

Analiza błędów częstotliwościowych rezystorów

Część 2. Korekcja częstotliwościowa impedancji rezystorów i jej skuteczność

Streszczenie. W części 1 rozpatrzono cztery schematy zastępcze jako modele impedancji rezystora przy prądzie przemiennym, tj. schematy z parametrem głównym R i parametrami pasożytniczymi L i C . Wyznaczono podstawowe ich parametry w funkcji względnej częstotliwości i rezystancji oraz dokonano ich analizy. Część 2 tego artykułu poświęcona jest analizie możliwości korekcji częstotliwościowej rezystora. Wykazano, że rezystory o rezystancji R mniejszej od ich wartości charakterystycznej R_0 (zwykle rzędu kilkudziesięciu do kilkuset omów) można korygować częstotliwościowo przez bocznikowanie kondensatorem, a rezystory o rezystancji większej od R_0 – przez dołączanie szeregowo cewki indukcyjnej. Oceniono realne możliwości i skuteczność takiej korekcji, użyteczny zakres częstotliwości skorygowanego rezystora oraz wpływ niedokładności elementu korygującego (cewki lub kondensatora) na jakość korekcji. Podano przykłady obliczeniowe.

Abstract. In the part 1 the basic model of the resistor for the AC current as the equivalent circuit with two RL and C parallel branches was chosen and considered in detail. The characteristic parameters of its impedance changes in relative terms are introduced and its properties as a function of relative frequency and relative resistance are analyzed. The formulas of relative frequency errors, i.e. changes of resistance and reactance components of the impedance of few other AC equivalent circuits of resistor have been determined and analyzed. The considerations are illustrated by the numerical example and conclusions were drawn. Correction of the resistor frequency characteristics are discussed in this Part 2 of work. (**Analysis of frequency errors of resistors. Part 2. Frequency correction of the impedance of resistors and its effectiveness**)

Słowa kluczowe: rezystor, modele przemiennie-prądowe, schematy zastępcze, parametry charakterystyczne, korekcja błędów częstotliwościowych
Keywords: resistor, AC models, equivalent circuits, impedance, characteristic parameters, correction of frequency errors.

7. Wprowadzenie do części 2.

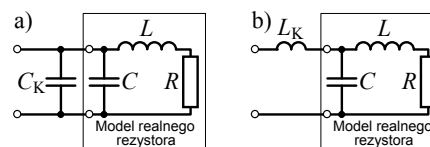
W części 1 tego artykułu¹ omówiono schematy zastępcze jako modele rezystorów o konstrukcji typowej dla stosowanych w układach elektronicznych, czyli rezystory masowe o kształcie walca z materiału o dużej rezystywności lub z materiału izolacyjnego z naniesioną cienką warstwą rezystancyjną oraz rezystory w postaci płaskiej cienkiej warstwy rezystancyjnej na podłożu z materiału izolacyjnego. Schematy zastępcze takich rezystorów, obok rezystancji R przy prądzie stałym (DC) reprezentującej parametr główny, mają też elementy reprezentujące parametry pasożytnicze – indukcyjność L i pojemność C . Przy prądzie przemiennym (AC) rezystor ma impedancję \underline{Z} o części rzeczywistej $\text{Re}(\underline{Z})$ różnej od rezystancji R oraz zwykle różną od zera reakcją $\text{Im}(\underline{Z})$. Ze względu na zależny od częstotliwości wpływ parametrów L i C , zdefiniowano częstotliwościowe błędy rezystora jako miary jego niedoskonałości. W rozważaniach pominięto zmianę rezystancji wskutek zjawiska naskórkowości. Jest to zasadne dla rezystorów o podanych powyżej konstrukcjach, gdyż wynikające z naskórkowości błędy są pomijalne. Obliczono parametry i częstotliwościowe błędy rezystorów o danych z literatury [2], [7]².

Niniejsza część 2 artykułu jest kontynuacją rozważań z części 1. Stosuje się uniwersalne zmienne, parametry i modele rezystorów zdefiniowane w części 1. Zachowano też ciągłość numeracji. Treść zaczyna się od rozdziału 7, wzory – od nr (33) i rysunki od numeru 12.

8. Korekcja charakterystyki częstotliwościowej rezystora

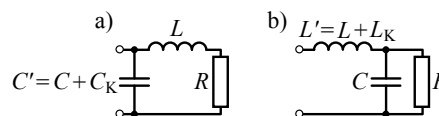
Z wzoru (17) wynika, że rezystor jako element fizyczny o rezystancji R mniejszej od rezystancji charakterystycznej R_0 i o powyższej geometrii ma charakter indukcyjnościowy, a rezystor o rezystancji $R > R_0$ – pojemnościowy. W pierwszym przypadku ($R > R_0$) możliwa jest korekcja częstotliwościowa rezystora poprzez równoległe dołączenie kondensatora o pojemności C_K i pomijalnej upływności, a

dla $R > R_0$ – poprzez szeregowe przyłączenie cewki o indukcyjności L_K i pomijalnej rezystancji $R_K \ll R$. Korekcje te przedstawia schematycznie rysunek 12. Jako schemat zastępczy rezystora użyto modelu typu Γ (część -rys. 8a).



Rys. 12. Korekcja częstotliwościowa rezystora za pomocą modelu typu Γ : a) przypadek $R < R_0$ – korekcja kondensatorem C_K , b) przypadek $R > R_0$ – korekcja cewką L_K

Układ z rysunku 12a nadal jest układem typu Γ z większą pojemnością $C' = C + C_K$, natomiast układ z rysunku 12b – układem typu T (rys. 8c). W rozdziale 5 wykazano, że przy częstotliwościach znacznie niższych od częstotliwości własnej ω_0 schematu zastępczego rezystora, np. przy $\omega < 0,1 \cdot \omega_0$, czyli dla względnej częstotliwości $\eta < 0,1$ – wzór (19), rozmieszczenie elementów L , C nie ma w praktyce znaczenia dla oceny właściwości częstotliwościowych rezystora. Dlatego w dalszych analizach można założyć, że w schematach na rysunku 12 rezystor daje się zastąpić dowolnym spośród modeli Γ , Π , T , \bar{T} przedstawionych na rysunku 8 (w części 1).



Rys. 13. Modele rezystora z korekcją częstotliwościową: a) przypadek $R < R_0$ – model Γ , pojemność skorygowana do wartości $C' = C + C_K$, b) przypadek $R > R_0$ – model T , indukcyjność skorygowana do wartości $L' = L + L_K$

W dalszych rozważaniach przyjęto model Γ przy omawianiu korekcji kondensatorem C_K (rys. 13a) oraz model T dla korekcji cewką indukcyjną L_K (rys. 13b).

W poprzednich rozdziałach wykazano, że rezystor będzie dobry w szerokim zakresie częstotliwości, gdy jest

¹ Część 1 artykułu „Modele rezystorów przy prądzie przemiennym i ich parametry” zamieszczono w *Przeglądzie Elektrotechnicznym* nr 6

² Literatura jest zamieszczona w części 1.

skompensowany, czyli ma rezystancję o wartości równej rezystancji charakterystycznej R_0 opisanej wzorem (17).

Dzięki korekcji można sztucznie skompensować rezystor. Dla jego rezystancji $R < R_0$ (czyli dla rezystancji względnej $\rho < 1$) rezystor bocznikuje się kondensatorem o takiej pojemności C_K , by nowa rezystancja charakterystyczna

$$(33) \quad R_{0,a} = R .$$

Wynika stąd równanie:

$$(34) \quad \sqrt{\frac{L}{C + C_K}} = \sqrt{\frac{L}{C'}} = R = R_{0,a} = \rho R_0 ; \text{ dla } \rho < 1 ,$$

którego rozwiązaniem jest:

$$(35) \quad C' = \frac{L}{R^2} = \frac{L}{\rho^2 R_0^2} = \frac{L}{\rho^2 L/C} = \frac{C}{\rho^2} ;$$

$$C_K = \frac{C}{\rho^2} - C = \frac{C(1 - \rho^2)}{\rho^2} ; \quad \rho < 1 .$$

Pojemność C' nazwiemy nową pojemnością modelu rezystora. Skutkiem jej wprowadzenia jest nowa rezystancja charakterystyczna $R_{0,a} = R$ (z definicji), nowa rezystancja względna $\rho_a = 1$ (z definicji), nowa częstotliwość własna $\omega_{0,a}$ i nowa częstotliwość względna η_a . Określają je zależności:

$$(36) \quad \rho_a \stackrel{\text{def}}{=} 1 ; \quad \omega_{0,a} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C'}} = \frac{\rho}{\sqrt{L \cdot C}} = \rho \cdot \omega_0 ;$$

$$\eta_a \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega}{\omega_{0,a}} = \frac{\omega}{\rho \cdot \omega_0} = \frac{\eta}{\rho} ; \quad \rho < 1$$

Z kolei dla rezystora o $R > R_0$, czyli $\rho > 1$, indukcyjność L_K powinna być taka, by nowa rezystancja charakterystyczna $R_{0,b}$ była równa rezystancji R przy prądzie stałym:

$$(37) \quad R_{0,b} = R$$

Otrzymuje się równanie:

$$(38) \quad \sqrt{\frac{L + L_K}{C}} = \sqrt{\frac{L'}{C}} = R = R_{0,b} = \rho \cdot R_0 ; \quad \rho > 1$$

którego rozwiązaniem jest:

$$(39) \quad L' = C R^2 = C \rho^2 R_0^2 = C \cdot \rho^2 \cdot \frac{L}{C} = \rho^2 L ;$$

$$L_K = \rho^2 L - L = L(\rho^2 - 1) ; \quad \rho > 1$$

Indukcyjność L' nazwiemy nową indukcyjnością modelu rezystora. Skutkiem jej wprowadzenia jest nowa rezystancja charakterystyczna $R_{0,b} = R$ (z definicji), nowa rezystancja względna $\rho_b = 1$ (z definicji) nowa częstotliwość własna $\omega_{0,b}$ i nowa częstotliwość względna η_b :

$$(40) \quad \rho_b \stackrel{\text{def}}{=} 1 ; \quad \omega_{0,b} = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C}} = \frac{1}{\rho \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{\omega_0}{\rho} ;$$

$$\eta_b \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega}{\omega_{0,b}} = \frac{\rho \cdot \omega}{\omega_0} = \rho \cdot \eta ; \quad \rho > 1$$

Ze wzorów (36) i (40) wynika, że korekcja zmniejsza częstotliwość własną rezystora:

a) dla $\rho < 1$ (korekcja kondensatorem C_K) w stopniu $\rho < 1$,

b) dla $\rho > 1$ (korekcja cewką L_K) ρ -krotnie.

Należy więc zbadać celowość korekcji. W tym celu zauważmy, że do rezystora skorygowanego mają

zastosowanie wszystkie zależności wyprowadzone w poprzednich rozdziałach pod warunkiem zastąpienia wielkości ω_0 oraz η nowymi wielkościami oznaczonymi dodatkowym indeksem dolnym „a” w przypadku korekcji kondensatorem, czyli $\omega_{0,a}$ oraz η_a - wzór (36) i indeksem „b” dla korekcji cewką, czyli $\omega_{0,b}$ oraz η_b - wzór(40).

Błąd impedancyjny δZ rezystora według modelu Γ - wzór (32), jest teraz funkcją dwuparametrową, tzn.:

$$(41) \quad \delta Z(\eta, \rho) = \eta \cdot \frac{\sqrt{\eta^2 \cdot \rho^4 + \left[\frac{1}{\rho} - \rho \cdot (1 - \eta^2) \right]^2}}{1 + \eta^2 \cdot \rho^2} .$$

W rozdziale 5 wykazano, że wzór ten jest wystarczająco dokładny także dla modelu Γ .

Dla rezystora skorygowanego, gdy $\rho_a = \rho_b = 1$

$$(42) \quad \delta Z_{sk}(\eta) = \frac{\eta^2}{\sqrt{1 + \eta^2}} .$$

Górną granicą użytecznej względnej częstotliwości jest η_g , przy której wartość miary $\delta Z_{sk}(\eta_g)$ nie przekracza zadanej wartości. Częstotliwość ta jest λ -krotnie mniejsza od częstotliwości własnej, a stąd:

$$(43) \quad \eta_g = \frac{1}{\lambda}$$

i błąd określony wzorem (42) przyjmuje postać:

$$(44) \quad \delta Z_{g,sk}(\lambda) = \delta Z_{sk}(1/\lambda) = \frac{1}{\lambda \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1}} .$$

Na przykład, dla $\lambda = 10$ i $\rho = 1$ obliczony ze wzoru (41) błąd $\delta Z(10, 1) \approx 0,995\% \approx 1,0\%$.

Przy korekcji kondensatorem $\eta_g = 1/\lambda$ jest względną częstotliwością w stosunku do częstotliwości $\omega_{0,a}$ - wzór(36). Wobec tego częstotliwość względna $\eta_{g,a}$ dla częstotliwości ω_0 określona jest relacją:

$$(45) \quad \eta_{g,a} = \rho \cdot \eta_g = \frac{\rho}{\lambda} ; \quad \rho < 1 .$$

Natomiast przy korekcji impedancji rezystora cewką $\eta_g = 1/\lambda$ jest częstotliwością względną dla częstotliwości $\omega_{0,b}$ - wzór (42). Wobec tego częstotliwość względną $\eta_{g,b}$ liczona dla częstotliwości ω_0 według (40) można obliczyć z zależności:

$$(46) \quad \eta_{g,b} = \frac{\eta_g}{\rho} = \frac{1}{\lambda \cdot \rho} ; \quad \rho > 1 .$$

Na podstawie wzoru (41) błąd nieskorygowanego rezystora dla korekcji kondensatorem opisuje funkcja:

$$(47) \quad \delta Z_{g,a}(\eta_{g,a}, \rho) = \delta Z\left(\frac{\rho}{\lambda}, \rho\right) ; \quad \rho < 1 ,$$

a dla korekcji cewką:

$$(48) \quad \delta Z_{g,b}(\eta_{g,b}, \rho) = \delta Z\left(\frac{1}{\lambda \cdot \rho}, \rho\right) ; \quad \rho > 1 .$$

Efektywnością korekcji kondensatorem nazwiemy stosunek wartości błędu impedancyjnego rezystora nieskorygowanego - wzór (41), do wartości tego błędu dla rezystora skorygowanego – zależność (44), tzn.:

$$(49) \quad ef_a(\lambda, \rho) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta Z\left(\frac{\rho}{\lambda}, \rho\right)}{\delta Z_{sk}\left(\frac{1}{\lambda}\right)}; \quad \rho < 1.$$

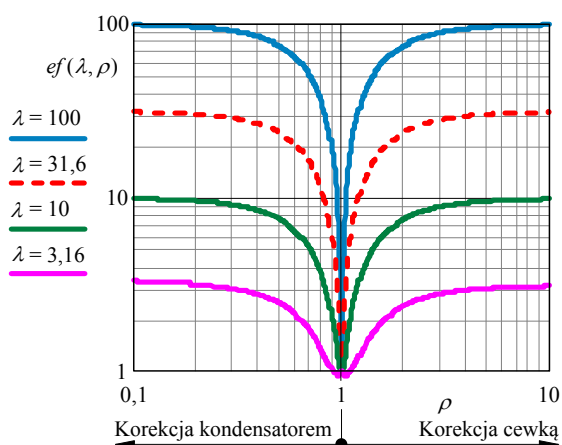
Podobnie, w oparciu wzory (48) i (44) definiuje się efektywność korekcji cewką:

$$(50) \quad ef_b(\lambda, \rho) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta Z\left(\frac{1}{\lambda \cdot \rho}, \rho\right)}{\delta Z_{sk}\left(\frac{1}{\lambda}\right)}; \quad \rho > 1.$$

Wzory (49) i (50) można połączyć w jeden wzór:

$$(51) \quad ef(\lambda, \rho) = \begin{cases} ef_a(\lambda, \rho) & \text{gdy } \rho < 1 \\ ef_b(\lambda, \rho) & \text{gdy } \rho > 1 \end{cases}$$

Wykresy funkcji (51) pokazano na rysunku 14.



Rys. 14. Efektywność korekcji rezystora w funkcji jego rezystancji względnej ρ i czynnika λ

Z rysunku 14 wynika, że dla wartości ρ mniejszej od ok. 0,2 (rezystor o rezystancji R mniejszej od ok. 0,2-krotnej rezystancji charakterystycznej R_0 przed korekcją) i dla wartości ρ większej od ok. 5 (rezystor o rezystancji większej od ok. 5-krotnej rezystancji charakterystycznej przed korekcją) skuteczność korekcji zbliża się do wartości czynnika λ . Blżej wyjaśnią to przykłady.

Korekcja zmniejsza wartość błędu impedancyjnego $\delta Z(\eta, \rho)$ do wartości $\delta Z_{g,sk}(\lambda)$ określonej wzorem (44), ale zmniejsza również względną częstotliwość graniczną do wartości danej wzorami (45) i (46), ujętymi wspólnie w postaci:

$$(52) \quad \eta_g(\lambda, \rho) = \begin{cases} \frac{\rho}{\lambda} & \text{gdy } \rho < 1 \\ \frac{1}{\lambda \cdot \rho} & \text{gdy } \rho > 1 \end{cases}$$

Wyznaczyć można też przybliżony wzór wiążący względną częstotliwość graniczną z osiągalną, minimalną wartością modułu błędu impedancyjnego rezystora. Z wyrażenia (44) wynika bowiem że:

$$(53) \quad \delta Z_{sk} = \frac{1}{\lambda \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1}} \stackrel{\lambda \gg 1}{\approx} \frac{1}{\lambda^2 + 1/2}; \quad \lambda \stackrel{\delta Z_{sk} \ll 1}{\approx} \sqrt{\frac{1}{\delta Z_{sk}} - \frac{1}{2}}$$

i stąd względna częstotliwość graniczna:

$$(54) \quad \eta_g \stackrel{\delta Z_{sk} \ll 1}{\approx} \begin{cases} \frac{\rho}{\sqrt{\frac{1}{\delta Z_{sk}} - \frac{1}{2}}} & \text{gdy } \rho < 1 \\ \frac{1}{\rho \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta Z_{sk}} - \frac{1}{2}}} & \text{gdy } \rho > 1 \end{cases}$$

Na przykład dla $\delta Z_{sk} = 1,0\%$ przy $\rho = 0,1$ i przy $\rho = 10$ otrzymuje się $\eta_g \approx 0,0101$, co oznacza, że częstotliwość graniczna stanowi 0,0101 częstotliwości własnej f_0 rezystora naturalnie skompensowanego.

W tabeli 1 zestawiono częstotliwości graniczne dla dwu rezystorów skorygowanych kondensatorem ($\rho < 1$) i dwu rezystorów skorygowanych cewką ($\rho > 1$) z wartością częstotliwości granicznej rezystora skompensowanego naturalnie o takich samych rozmiarach geometrycznych jak w przykładzie zamieszczonym w części 1 w rozdziale 4.

Tabela 1. Rezystor naturalnie skompensowany o rozmiarach z przykładu w rozdziale 4 i parametrach $L = 17,8$ nH, $C = 0,138$ pF i rezystory skorygowane o takich samych rozmiarach, ale innych rezystancjach

Rezystor naturalnie skompensowany	Rezystancja i rezyst. charakteryst.	$R = R_0 = 359 \Omega$
	Częstotliwość własna	$f_0 = 3,22$ GHz
	Częst. graniczna dla $\lambda = 10$ czyli $\delta Z_{sk} \approx 1,0\%$	$f_g = 322$ MHz
Rezystory o $\rho < 1$, korygowane kondensatorem		
Rezystor o $\rho = 0,1$	Rezystancja	$R_{1a} = R_{01a} = 35,9 \Omega$
	Pojemność korygująca	$C_{K1} = 13,7$ pF
	Nowa częstotl. własna	$f_{01a} = 322$ MHz
	Nowa częst. gran. dla $\lambda = 10$ czyli $\delta Z_{sk} \approx 1,0\%$	$f_{g1a} = 32,2$ MHz
Rezystor o $\rho = 0,001$	Rezystancja	$R_{2a} = R_{02a} = 359$ m Ω
	Pojemność korygująca	$C_{K2} = 0,138$ μ F
	Nowa częstotl. własna	$f_{02a} = 3,22$ MHz
	Nowa częst. gran. dla $\lambda = 10$ czyli $\delta Z_{sk} \approx 1,0\%$	$f_{g2a} = 322$ kHz
Rezystory o $\rho > 1$, korygowane cewką		
Rezystor o $\rho = 10$	Rezystancja	$R_{1b} = R_{01b} = 3,59$ k Ω
	Indukcyjność koryg.	$L_{K1} = 1,76$ μ H
	Nowa częstotl. własna	$f_{01b} = 322$ MHz
	Nowa częst. gran. dla $\lambda = 10$ czyli $\delta Z_{sk} \approx 1,0\%$	$f_{g1b} = 32,2$ MHz
Rezystor o $\rho = 1000$	Rezystancja	$R_{2b} = R_{02b} = 359$ k Ω
	Indukcyjność koryg.	$L_{K2} = 17,8$ mH
	Nowa częstotl. własna	$f_{02b} = 3,22$ MHz
	Nowa częst. gran. dla $\lambda = 10$ czyli $\delta Z_{sk} \approx 1,0\%$	$f_{g2b} = 322$ kHz

Z przykładów zaprezentowanych w tabeli 1 można wyprowadzić następujące wnioski:

1. Korekcja częstotliwościowa impedancji rezystora o rezystancji względnej $\rho < 1$ kondensatorem jest realna do realizacji w praktyce – kondensatory o pojemnościach rzędu pikofaradów (tabela 1, rezystor o $\rho = 0,1$) a nawet dziesiątych części mikrofarada (tabela 1, rezystor o $\rho = 0,001$) mają stosunkowo niewielkie rozmiary geometryczne. Przedstawiony w tabeli 1 skorygowany rezystor $0,359 \Omega$ mógłby być na przykład bocznikiem pomiarowym na prąd rzędu 1A w paśmie częstotliwości do dziesiątych części megaherca. Boczniki na większe prądy i o wyższej częstotliwości granicznej są specjalnymi

konstrukcjami, zwykle współosiowymi. Omawianie ich wykracza poza ramy tego artykułu.

2. Mniej realna do realizacji jest korekcja rezystora o $\rho > 1$ za pomocą cewki. Cewki o indukcyjnościach tego rzędu jak podane w tabeli 1 miałyby rdzenie ferrytowe, dość znaczne wymiary geometryczne i nie pomijalną rezystancję

3. W technice pomiarowej rezystory o rezystancjach rzędu kiloomów i większych stosuje się głównie w dzielnikach napięcia. Dzielnik taki częstotliwościowo koryguje się jako całość, tworząc układ rezystancyjno-pojemnościowy.

9. Wpływ niedokładnego skompensowania rezystora

Z dotychczasowych rozważań, a w szczególności z wykresów na rysunkach 3 – 5 i 9 – 11, wynika, że przy częstotliwości nie większej od ok. 0,1 częstotliwości własnej (czyli przy częstotliwości względnej $\eta < 0,1$) właściwości rezystora zbliżają się do właściwości rezystora idealnego, gdy wartość rezystancji R przy prądzie stałym (patrz model Γ – rys. 2d) zbliża się do rezystancji charakterystycznej R_0 , (czyli względna rezystancja $\rho \rightarrow 1$). Oznacza to, że rezystor staje się skompensowany. Trudność polega na tym, że wartość rezystancji charakterystycznej R_0 zależy od wartości parametrów resztkowych – indukcyjności L i pojemności C . Dla dalszych rozważań nie jest istotne, czy wartości L i C wynikają wprost z konstrukcji rezystora i jego przyłącza (wtedy rezystor o $R = R_0$ jest skompensowany naturalnie), czy też są one wynikiem zastosowania korekcji częstotliwościowej i są określone odpowiednio jako L' lub C' , jak na rysunku 13 (rezystor sztucznie skompensowany). W dalszych rozważaniach stosuje się zatem oznaczenia L i C także w przypadku rezystora skompensowanego sztucznie zamiast L' i C' . Wartości L i C znane są zwykle z niewielką dokładnością – w przeciwieństwie do wartości R , którą można zmierzyć dokładnie.

Powyższe wartości L i C nazwiemy indukcyjnością i pojemnością nominalną rezystora, zaś obliczoną ze wzoru (13) częstotliwość własną f_0 - nominalną częstotliwością własną, a rezystor o rezystancji $R = R_0$ określonej wzorem (17) - rezystorem nominalnie skompensowanym.

Wprowadzić tu też można pojęcie *krotnika* κ jako liczby większej od 1 ($\kappa > 1$).

Parametry resztkowe L i C w modelu rezystora mogą przybierać wartości leżące w pewnych przedziałach:

- pojemność – w przedziale od wartości dolnej C_d mniejszej κ -krotnie od wartości nominalnej C , do wartości górnej C_g większej κ -krotnie od C ,
- indukcyjność – w przedziale od wartości dolnej L_d mniejszej κ -krotnie od wartości nominalnej L do wartości górnej L_g większej κ -krotnie od L .

Zapisuje się to następująco:

$$(55) \quad C_d = \frac{C}{\kappa}; \quad C_g = C \cdot \kappa; \quad L_d = \frac{L}{\kappa}; \quad L_g = L \cdot \kappa; \quad \text{dla } \kappa > 1$$

W tabeli 2 zestawiono cztery przypadki jako skrajne sytuacje kombinacji pojemności i indukcyjności, gdy przyjmują one wartości dolne lub górne. W sytuacjach tych należy odpowiednio przeskalować wartości względnych częstotliwości i rezystancji. I tak:

– w sytuacji I. częstotliwość względna maleje κ -krotnie, a rezystancja względna pozostaje bez zmiany. Oznacza to, że pokazane na rysunkach 3 – 5 charakterystyki częstotliwościowe wymagają tylko podzielenia wartości częstotliwości względnej η przez κ . W logarytmicznej skali

Tabela 2. Częstotliwość i rezystancja względna dla czterech sytuacji o skrajnych wartościach indukcyjności i pojemności

Sytuacja	Względna częstotliwość η	Względna rezystancja ρ
I. C_d, L_d	$\eta_I = \omega \cdot \sqrt{C_d \cdot L_d} = \frac{\eta}{\kappa}$	$\rho_I = R \cdot \sqrt{\frac{C_d}{L_d}} = \rho$
II. C_d, L_g	$\eta_{II} = \omega \cdot \sqrt{C_d \cdot L_g} = \eta$	$\rho_{II} = R \cdot \sqrt{\frac{C_d}{L_g}} = \frac{\rho}{\kappa}$
III. C_g, L_d	$\eta_{III} = \omega \cdot \sqrt{C_g \cdot L_d} = \eta$	$\rho_{III} = R \cdot \sqrt{\frac{C_g}{L_d}} = \rho \cdot \kappa$
IV. C_g, L_g	$\eta_{IV} = \omega \cdot \sqrt{C_g \cdot L_g} = \eta \cdot \kappa$	$\rho_{IV} = R \cdot \sqrt{\frac{C_g}{L_g}} = \rho$

logarytmicznej na osi odciętych oznacza to przesunięcie wykresów w lewo o odcinek $\log \kappa$.

– w sytuacji II. częstotliwość własna pozostaje bez zmiany, a rezystancja względna maleje κ -krotnie. Oznacza to, że charakterystyki częstotliwościowe powinny być obliczone dla κ -krotnie mniejszych wartości rezystancji względnej ρ ,

– w sytuacji III częstotliwość własna pozostaje bez zmiany, a rezystancja względna rośnie κ -krotnie. Oznacza to, że charakterystyki częstotliwościowe powinny być obliczone dla κ -krotnie większych wartości rezystancji względnej ρ ,

– w sytuacji IV. częstotliwość względna rośnie κ -krotnie, a rezystancja względna pozostaje bez zmiany. Oznacza to, że pokazane na rysunkach 3 – 5 charakterystyki częstotliwościowe wymagają tylko pomnożenia wartości częstotliwości względnej η przez κ , co w skali logarytmicznej na osi odciętych oznacza przesunięcie wykresów w prawo o odcinek $\log \kappa$ względem siatki.

Błędy częstotliwościowe rezystora są miarami niedokładności odtwarzania rezystancji R dla prądu stałego przy prądzie przemiennym. Są nimi błąd rezystancyjny δR - wzory (5) i (22), błąd reaktancyjny δX - wzory (6) i (22) oraz błąd impedancyjny δZ - wzory (7) i (22).

W sytuacjach II i III oś częstotliwości nie podlega przeskalowaniu, natomiast niedokładność odtwarzania rezystancji wywołana jest zmianami wartości względnej rezystancji ρ wskutek odstępstw pojemności C i indukcyjności L od wartości nominalnych. Według tabeli 2 rezystancja względna rezystora nominalnie skompensowanego może przyjmować skrajne wartości $1/\kappa$ oraz κ .

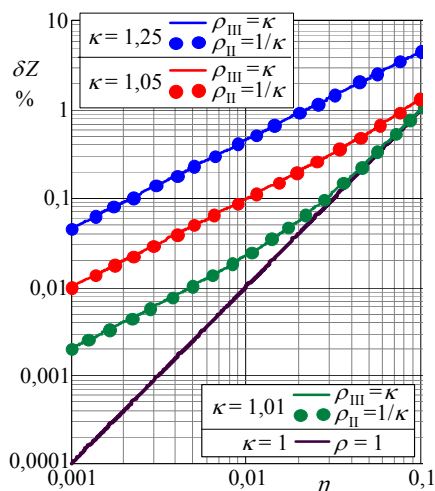
Na rysunku 15 pokazano zmiany modułu błędu impedancyjnego rezystora δZ w funkcji częstotliwości względnej η dla czterech wartości *krotnika* κ . Z rysunku tego wynika, że przy zmianie częstotliwości względnej η od 0,001 do 0,1 wartość modułu błędu impedancyjnego rezystora zmienia się w zakresie:

– od ok. 1×10^{-4} % do ok. 1 % przy $\kappa = 1$, czyli dla przypadku rezystora idealnie skompensowanego,

– od ok. 2×10^{-3} % do ok. 1 % przy $\kappa = 1,01$, czyli w sytuacji gdy odchylenia pojemności i indukcyjności od wartości nominalnych zawierają się w przedziale od ok. –1 %, do 1 %,

– od ok. 0,01 % do ok. 1,4 % przy $\kappa = 1,05$, czyli w sytuacji gdy odchylenia pojemności i indukcyjności od wartości nominalnych zawierają się w przedziale od ok. –4,8 %, do 5 %,

– od ok. 0,045 % do ok. 4,5 % przy $\kappa = 1,25$, czyli gdy odchylenia pojemności i indukcyjności od wartości nominalnych zawierają się w przedziale od –20 %, do 25 %.



Rys. 15. Zależność błędu impedancyjnego δZ (wzory (7) i (22)) rezystora nominalnie skompensowanego od częstotliwości względnej dla kilku wartości krotnika κ

Z przedstawionych rozważań wynika, że obiektem najlepiej odwzorowującym rezystancję przy częstotliwościach wyższych jest rezystor skompensowany, czyli spełniający zależność (16). Ale już niewielkie odstępstwo od tej zależności, które może być określone wartością krotnika κ , powoduje znaczny błąd rezystora. Na przykład, już dla $\kappa = 1,05$, czyli dla odchylenia wartości indukcyjności i pojemności o ok. 5 % od wartości nominalnych, następuje wzrost błędu impedancyjnego δZ z poziomu ok. 0,0001 % do poziomu ok. 0,01 % przy częstotliwości względnej $\eta = 0,001$ i z poziomu ok. 1 % do poziomu ok. 1,4 % przy częstotliwości względnej $\eta = 0,1$. Utrzymanie indukcyjności i pojemności w przedziale 5 % nie jest łatwe. Bardziej realne jest utrzymanie ich w przedziale od -20% do $+25\%$ ($\kappa = 1,25$) i wtedy błąd impedancyjny δZ może osiągać wartość ok. 0,05 % przy $\eta = 0,001$ i ok. 5 % przy $\eta = 0,1$.

10. Podsumowanie całości pracy

W części 1 tej pracy za pomocą analizy czterech schematów zastępczych rezystora (rys. 8) jako jego modeli, wyjaśniono dlaczego rezystor o konstrukcji typowej dla zastosowań w układach elektronicznych, na przykład rezystor masowy w kształcie walca z materiału o dużej rezystywności lub z materiału izolacyjnego z naniesioną cienką warstwą rezystancyjną, może być tzw. rezystorem *dobrym* w szerokim zakresie częstotliwości od prądu stałego do pewnej częstotliwości granicznej. *Dobrym* nazwano taki rezystor, którego impedancja Z przy prądzie

zmiennym ma składową rzeczywistą $\text{Re}Z$ mało różniącą się od rezystancji R przy prądzie stałym i składową urojoną $\text{Im}Z$ (reaktację X) o wartości bezwzględnej znacznie mniejszej od R , czyli $\text{Im}Z \ll R$.

Zdefiniowano błędy częstotliwościowe rezystora – wzory (5), (6), (7) i (22) – oraz podano w postaci wykresów (rys. 4., 5 i 9 - 11) wyniki obliczeń wartości tych błędów w funkcji uogólnionych bezwymiarowych zmiennych rezystora, względnej częstotliwości η i względnej rezystancji ρ .

Wykazano, że najwyższą częstotliwość graniczną mają rezystory naturalnie (samoistnie) skompensowane, tzn. o rezystancji R równej tzw. charakterystycznej rezystancji R_0 .

W przykładzie obliczeniowym wykazano, że rezystor skompensowany o małych rozmiarach geometrycznych może mieć częstotliwość graniczną rzędu gigaherców. Potwierdza się to też w praktyce budowy urządzeń elektronicznych, szczególnie telekomunikacyjnych.

W części 2 tego artykułu przedstawiono możliwości sztucznego skompensowania rezystora samoistnie nie skompensowanego, czyli możliwości sztucznej zmiany rezystancji charakterystycznej R_0 w taki sposób, by zrównać ją z rezystancją R przy prądzie stałym. Prowadzi to do korekcji charakterystyki częstotliwościowej rezystora, tj. do zwiększenia częstotliwości granicznej przy zadanych dopuszczalnych wartościach błędów rezystora.

Wykazano że rezystory o małych wartościach rezystancji można korygować częstotliwościowo przez bocznikowanie kondensatorem (rys. 12a). W przykładzie obliczeniowym (tabela 1) wykazano m.in., że po skorygowaniu rezystora o rezystancji rzędu $0,4 \Omega$ kondensatorem o pojemności rzędu $0,1 \mu\text{F}$ otrzymuje się bocznik na prąd rzędu 1 A o 1 % module błędu dla częstotliwości sięgającej $0,3 \text{ MHz}$.

Z kolei rezystory o dużych wartościach rezystancji można korygować częstotliwościowo włączoną szeregowo cewką indukcyjną. Przykłady obliczeniowe podane w tabeli 1, ale, pokazują, że jest to trudniejsze w realizacji i mniej przydatne w praktyce (patrz komentarz po tabeli 1).

W ostatnim rozdziale 9 pracy przedstawiono wyniki analizy wpływu niedokładności realizacji skompensowania rezystora na wartość częstotliwościowego błędu impedancyjnego jako miary niedoskonałości rezystora.

Autorzy: prof. dr hab. inż. **Stefan Kubisa** (emerytowany profesor Wydziału Elektrycznego Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie), email: skubisa@hotmail.com
Docent (emerytowany) dr inż. **Zygmunt L. Warsza**, Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów PIAP, Zespół Badań Podstawowych 02 486 Warszawa Al. Jerozolimskie 202, e-mail: zlw@op.pl