# Przewodzenie ciepła w pasywnym elemencie warstwowym z periodyczną strukturą elementów prostokątnych

Streszczenie. W artykule rozpatrzono zjawiska przewodzenia ciepła w układzie o strukturze periodycznej, złożonej z elementów prostokątnych, z warstwą przewodzącą umieszczoną na podłożu z elastycznego laminatu. Przy zastosowaniu sformułowania bazującego na rezystancjach termicznych Beuken'a oraz sformułowania polowego, rozpatrzono konstrukcję modelu elementu. Przy zastosowaniu modelu polowego określono wpływ parametrów geometrycznych elementu konstrukcyjnego na wartości zastępczej przewodności cieplnej. Rozpatrzono rozkład temperatury w układzie złożonym, przy uwzględnieniu konfiguracji pionowej i poziomej.

Abstract. The paper demonstrates the problem of heat conduction in periodic structure, combined of the rectangular elements with a conductive layer embedded on a substrate of a flexible laminate. We have discussed the model of the elements, having regard to Beuken's heat circuit formalism as well as the formulation based on the field phenomena. Using the field approach we identified the influence of geometrical parameters of element on obtained values of thermal conductivity and temperature. The temperature distribution has been considered in vertically and horizontally oriented structure. (Heat transfer in passive laminar component with a periodic rectangular structure of elements).

Słowa kluczowe: rozkład temperatury, materiały laminarne, struktury periodyczne, metoda elementu skończonego. Keywords: temperature distribution, laminar materials, periodic structures, finite element method.

### Wstęp

Materiały warstwowe o strukturze powtarzalnej, tworzone na bazie laminatów, charakteryzują się specyficznymi właściwościami elektrycznymi i cieplnymi. Materiały tego typu mogą być stosowane w różnych konstrukcjach jako struktury pasywne o parametrach rozłożonych (np. radiatory niskiej mocy, izolowane galwanicznie elementy nagrzewające) jak też układy aktywne z rozproszonym, dobranym rozkładem obszarów generacji energii cieplnej (m.in. folie, maty cieplne) [1, 2].

Wypadkowe parametry struktury są kształtowane w obrębie pojedynczego elementu  $\Omega_e$  (rys. 1a), przez dobór materiałów oraz geometrii podobszarów ( $\Omega_1, ..., \Omega_n, ...$ ) co najmniej jednej warstwy umieszczonej na warstwie nośnej  $\Omega_B$ . Dwuwymiarowa, uporządkowana struktura elementów  $\Omega_e$  o rozmiarach  $\Delta_{e,x} \times \Delta_{e,y} \times \Delta_{e,z}$  tworzy komponent  $\Omega_M$  o wymiarach  $\Delta_{M,x} \times \Delta_{M,y} \times (\Delta_{M,z} = \Delta_{e,z})$  (rys.1b).



Rys. 1. Widok przykładowej struktury elementu  $\Omega_e$  (a) oraz fragment materiału  $\Omega_M$  utworzonego na elastycznym nośniku (b)

Zastosowanie elastycznych materiałów nośnych pozwala na tworzenie komponentów o dobranej geometrii i ich dopasowanie do szczególnych wymagań stawianych w wybranych zastosowaniach. Periodyczny układ elementów  $\Omega_{e}$ , przy spełnieniu warunków dotyczących wymiarów liniowych

(1) 
$$(\Delta_{e,x} \ll \Delta_{M,x}) \wedge (\Delta_{e,y} \ll \Delta_{M,y})$$

pozwala na uzyskanie materiału charakteryzującego się [3, 4]:

 ujednorodnieniem właściwości elektrycznych i termicznych w ramach powierzchni;

- zwiększoną odpornością na potencjalne lokalne uszkodzenia periodycznej struktury elementów  $\Omega_e$  (np. na skutek odkształceń mechanicznych, zmęczenia materiałów, itp.);
- kształtowaną na poziomie elementów  $\Omega_e$  izotropią lub anizotropią zastępczych właściwości elektrycznych i termicznych.

W artykule przedstawiono analizę właściwości termicznych układu tworzonego na bazie laminatu z elementami o prostokątnym kształcie i dobranym rozkładzie materiałów składowych. Dla wybranych wariantów geometrii elementu określono parametry zastępcze. Rozpatrzono różne konfiguracje układu pasywnego, rozpraszającego energię cieplną, o strukturze regularnej złożonej z analizowanych elementów, ze skupionym źródłem ciepła. Ocenę właściwości przeprowadzono przy uwzględnieniu pionowego oraz poziomego montażu układu.

## Opis układu i sformułowanie zagadnienia

Przedmiotem analizy jest układ, w którym na materiale bazowym ( $\Omega_B$ : laminat elastyczny FR4) o grubości  $\Delta_{z,\Omega B} = 0,8$  mm rozmieszczona jest dwuwymiarowa struktura periodyczna złożona z elementów o geometrii prostokątnej. Warstwa przewodząca ( $\Omega_n$ : folia metalowa) o grubości  $\Delta_{z,\Omega n} = 0,04$  mm w głównym stopniu determinuje cechy układu ze względu na rozkład temperatury. Zewnętrzne wymiary pojedynczego elementu nie podlegają modyfikacji ( $\Delta_{e,x} = \Delta_{e,y} = const, \ \Delta_{e,x} \times \Delta_{e,y} = 3,3 \times 3,3$  mm). Jego właściwości są kształtowane przez zmianę geometrii obszaru przewodnika (rys. 2). Modyfikacja średnicy wewnętrznej  $d_w$  i promienia wewnętrznego  $r_w$  zmienia szerokość warstwy przewodzącej  $d_p$ . Zmiana wartości promienia zewnętrznego  $r_z$  pozwala kształtować wielkość powierzchni styku  $d_c$ pomiędzy sąsiednimi elementami.



Rys. 2. Geometria i struktura materiałowa elementu  $\Omega_e$ 

Ze względu na rozpływ strumienia cieplnego w płaszczyźnie rozpatrywanego materiału, występują w nim zjawiska charakterystyczne dla materiałów porowatych. Ich częściowe uwzględnienie możliwe jest przez rozpatrywanie pełnego modelu polowego przewodzenia ciepła w złożonej geometrycznie strukturze. Zastępcze właściwości materiału są pochodną gęstości elementów oraz ich wewnętrznej struktury [3, 5]. Ponieważ jednostkowa gęstość wyróżnionych segmentów materiału pozostaje stała ( $N_e$ =1 cm/ $\Delta_{e,x}$ = 3), jako ogólną miarę geometrii struktury przyjęto parametr  $v_n$ , zdefiniowany jako iloraz objętości utworzonej warstwy przewodzącej  $V(\Omega_n)$ , do objętości jednolitego prostopadłościanu o wymiarach warstwy

(2) 
$$v_n = \frac{V(\Omega_n)}{\Delta_{e,x} \cdot \Delta_{e,y} \cdot \Delta_{e,\Omega_n}}.$$

Do opisu szczegółów geometrii elementu przyjęto względną miarę minimalnej szerokości warstwy przewodzącej

(3) 
$$\delta_p = \frac{\min(d_p)}{2\Delta_{e,x}} = f(d_w, r_w, r_z)$$

oraz względną miarę szerokości styku między elementami

(4) 
$$\delta_c = \frac{d_c}{\Delta_{e,x}} = 1 - 2\frac{r_z}{\Delta_{e,x}}.$$

## Zastępcze właściwości cieplne elementu

Ogólny bilans mocy cieplnej opisany dla całego układu (rys. 1b), na który składa się moc wydzielana w obszarze  $Q_{M,s}$ , moc akumulowana  $Q_{M,a}$  i moc oddawana do otoczenia  $Q_{M,c}$ , znajduje odzwierciedlenie w lokalnym bilansie określonym dla elementu  $\Omega_e$ . Zjawiska transportu ciepła zachodzące w elemencie mają złożony charakter. Kształtowanie rozkładu wektora strumienia cieplnego  $\mathbf{q}$  uzyskuje się przez modyfikację struktury warstwy przewodzącej. Przy uwzględnieniu podejścia polowego, wielkość strumienia cieplnego przewodzonego  $\mathbf{q}_t$  zależy od szerokości ścieżki  $\delta_p$  oraz wielkości kontaktu  $\delta_c$  (rys. 3a). Zmiana geometrii elementu i wynikająca z tego zmiana lokalnego rozkładu temperatury prowadzi do modyfikacji strumienia cieplnego  $\mathbf{q}_c$  oddawanego do otoczenia (rys. 3b).



Rys. 3. Lokalne składowe strumienia cieplnego w elemencie  $\Omega_{e}$ : (a) strumień przewodzony, (b) strumień ciepła oddawanego do otoczenia

Teoretycznie, analityczny opis i rozwiązanie problemu wymiany ciepła oraz oszacowania rozkładu pola temperatury na powierzchni układu, można przeprowadzić stosując model oporów termicznych Beuken'a. Element  $\Omega_e$ można odwzorować w postaci schematu obwodowego. Ze względu na znaczne różnice przewodności cieplnej warstwy przewodzącej i materiału bazowego, na rysunku 4 osobno przedstawiono uproszczone schematy obu tych części. Wyszczególniono lokalnie definiowane opory termiczne ścieżki przewodzącej

(5) 
$$R_{t,i} = \frac{d_{t,i}}{k_i S_{t,i}},$$

gdzie  $d_{t,i}$  oraz  $S_{t,i}$  to odpowiednio lokalna długość elementu przewodzącego i jego pole przekroju poprzecznego, zaś  $k_i$  to współczynnik przewodności cieplnej wybranej części. Na rysunku oznaczono też część jednostkowych oporów termicznych, które odwzorowują oddawanie ciepła do otoczenia o stałej temperaturze odniesienia  $T_a$ 

$$R_{t,p} = \frac{1}{k_i S_i}.$$

Punkty  $A_{i,j}$ ,  $B_{i,j}$ ,  $C_{i,j}$  oraz  $D_{i,j}$  wyznaczają miejsca styku z sąsiednimi elementami struktury (rys. 3b). Wyznaczenie lokalnych rezystancji termicznych ścieżek nie nastręcza większych trudności. Jednak ich wypadkowe połączenie oraz ocena zjawisk oddawania ciepła do otoczenia wymaga szczegółowej analizy i często zgrubnych szacunków poszczególnych zmiennych decydujących o zastępczej przewodności cieplnej ośrodka [6].



Rys. 4. Termiczny schemat zastępczy elementu  $\Omega_e$ : (a) warstwa przewodząca, (b) warstwa materiału nośnego

W ujęciu polowym rozkład temperatury T(x,y,z) w elemencie  $\Omega_e$ , w stanie ustalonym, jest opisany równaniem [7]

(7) 
$$\nabla \cdot k(x, y, z) \nabla T = -Q_s(x, y, z),$$

gdzie funkcja  $Q_s$  opisuje rozkład mocy cieplnej wydzielanej w elemencie. Lokalna wartość przewodności cieplnej k(x,y,z) wynosi  $k_{\Omega B} = k_{\text{FR4}} = 0,28 \text{ W/(mK)}$  dla podłoża (laminat FR4) oraz  $k_{\Omega n} = 360 \text{ W/(mK)}$  dla warstwy przewodzącej. Przy makroskopowej analizie układu  $\Omega_{M}$ , z uwzględnieniem warunku (1), parametry termiczne struktury mogą podlegać ujednorodnieniu

(8) 
$$k(x, y, z) = f(k_{\Omega B}, k_{\Omega 1}, \dots, k_{\Omega n}) \xrightarrow{\Omega_e} \mathbf{k}_e$$

Wartości składowych wynikają z właściwości termicznych oraz geometrii elementów struktury, przy czym zachowany jest warunek symetrii macierzy przewodności  $\mathbf{k}_e$  [3, 4]. Wprowadzenie zastępczej przewodności termicznej dla układu o prostopadłościennej geometrii i jednorodnej strukturze materiałowej wynika z wielkości potencjalnych układów  $\Omega_M$  oraz uwarunkowań i ograniczeń dostępnych metod analizy zjawisk [3, 8].

Zastępczą przewodność cieplną elementu  $\Omega_e$ wyznaczono przy uwzględnieniu pełnego, złożonego, trójwymiarowego modelu układu. Wartości strumienia cieplnego w poszczególnych częściach obliczono przy zastosowaniu metody elementów skończonych. W tabeli 1 zestawiono wyniki charakterystycznych wariantów, których parametry geometryczne determinują zmianę przewodności cieplnej. Na rys. 5 i 6 przedstawiono charakterystyki zmian przewodności cieplnej w zależności od względnych wartości współczynników opisujących właściwości struktury.

Zwiększenie powierzchni styku, pośrednio wyrażone wartością  $\delta_c$ , prowadzi do zwiększenia wartości zastępczej przewodności cieplnej (rys. 5). Wzrasta ona także w funkcji  $v_n$ , jednak dla rozpatrywanego elementu nie przekracza  $k_{max}$ =20 W/(mK), co stanowi 5% przewodności cieplnej warstwy przewodzącej. Przy zwiększeniu wielkości obszaru przewodzącego powyżej  $v_n$  = 0,3 zastępcza przewodność elementu pozostaje zbliżona o ile zachowano dużą powierzchnię styku ( $\delta_c$  > 0,73). Modyfikację przewodności cieplnej materiału przez zmianę wielkości kontaktu można uzyskać przy małej względnej objętości materiału przewodzącego wykorzystanego do budowy elementu ( $v_n < 0,3$ ).

	Wariant A	Wariant B	Wariant C	
Widok warstwy materiału przewodzącego $\Omega_n$	$\bigcirc$		·	
Relacja wymiarów		$d_c << \{\Delta_{e,x}, \Delta_{e,y}\} \\ d_w \approx \{\Delta_{e,x}, \Delta_{e,y}\}$	$d_{c} \approx \{\Delta_{e,x}, \Delta_{e,y}\} \\ d_{w} \approx \{\Delta_{e,x}, \Delta_{e,y}\}$	
$\delta_p$ [-]	0,083	0,136	0,495	
$\delta_c$ [-]	0,519	0,969	0,969	
$v_n$ [-]	0,24701	0,47131	0,98205	
k [W/(mK)]	2,388	6,149	18,151	

Tabela. 1. Przykładowe konfiguracje elementu  $\Omega_e$  i ich właściwości



Rys. 5. Wykres zmian zastępczej przewodności cieplnej elementu  $\Omega_e$  przy różnych wielkościach styku  $\delta_c$  między elementami



Rys. 6. Zmiany zastępczej przewodności cieplnej elementu  $\varOmega_e$  przy różnej szerokości ścieżki przewodzącej  $\delta_p$ 

Modyfikacja szerokości ścieżki przewodzącej, wyrażana poprzez  $\delta_p$ , również wpływa na właściwości termiczne elementu (rys. 6). Przy zwiększaniu szerokość ścieżki  $\delta_p$  zastępcza przewodność cieplna materiału rośnie w zakresie od wartości porównywalnej z przewodnością cieplną materiału bazowego ( $k_{\rm FR4}$ ) do kilkunastu W/(mK). Związane z tym zwiększenie względnej objętości warstwy przewodzącej pozwala na osiągnięcie wartości ok.

20 W/(mK), w których warstwa przewodząca jest niemal pełna ( $v_n \approx 1,0$ ).

## Analiza właściwości układu niejednorodnego

Określenie właściwości elementu  $\Omega_e$  pozwala na analizę układu złożonego. Na rysunku 7 przedstawiono geometrię rozpatrywanego układu z periodycznym układem 36 elementów  $\Omega_{e^c}$  Z obu stron dołączono dodatkowe dwie płasko-równoległe struktury o szerokości  $d_s$  = 4 mm. Na rozpatrywany układ składają się trzy części o identycznej grubości  $\Delta_{e,z}$ :

- płasko-równoległy obszar skupionego źródła ciepła;
- płasko-równoległy obszar konwekcyjnie chłodzonego odbiornika;
- periodyczny dwuwymiarowy układ elementów Ω<sub>e</sub> w środkowej części, które przewodzą ciepło od źródła do odbiornika.



Rys. 7. Widok układu  $\Omega_M$  złożonego z 36 elementów  $\Omega_e$  (wymiary podane w milimetrach)

W obszarze źródła założono równomierny rozkład mocy cieplnej,  $P_z$  = 0,5 W. Wymiana energii między układem i otoczeniem zachodzi na skutek zjawiska konwekcji. Na zewnętrznych powierzchniach odbiornika i układu elementów przypisano warunek Henkela - Robina

(9) 
$$k \frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{S} + \alpha \Big(T\Big|_{S} - T_{a}\Big) = 0.$$

Współczynnik wymiany ciepła  $\alpha$  był określany lokalnie na powierzchni *S* układu o temperaturze *T*, przy założeniu chłodzenia w warunkach naturalnych, bez turbulencji. Temperatura odniesienia  $T_a$  wynosiła 20°C.

Do analizy prezentowanego zagadnienia parabolicznego zastosowano metodę elementów skończonych (MES), przy czym rozpatrzono dwa warianty:

- model niejednorodny utworzony z uwzględnieniem złożonej geometrii elementów  $\Omega_e$ ;
- model o uproszczonej geometrii, w którym dla przyjętego prostopadłościanu (o objętości równiej objętość układu niejednorodnego) przypisano zastępczą wartość przewodności cieplnej.

Odwzorowanie detali geometrii układu (w tym cienkich warstw przewodnika) w tworzonych modelach MES uzyskano przez zastosowanie techniki *h*-adaptacji.

Omawiany układ analizowano ze względu na rozkład temperatury na powierzchni oraz wpływ geometrii elementów na wartość temperatury w obszarze źródła i odbiornika. W toku badań modyfikowano geometrię układu  $\Omega_M$  przez zmianę geometrii elementów  $\Omega_e$ . Zmiana wartości promienia zewnętrznego  $r_z$  prowadzi do zmniejszenia powierzchni styku między sąsiednimi elementami  $\Omega_e$ , pogarszając tym samym przekazywanie ciepła od źródła do odbiornika. W drugiej części zmianie podlegała średnica wewnętrzna elementu  $d_w$ , która powoduje modyfikację szerokości przewodnika  $\delta_p$ . Zwiększanie szerokości ścieżek przewodzących, w skrajnym przypadku prowadzi do układu, w którym sieć elementów jest zastąpiona niemal jednolitą strukturą cienkowarstwowego przewodnika. W każdym z

przypadków dokonano oceny warunków pracy przy pionowym i poziomym umieszczeniu układu  $\Omega_M$ . Orientacja układu wpływa na warunki konwekcyjnej wymiany energii na granicy układ – otoczenie.

## Wpływ geometrii na właściwości układu

Przykładowy rozkład pola temperatury na powierzchni układu, w stanie ustalonym, pokazano na rys. 8. Widoczne są efekty krawędziowe, powodujące deformację rozkładu pola przy brzegach płytki, związane z konwekcyjnym oddawaniem ciepła na bocznych powierzchniach układu. Deformacja kształtu i układu izoterm wynika z lokalnych mostków cieplnych tworzonych przez geometrię warstwy przewodzącej. Układ taki, pomimo dobrego przewodnictwa cieplnego folii metalowej, charakteryzuje się znacznym gradientem temperatury wzdłuż osi X na skutek niskiej przewodności materiału bazowego ( $T_{max}$ =63°C,  $T_{min}$ =26°C).



Rys. 8. Izotermy (skalowanie w °C) przy poziomym umieszczeniu układu  $\Omega_M$  ( $r_z$  = 0,6 mm,  $r_w$  = 0,2 mm,  $d_w$  = 2,5 mm)

Na rysunku 9 zobrazowano zależność maksymalnej wartości temperatury  $T_{max}$  na powierzchni układu od promienia zakrzywienia zewnętrznego wierzchołka. Przy stałej wartości mocy dostarczonej do układu, maksymalna temperatura obszaru źródła wzrasta przy zwiększaniu wartości promienia  $r_z$ . W przypadku ułożenia poziomego, obserwowane zmiany zachodzą w zakresie od ok. 65 do 75 °C, zaś w układzie pionowym od 78°C do 98°C. Charakterystyki  $T_{max} = f(r_z)$  wskazują na pogarszanie się właściwości układu, związanych z odprowadzaniem ciepła ze źródła, szczególnie przy wertykalnym ułożeniu płytki.



–poziomo –– pionowo

Rys. 9. Charakterystyka maksymalnej wartości temperatury przy zmianie zewnętrznych wymiarów elementu, w przypadku poziomego i pionowego ułożenia układu ( $r_w = 0.2$  mm,  $d_w = 2.5$  mm)

Zależność temperatury minimalnej  $T_{min}$ , mierzonej w odbiorniku ciepła, od promienia zewnętrznego  $r_z$  pokazano na rys. 10. Obserwowana tendencja malejąca potwierdza zmniejszenie efektywności przekazywania ciepła przez strukturę elementów na skutek zmniejszenia wielkości styku

 $\delta_c$  między elementami. W obserwowanym zakresie zmian geometrii zależność  $T_{min} = f(r_z)$  jest w przybliżeniu liniowa.

W dalszej części założono stałe wartości promienia wewnętrznego  $r_w$  i zewnętrznego  $r_z$ . Modyfikacji podlegała wewnętrzna średnica elementu  $d_w$ , która bezpośrednio rzutuje na szerokość ścieżki przewodzącej. Zwiększa się przy tym również powierzchnia elementu przewodzącego (o podwyższonej temperaturze), przez którą następuje wymiana energii między układem i otoczeniem. Przykładowy rozkład izoterm na powierzchni układu zamontowanego pionowo prezentuje rys. 11. Temperatura zmienia się od około 42°C do 61°C, przy czym dodatkowym czynnikiem jest efekt unoszenia ciepła przez zewnętrzny czynnik chłodzący do obszaru odbiornika.



Rys. 10. Charakterystyka zmian minimalnej wartości temperatury przy zmianie zewnętrznych wymiarów elementu, dla poziomego i pionowego ułożenia układu  $\Omega_M (r_w = 0,2 \text{ mm}, d_w = 2,5 \text{ mm})$ 

	odbiornik							
460		0	0	0				
		e			-05			
-0-	<u>-</u>	- <u>Q</u>						
57	-0-			v	-25			
	źródło							

Rys. 11. Izotermy (skalowane w °C) przy pionowej orientacji układu  $\Omega_M (r_z = 0.4 \text{ mm}, r_w = 0.2 \text{ mm}, d_w = 1 \text{ mm})$ 

Parametrem dającym obraz skuteczności chłodzenia źródła ciepła jest jego temperatura w stanie ustalonym. Wyznaczona zależność temperatury maksymalnej Tmax w funkcji zmian szerokości d<sub>w</sub> jest przedstawiona na rys. 12. Charakterystyka  $T_{max} = f(d_w)$  narasta przy średnicy wycięcia przekraczającej 1,25 mm, zaś poniżej tej wartości jest stała (układ ułożony pionowo) lub maleje (przy położeniu poziomym). Różnica wartości temperatury maksymalnej dla elementu bez wycięcia ( $d_w = 0$  mm) i na przykład przy wycięciu  $d_w$  = 1,5 mm, wynosi zaledwie kilka °C. Tak niewielkie wahania temperatury źródła wskazują, że układ ma podobne właściwości chłodzenia zarówno, gdy zbudowany jest z litej płytki miedzianej, jak i z zaproponowanych elementów. Jednak w drugim przypadku, do budowy układu wykorzystuje się ponad 20% mniej materiału przewodzącego.



Rys. 12. Charakterystyka zmian maksymalnej wartości temperatury w układzie  $\Omega_M$  przy zmianie wewnętrznych wymiarów elementu  $\Omega_e$  ( $r_z = 0.4 \text{ mm}, r_w = 0.2 \text{ mm}, d_w = var$ )



Rys. 13. Charakterystyka zmian minimalnej wartości temperatury w obszarze odbiornika przy zmianie wartości  $d_w$  ( $r_z$  = 0,4 mm,  $r_w$  = 0,2 mm)

Jak wskazuje rysunek 13, w miarę zwiększania się średnicy wycięcia wewnętrznego  $d_w$ , temperatura minimalna w obserwowanym obszarze odbiornika maleje. Zatem do odbiornika dociera ze źródła coraz mniejszy strumień energii, co oznacza pogorszenie właściwości elementu  $\Omega_e$  ze względu na przekazywanie ciepła za pośrednictwem warstwy przewodzącej. Zależność ta jest malejąca i w przybliżeniu liniowa, a zmiana temperatury minimalnej dla skrajnych przypadków wynosi ok. 10°C, świadcząc o wyraźnym wpływie szerokości ścieżki  $d_p$  na wypadkową przewodność cieplną całego układu.



Na rysunku 14 zamieszczono porównanie wartości temperatury obliczonych w układzie niejednorodnym z wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu równoważnego modelu jednorodnego. Deformacja struktury elementu  $\Omega_e$  powoduje większe, zauważalne rozbieżności między rozkładem rzeczywistym, a otrzymanym po ujednorodnieniu. Krzywa rozkładu temperatury dla wersji B

nie pokrywa się z przebiegiem odpowiadającej jej struktury jednolitej. Zachowany jest trend przebiegu, a przyjmowane wartości - zbliżone. W wersji C, gdy rozpatrywany układ stanowi niemal jednolitą płytkę metalową, krzywe pokrywają się na całej długości.

Występująca wzdłuż długości materiału zmiana lokalnej przewodności cieplnej *k* prowadzi do rozkładu temperatury charakteryzującego się istnieniem odcinków o stałej temperaturze. To efekt przeplatania się materiału o niskiej przewodności (podłoże) z materiałem przewodzącym, tworzącym mostki cieplne, gdzie zmiany temperatury na odcinkach  $d_p$  i  $d_w$  są pomijalnie małe.

## Podsumowanie

Przedmiotem prac są materiały laminarne, których wypadkowe właściwości kształtowane są przez modyfikację Przy planarnej struktury elementów. zachowaniu periodycznego układu elementów w warstwie, właściwości otrzymanego materiału są pochodną geometrii, rozkładu materiałów składowych oraz wartości parametrów termicznych poszczególnych składników. Uzyskane rezultaty wskazują na możliwości zastosowania układów periodycznych jako nagrzewnic o dobranym rozkładzie temperatury, bądź jako radiatorów planarnych. Modyfikacje parametrów geometrycznych komórek, materiału laminatu, czy też grubości ścieżki przewodzącej, mogą dodatkowo poprawić właściwości odprowadzania ciepła, badź zoptymalizować zużycie materiału w stosunku do rozwiązań konwencjonalnych.

Opisane wyniki dotyczą konkretnego typu elementu  $\Omega_e$ . Regulacja jego parametrów geometrycznych umożliwia zmianę efektywnej przewodności cieplnej materiału w zakresie od 0,3 do około 20 W/mK. Wraz ze wzrostem stopnia porowatości układu, pogarsza się jego zdolność do przewodzenia ciepła. Jednak optymalny dobór geometrii poprawia oddawanie ciepła do otoczenia. Określenie właściwej, optymalnej geometrii struktury periodycznej wymaga określenia minimum funkcji opisującej zmiany temperatury w wybranych punktach płytki, w zależności od konstrukcji pojedynczego elementu  $\Omega_e$ .

Autorzy: dr hab. inż. Bogusław Butryło, mgr inż. Adam Steckiewicz, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok, E-mail: b.butrylo@pb.edu.pl; a.steckiewicz@doktoranci.pb.edu.pl

#### LITERATURA

- [1] Taya M., Electronic composites, Cambridge Univ. Press (2005)
- 2] Blanc M., Touratier M., A constrained discrete layer model for heat conduction in laminated composites, *Computers and Structures*, 83 (2005), 1705–1718
- [3] Pal R., Electromagnetic, mechanical, and transport properties of composite materials, CRC Press (2014)
- [4] Gerenrot D., Berlyand L., Phillips J., Random network model for heat transfer in high contrast composite materials, *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 26 (2003), n. 4, 410-416
- [5] Guenin B., Simplified transient model for IC packages, Electronic Cooling, 8 (2002), n. 3, 13 –15
- [6] Tian J., Lu T. J., Hodson H. P., Queheillalt D. T., Wadley H. N. G., Cross flow heat exchange of textile cellular metal core sandwich panels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007), 2521-2536
- [7] Gołębiowski J., Matematyczne modelowanie wybranych zagadnień teorii pola temperaturowego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej (1996)
- [8] Korzeniewska E., Jakubas A., Pomiar rezystancji powierzchniowej warstw cienkich o dowolnych kształtach wytworzonych na podłożach elastycznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr. 12, 233-236
- [9] Siedlecka U., Woźniak C., Quasi-linear heat conduction in the periodically layered medium. *Mathematical Modeling and Analysis in Continuum Mechanics and Microstructured Media*, Wydawnictwa Politechniki Śląskiej (2010) 91-98