t_{(6)} \cdot |U_{(6)3}|,$$

gdzie:  $t_{w(1)}, t_{w(2)}$  – czasy załączenia wektorów wirtualnych,  $|U_{w(1)}|, |U_{w(2)}|$  – długości wektorów wirtualnych,  $|U_{(3)3}|, |U_{(4)3}|$  – amplitudy długich wektorów aktywnych układu  $\alpha 3\beta 3$ ,  $|U_{(5)3}|, |U_{(6)3}|$  – długości średnich wektorów aktywnych układu  $\alpha 3\beta 3$ ,  $t_{(3)}, t_{(4)}$  – czasy załączenia wektorów długich,  $t_{(5)}, t_{(6)}$  – czasy załączenia wektorów średnich.

Podczas załączenia wektorów długich i średnich układu  $\alpha 3\beta 3$  w układzie  $\alpha 1\beta 1$  są aktywowane wektory krótkie i średnie o przeciwnych zwrotach. W układzie tym powinien zostać utworzony wektor napięcia o zerowej długości:

$$(18) \quad \begin{aligned} t_{(3)} \cdot |U_{(3)l}| - t_{(5)} \cdot |U_{(5)l}| &= 0, \\ t_{(4)} \cdot |U_{(4)l}| - t_{(6)} \cdot |U_{(6)l}| &= 0, \end{aligned}$$

gdzie:  $|U_{(3)l}|, |U_{(4)l}|, |U_{(5)l}|, |U_{(6)l}|$  – długości krótkich i średnich wektorów aktywnych układu  $\alpha 1\beta 1$ , odpowiadających długim i średnim wektorom układu  $\alpha 3\beta 3$ .

Warunek ten będzie spełniony, gdy czasy załączenia wektorów długich i średnich układu  $\alpha 3\beta 3$  pozostaną w następującej proporcji:

$$(19) \quad \begin{aligned} \frac{t_{(3)}}{t_{(5)}} = \frac{|U_{(5)l}|}{|U_{(3)l}|} = \frac{|01001|_{\alpha 1\beta 1}}{|10000|_{\alpha 1\beta 1}} &\approx 0,618, \\ \frac{t_{(4)}}{t_{(6)}} = \frac{|U_{(6)l}|}{|U_{(4)l}|} = \frac{|01001|_{\alpha 1\beta 1}}{|10000|_{\alpha 1\beta 1}} &\approx 0,618. \end{aligned}$$

Przyjmując, że spełnione są warunki:

$$(20) \quad \begin{aligned} t_{w(1)} &= t_{(3)} + t_{(5)}, \\ t_{w(2)} &= t_{(4)} + t_{(6)}, \end{aligned}$$

Z (17), (19) i (20) można wyznaczyć długości wektorów wirtualnych:

$$(21) \quad \begin{aligned} |U_{w(1)}| &= \frac{|U_{(5)l}| \cdot |U_{(3)3}| + |U_{(3)l}| \cdot |U_{(5)3}|}{|U_{(3)l}| + |U_{(5)l}|}, \\ |U_{w(2)}| &= \frac{|U_{(6)l}| \cdot |U_{(4)3}| + |U_{(4)l}| \cdot |U_{(6)3}|}{|U_{(4)l}| + |U_{(6)l}|}. \end{aligned}$$

Czasy załączenia tych wektorów można wyznaczyć z:

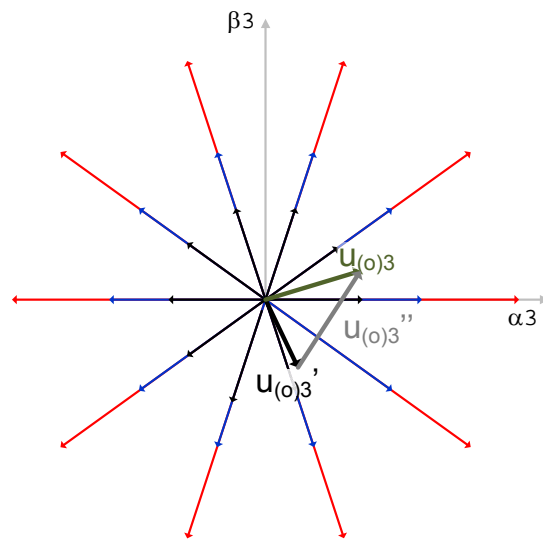
$$(22) \quad \begin{aligned} t_{w(1)} &= \frac{u_{(o)\alpha 3}'' \cdot U_{w(2)\beta 3} - u_{(o)\beta 3}'' \cdot U_{w(2)\alpha 3}}{U_{w(1)\alpha 3} \cdot U_{w(2)\beta 3} - U_{w(2)\alpha 3} \cdot U_{w(1)\beta 3}} \cdot T_{imp}, \\ t_{w(2)} &= \frac{-u_{(o)\alpha 3}'' \cdot U_{(1)\beta 3} + u_{(o)\beta 3}'' \cdot U_{w(1)\alpha 3}}{U_{w(1)\alpha 3} \cdot U_{w(2)\beta 3} - U_{w(2)\alpha 3} \cdot U_{w(1)\beta 3}} \cdot T_{imp}, \end{aligned}$$

gdzie:  $U_{w(1)\alpha 3} - U_{w(2)\beta 3}$  – składowe wektorów wirtualnych w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ .

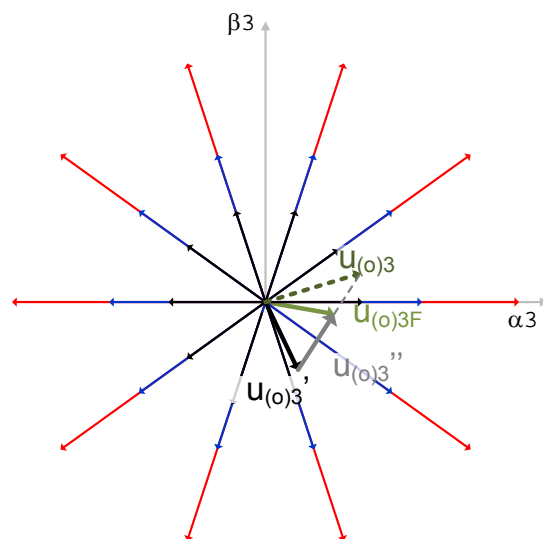
Czasy załączenia wektorów długich i średnich układu  $\alpha 3\beta 3$  można wyznaczyć zgodnie z (19) i (20).

Aktywacja wektorów wirtualnych nie wpływa na napięcie wyjściowe układu  $\alpha 1\beta 1$  można więc przyjąć, że wektory te będą generowane zamiast wektorów pasywnych. Suma czasów załączenia wektorów wirtualnych nie powinna przekroczyć czasu dysponowanego na załączenie wektorów pasywnych:

$$(23) \quad t_{w(1)} + t_{w(2)} \leq t_p.$$



Rys. 5. Formowanie wektora napięcia wyjściowego  $u_{(o)3}$  w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$ ,  $u_{(o)3}'$  – wektor napięcia uzyskany podczas formowania napięcia  $u_{(o)1}$ ,  $u_{(o)3}''$  – zadany wektor napięcia dla algorytmu modulacji



Rys.6. Formowanie wektora napięcia wyjściowego  $u_{(o)3}$  przy ograniczeniu czasów załączenia wektorów wirtualnych,  $u_{(o)3}'$  – wektor napięcia uzyskany podczas formowania napięcia  $u_{(o)1}$ ,  $u_{(o)3}''$  – wektor napięcia formowany przy ograniczonych czasach załączenia wektorów wirtualnych,  $u_{(o)3}F$  – uzyskany wektor napięcia wyjściowego w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$

Jeżeli warunek ten nie będzie spełniony, konieczne jest ograniczenie długości wektora napięcia  $u_{(o)3}''$  poprzez skrócenie czasów aktywacji wektorów wirtualnych:

$$(24) \quad \text{jeżeli } t_{w(1)} + t_{w(2)} > t_p \Rightarrow \begin{cases} t_{w(1)}' = \frac{t_{w(1)} \cdot t_p}{t_{w(1)} + t_{w(2)}}, \\ t_{w(2)}' = \frac{t_{w(2)} \cdot t_p}{t_{w(1)} + t_{w(2)}} \end{cases},$$

gdzie:  $t_{w(1)}', t_{w(2)}'$  są nowymi czasami aktywacji wektorów wirtualnych.

Ograniczenie to wpłynie na amplitudę wektora napięcia tworzonego w układzie współrzędnych  $\alpha 3\beta 3$  (rys. 6),



natomiast wektor napięcia  $u_{(0)1}$  będzie kształtowany bez żadnych zakłóceń.

Nową wartość czasu załączenia wektorów pasywnych można wyznaczyć z:

$$(25) \quad t_p' = T_{imp} - (t_{(1)} + t_{(2)} + t_{w(1)} + t_{w(2)})$$

Jeżeli konieczne jest ograniczenie czasów aktywacji wektorów wirtualnych, to nowa wartość czasu załączenia wektorów pasywnych będzie równa zero.

### Sekwencja wektorów aktywnych i pasywnych

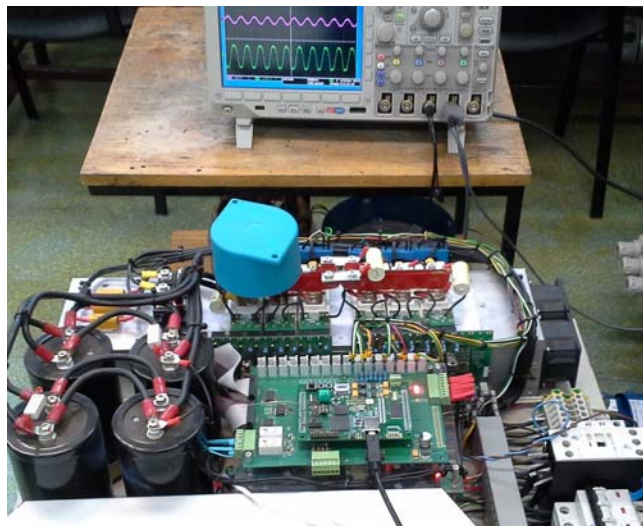
Formowanie wektora napięcia wyjściowego  $u_{(0)1}$  z wykorzystaniem dwóch sąsiednich wektorów aktywnych wiąże się z koniecznością zmiany stanów łączników energoelektronicznych w jednej gałęzi falownika. Jeżeli kształtowany jest wektor  $u_{(0)3}$ , to odpowiedni dobór kolejności wektorów aktywnych spowoduje, że są przełączane tranzystory trzech gałęzi. Zarówno dobór wektorów aktywnych jak i ustalenie kolejności ich załączania może być realizowane oddzielnie dla każdego z formowanych wektorów napięcia wyjściowego. Przykładowo, jeżeli są kształtowane wektory  $u_{(0)1}$  i  $u_{(0)3}$  o położeniach:  $\varphi_1 = \pi/10$ ,  $\varphi_3 = \pi/2$ , to wektory te będą kształtowane zgodnie z sekwencją:

$$(26) \quad \begin{matrix} u_{(0)1} \\ (00000) \rightarrow (11000) \rightarrow (11001) \rightarrow \\ (11011) \rightarrow (11010) \rightarrow (01010) \rightarrow (00010) \rightarrow (00000) \\ u_{(0)3} \end{matrix}$$

Wektory pasywne sekwencji (26) dobrano w taki sposób, aby została zminimalizowana całkowita liczba przełączeń tranzystorów falownika.

### Wyniki badań eksperymentalnych i symulacyjnych

Badania eksperymentalne zaproponowanej metody modulacji zrealizowano na stanowisku z pięciofazowym falownikiem napięcia (okres impulsowania  $T_{imp} = 150 \mu s$ , czas martwy  $t_d = 2 \mu s$ , napięcie obwodu pośredniczącego  $U_{DC} = 560 V$ ). Sygnałami zadanymi były amplitudy i częstotliwość napięć wyjściowych falownika.

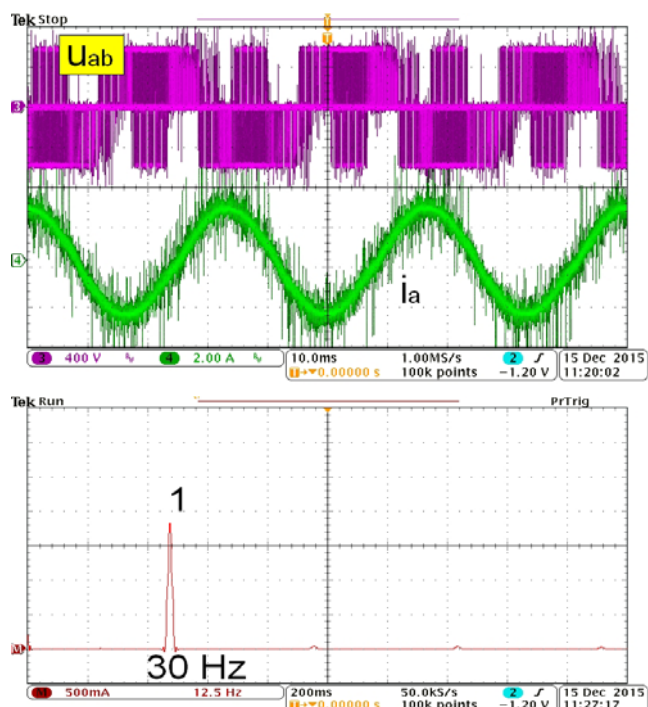


Rys. 7. Laboracyjny pięciofazowy falownik napięcia

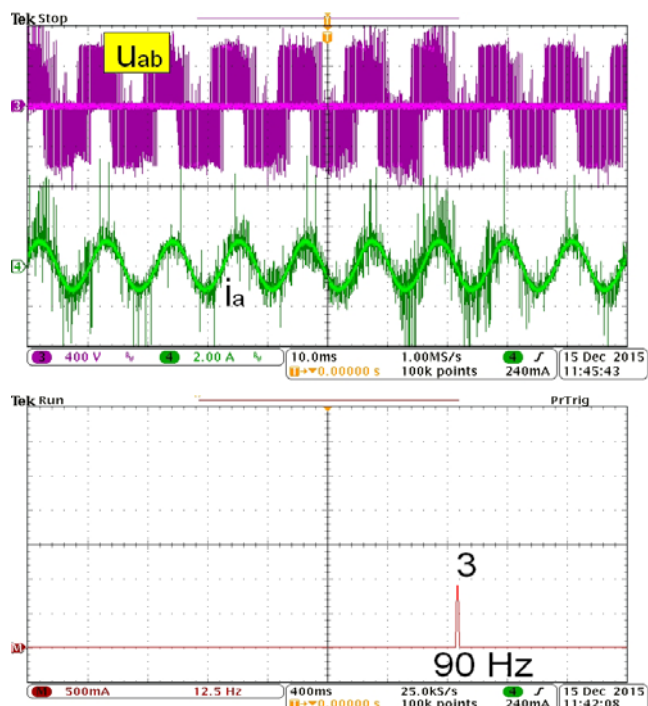
Do falownika (rys. 7) podłączono pięciofazowy silnik indukcyjny o mocy 5,5 kW ( $U_{ni} = 173 V$ ,  $I_n = 8.8 A$ ). Silnik został specjalnie zaprojektowany i zbudowany do wykorzystania w stanowisku badawczym. Do budowy

maszyny użyto stojana standardowego silnika trójfazowego, w którym wymieniono pakiet blach i nawinięto uzwojenie pięciofazowe. Wirnik silnika pozostawiono bez zmian.

Na rysunkach 8 i 9 pokazano przebiegi napięć i prądów oraz harmoniczne prądu fazowego w przypadku formowania wyłącznie jednego wektora napięcia  $u_{(0)1}$  (rys. 8) oraz jednego wektora  $u_{(0)3}$  (rys. 9).



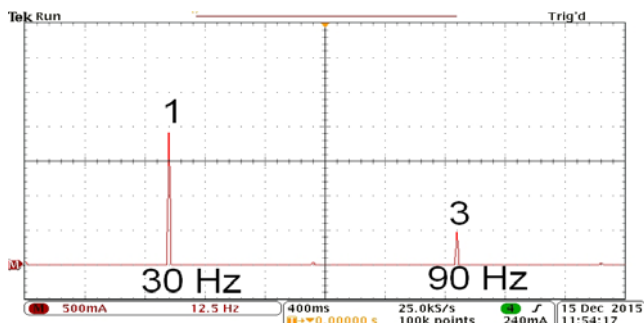
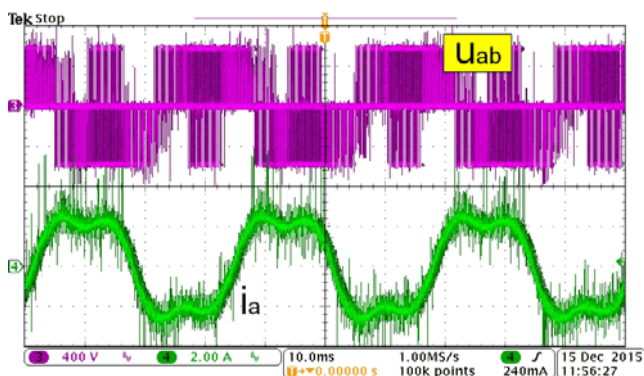
Rys. 8. Przebieg napięcia przewodowego  $u_{ab}$  oraz przebieg i harmoniczne prądu fazowego  $i_a$  podczas formowania wyłącznie pierwszej harmonicznej napięcia wyjściowego. Skale: przebiegi: 2A/div, 400V/div, 10ms/div, harmoniczne: 500mA/div, 12,5Hz/div



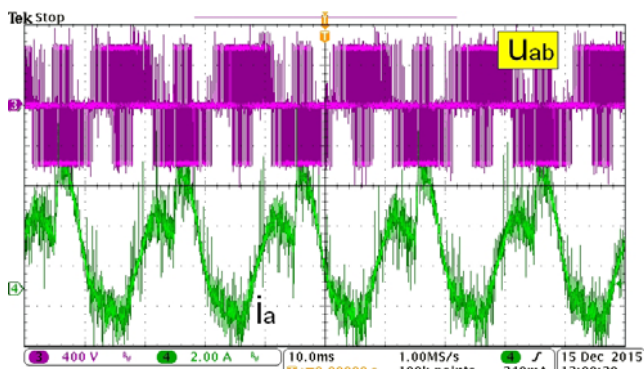
Rys. 9. Przebieg napięcia wyjściowego  $u_{ab}$  oraz przebieg i harmoniczne prądu fazowego  $i_a$  podczas formowania trzeciej harmonicznej napięcia wyjściowego. Skale: 2A/div, 400V/div, 4ms/div, harmoniczne 500mA/div, 12,5Hz/div

Na rysunku 10 pokazano przebiegi napięcia wyjściowego oraz przebiegi i harmoniczne prądu falownika, w którym jednocześnie formowano dwa wektory napięcia wyjściowego o amplitudach i częstotliwościach wirowania:  $\mathbf{u}_{(o)1}$ :  $A_1=0,6$  j.w.,  $f_1=30$  Hz,  $\mathbf{u}_{(o)3}$ :  $A_3=0,1$  j.w.,  $f_3=90$  Hz.

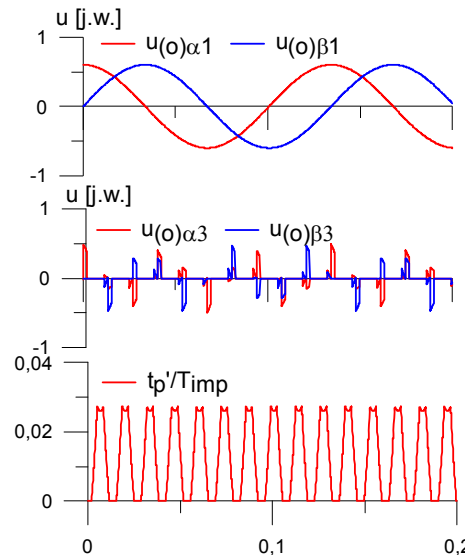
Przebiegi pokazane na rysunku 11 przedstawiają nieprawidłowe działanie modulatora przy ograniczeniu możliwości formowania napięcia trzeciej harmonicznej. Zjawisko to wystąpi przy zadaniu większego udziału napięcia trzeciej harmonicznej przy równocześnie dużym zadanym napięciu pierwszej harmonicznej. Na rysunku 12 pokazano przebiegi symulacyjne składowych wektorów napięcia o amplitudach i częstotliwościach wirowania:  $\mathbf{u}_{(o)1}$ :  $A_1=0,6$  j.w.,  $f_1=7,5$  Hz,  $\mathbf{u}_{(o)3}$ :  $A_3=0$ , formowanych w falowniku, w którym ograniczona została wartość napięcia obwodu pośredniczącego ( $u_{DC}=0,83$  j.w.). Wynika z tego, że wadą zaproponowanej metody MSI jest ograniczona możliwości kontrolowanego kształtowania napięcia trzeciej harmonicznej jeśli zapewni się poprawne formowanie napięcia pierwszej harmonicznej.



Rys.10. Przebieg napięcia przewodowego  $u_{ab}$  oraz przebieg i harmoniczne prądu fazowego  $i_a$  podczas formowania pierwszej i trzeciej harmonicznej napięcia wyjściowego. Skale: przebiegi: 2A/div, 400V/div, 10ms/div, harmoniczne 500mA/div, 12,5Hz/div, .

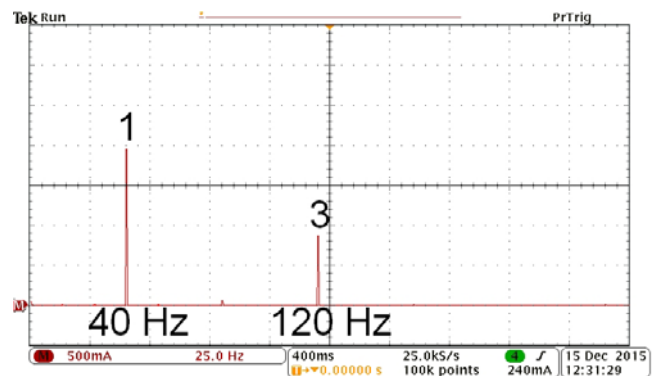
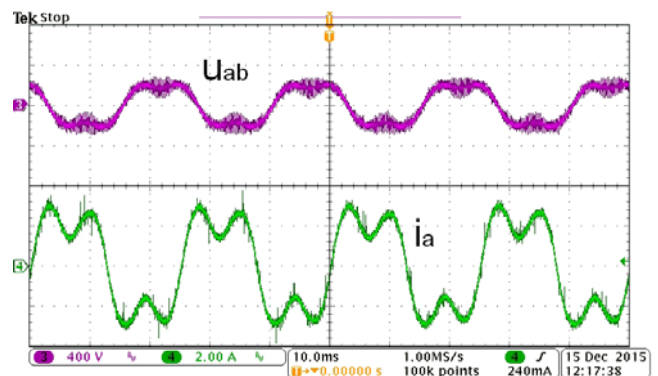


Rys.11. Nieprawidłowe działanie MSI przy dużym napięciu pierwszej harmonicznej ( $A_1=1$  j.w.,  $f_1=50$  Hz) i równoczesnym zadaniu dużego udziału napięcia trzeciej harmonicznej ( $A_1=0,7$  j.w.,  $f_1=150$  Hz). Skale: przebiegi: 2A/div, 400V/div, 10ms/div.

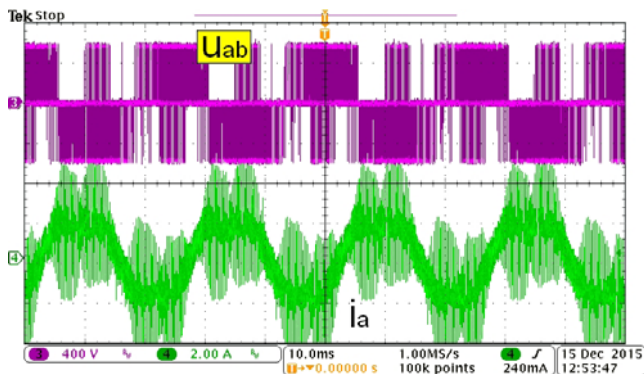


Rys.12. Względny czas załączenia wektorów pasywnych oraz przebiegi składowych wektorów napięcia  $\mathbf{u}_{(o)1}$  i  $\mathbf{u}_{(o)3}$  formowanych przy ograniczonej wartości napięcia w obwodzie pośredniczącym. Wyniki badań symulacyjnych

Na rysunku 13 pokazano przebiegi uzyskane w układzie z filtrem sinusoidalnym falownika napięcia ( $L=4$  mH,  $C=14$   $\mu$ F). Pokazane przebiegi zarejestrowano na wyjściu filtru. Są to więc równocześnie przebiegi napięcia i prądu silnika. Pokazane przebiegi są dla przypadku jednoczesnego generowania dwóch wektorów napięcia wyjściowego o amplitudach i częstotliwościach wirowania:  $\mathbf{u}_{(o)1}$ :  $A_1=0,8$  j.w.,  $f_1=40$  Hz,  $\mathbf{u}_{(o)3}$ :  $A_3=0,2$  j.w.,  $f_3=120$  Hz. Dla porównania na rys. 14 pokazano przebiegi napięcia i prądu na wejściu filtru.



Rys.13. Przebieg napięcia przewodowego  $u_{ab}$  silnika oraz przebieg i harmoniczne prądu fazowego  $i_a$  silnika przy formowaniu pierwszej i trzeciej harmonicznej napięcia wyjściowego w układzie z filtrem sinusoidalnym (przebiegi na wejściu filtru sinusoidalnego). Skale: przebiegi: 2A/div, 400V/div, 10ms/div, harmoniczne 500mA/div, 12,5Hz/div,



Rys.14. Przebieg napięcia przewodowego  $u_{ab}$  falownika oraz przebieg prądu fazowego  $i_a$  falownika przy formowaniu pierwszej i trzeciej harmonicznej napięcia wyjściowego w układzie z filtrem sinusoidalnym (**przebiegi na wyjściu filtru sinusoidalnego**). Skale: 2A/div, 400V/div, 10ms/div

## Wnioski

Zaproponowana metoda wektorowej modulacji szerokości impulsów zapewnia niezależne formowanie dwóch wektorów napięcia wyjściowego o położeniach i amplitudach wyznaczonych przez nadrzędny układ sterowania. Zastosowanie sześciu wektorów aktywnych upraszcza algorytm modulacji oraz zapewnia poprawne formowanie podstawowej harmonicznej napięcia wyjściowego w przypadku ograniczonej wartości napięcia w obwodzie pośredniczącym.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/09/B/ST7/01642 oraz 2011/01/B/ST7/06593

**Autorzy:** dr hab. inż. Arkadiusz Lewicki, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: [arkadiusz.lewicki@pg.gda.pl](mailto:arkadiusz.lewicki@pg.gda.pl); dr hab. inż. Jarosław Guziński, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: [jaroslaw.guzinski@pg.gda.pl](mailto:jaroslaw.guzinski@pg.gda.pl); mgr inż. Patryk Strankowski, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: [patryk.strankowski@pg.gda.pl](mailto:patryk.strankowski@pg.gda.pl)

## LITERATURA

- [1] de Silva P. S. N., Fletcher J. E., Williams B. W., Development of space vector modulation strategies for five phase voltage source inverters, Second International Conference on Power Electronics, Machines and Drives, (2004), 650–655.
- [2] Iqbal A., Levi E., "Space vector modulation schemes for a five-phase voltage source inverter, European Conference on Power Electronics and Applications, (2005), 1–12.
- [3] Ryu H. M., Kim J. H., Sul S. K., Analysis of multiphase space vector pulse-width modulation based on multiple d-q spaces

- concept, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 20 (2005), n.6, 1364–1371
- [4] Abu-Rub H., Iqbal A., Guzinski J.: High Performance Control of AC Drives with Matlab / Simulink Models. John Wiley & Sons (2012).
- [5] Gataric S., A polyphase cartesian vector approach to control of polyphase AC machines," 35th IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy, (2000), vol. 3, pp. 1648–1654.
- [6] Parsa L., On advantages of multi-phase machines," *Industrial Electronics Conference*, (2005), 1574–1579
- [7] Levi E., Bojoi R., Profumo F., Toliyat H., Williamson S., Multiphase induction motor drives – a technology status review, *IET Electric Power Applications*, 1 (2007), n.4, 489–516
- [8] Levi E., Multiphase electric machines for variable-speed applications, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55 (2008), n.5, 1893–1909.
- [9] Adamowicz M., Strankowski P., Morawiec M., Guziński J., Krzemiński Z., Sterowanie multiskalarnie pięciofazowym silnikiem indukcyjnym, XII Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym, SENE 2015 (2015)
- [10] Huangsheng Xu, Toliyat H., Petersen L. J., "Five-phase induction motor drives with DSP-based control system, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 17 (2002), n.4, 524–533
- [11] Prieto J., Barrero F., Durán M. J., Toral Marín S., Perales M. A., SVM procedure for n-phase VSI with low harmonic distortion in the overmodulation region, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61 (2014), n. 1, 92–97.
- [12] Duran M. J., Prieto J., Barrero F., Riveros J. A., Guzman H., Space-vector PWM with reduced common-mode voltage for five-phase induction motor drives, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60 (2013), n.10, 4159–4168
- [13] Duran M. J., Levi E., "Multi-Dimensional Approach to Multi-Phase Space Vector Pulse Width Modulation, 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, (2006), 2103–2108.
- [14] Duran M. J., Toral S., Barrero F., Levi E., "Real-time implementation of multi-dimensional five-phase space vector PWM using look-up table techniques, *Industrial Electronics Conference*, (2007), 1518–1523.
- [15] Shuai L., Corzine K., Direct torque control of five-phase induction motor using space vector modulation with harmonics elimination and optimal switching sequence, 21 Applied Power Electronics Conference and Exposition, (2006)
- [16] Bayati M., Moghani J. S., Dehnavi S. A., Namadmalan A., A new space vector modulation algorithm for THD reduction in 5-phase voltage source inverter, 4th Annual International Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference, (2013), 199–204
- [17] Zulkifli M. S. B., Munim W. N. Haris H. C. M., Five Phase Space Vector Modulation Voltage Source Inverter using large vector only, International Symposium on Computer Applications and Industrial Electronics, (2012), 5–9
- [18] Dujic D., Grandi G., Jones M., Levi E., "A space vector PWM scheme for multifrequency output voltage generation with multiphase voltage-source inverters, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55 (2008), n.5, 1943–1955,.