Maciej SIWCZYŃSKI, Andrzej DRWAL, Sławomir ŻABA
Politechnika Krakowska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki

doi:10.15199/48.2017.10.34

Minimalizacja wahań napięcia sieci elektrycznej w stanach przejściowych quasiharmonicznych

Streszczenie. *W artykule rozwiązano zagadnienie minimalizacji normy wahania napięcia rzeczywistego źródła energii elektrycznej, które zastępuje złożoną sieć zasilającą, uwzględniając również stany przejściowe. Stany te wywoływane są zmianami poboru mocy czynnej od strony odbiornika i kołysaniami sygnału napięcia źródłowego sieci. Użyto nowego aparatu matematycznego wynikłego z połączenia pojęcia ruchomej mocy czynnej i modulacji sygnałów harmonicznych.*

Abstract. *In the paper was solved the problem of minimizing the standard voltage fluctuations real source of electricity, which replaces a complex supply network, also taking into account transient states. These states are caused by changes in active power consumption from the receiver and signal rocking of voltage source network. It was used a new mathematical concepts resulting from the merger of moving active power and harmonic signals modulation (**Minimizing the voltage fluctuations of electrical network in quasi-harmonic transient state**).*

Słowa kluczowe: ruchoma moc czynna, operatory, modulacja, optymalizacja, wahania napięcia.
Keywords: moving active power, operators, modulation, optimization, voltage fluctuations.

Wprowadzenie

W przypadku sygnałów sinusoidalnych stabilność napięcia sieci elektrycznej jest determinowana mocą bierną. Jednak przy przebiegach niesinusoidalnych, okresowych, pojęcie mocy biernej traci sens [1,2,3,4,5,6,7,8] i dlatego zagadnienie minimalizacji wahań napięcia trzeba postawić inaczej. W artykułach [9], [10] opracowano rozwiązanie zagadnienia minimalizacji spadku napięcia wewnątrz sieci elektrycznej w przypadku stanu ustalonego, tj. sytuacji, gdy sygnały wewnętrzne i zaciskowe są okresowe. Jednak w praktyce w układzie źródło-odbiornik zachodzą permanentne stany nieustalone powodowane zmianami warunków pracy wewnątrz i na zewnątrz źródła. Także i w tych stanach źródłu można zapewnić spełnienie kryteriów optymalizacji w postaci minimum chwilowej normy spadku napięcia wewnątrz źródła, przy zadanej chwilowej mocy czynnej przekazywanej do odbiornika. Zadanie to będzie rozwiązywane z użyciem nowego aparatu matematycznego, który powstał przez połączenie dwóch teorii: tzw. „*ruchomej mocy czynnej*” z teorią modulacji sygnałów okresowych. W tym artykule rozpatruje się sytuację kiedy modulacji podlegają sygnały harmoniczne.

Ruchoma moc czynna, albo czasowo-zależny iloczyn skalarny sygnałów quasi-okresowych napięcia $u(t)$ i prądu $i(t)$ dwójnika elektrycznego:

(1)
$$P(t)=(u,i)(t)=\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}u(t')i(t')dt' =\frac{1}{T}\int_{0}^{T}u(t+t')i(t+t')dt'$$

jest pojęciem nowym i dlatego teoria ruchomych funkcjonałów energetycznych nie była dotąd opracowana. Wychodzi temu naprzeciw artykuł [11], gdzie formułuje się podstawowe twierdzenia o energetycznych funkcjonałach czasowo zależnych od sygnałów poddawanych powolnej modulacji. W szczególności chodzi tu o „*zmodulowany wzór Parsevala*” i również „*zmodulowane*” prawo Joule'a.

Minimalizacja wahań napięcia źródła w stanie nieustalonym

Sieć elektryczna zastąpiona jest skupionym źródłem napięcia o sile elektromotorycznej $e(t)$ i liniowym, czasowo - niezmienniczym operatorze impedancji wewnętrznej Z. W artykule [12] postawiono następujące zadanie minimalizacji spadku napięcia wewnątrz źródła:

(2)
$$(\Delta u,\Delta u)\to MIN \qquad \Delta u = Zi$$

przy warunku energetycznym

(3)
$$(e,i)-(Ri,i)-P=0$$

Tym razem zakłada się, że sygnały: siły elektromotorycznej $e(t)$, napięcia zaciskowego $u(t)$ i prądu źródła $i(t)$ mają zmodulowane przebiegi harmoniczne o obwiedniach zespolonych $E(t)$, $U(t)$, $I(t)$. $P(t)$ jest czasowo zależną mocą czynną (*ruchomą mocą czynną*) wydawaną ze źródła. Także iloczyny skalarne występujące w równaniu (3) podlegają zmodulowanemu wzorowi Parsevala [11]. Wszystkie występujące w wyrażeniach (2),(3) operatory liniowe, czasowo-niezmiennicze, tj. Z i $R=½(Z+Z^*)$ (* - *operacja sprzężenia*) są zniekształcone modulacyjnie tj. doznają transformacji:

(4)
$$Z(s)\to Z(s)+\frac{dZ}{ds}\frac{d}{dt}$$

W dziedzinie widmowej transformacja ta przyjmuje postać:

(5)
$$R+jX\to(R+\dot{X}\frac{d}{dt})+j(X-\dot{R}\frac{d}{dt})$$

Zniekształcony operator impedancyjny działa na czasowo zależną zespoloną obwiednię prądu w następujący sposób:

(6)
$$U(t)=\left(RI(t)+\dot{X}\frac{dI}{dt}\right)+j\left(XI(t)-\dot{R}\frac{dI}{dt}\right)$$

Liczby rzeczywiste R, X są wartościami funkcji częstotliwościowych rezystancji $R(\omega)$ i reaktancji $X(\omega)$, w punkcie częstotliwości nośnej ω_0, podczas gdy rzeczywiste $\dot{R}$, $\dot{X}$ oznaczają wartości częstotliwościowych pochodnych $dR/d\omega$ i $dX/d\omega$ w punkcie ω_0:

$$\dot{R}=\frac{dR}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_0} \quad ; \quad \dot{X}=\frac{dX}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_0}$$

W pracy [12] wykazano, że zadanie minimum (2), (3) rozwiązywane jest przez równanie operatorowe

(7)
$$(\gamma\mathbf{1}+A)i=\frac{1}{2}YY^*e$$

gdzie: $A=RYY^*, Y=Z^{-1}$, $\mathbf{1}$ - operator jednostkowy

(8) $$\gamma = g\frac{\sqrt{1-x}}{x}(1+\sqrt{1-x})$$

(9) $g = \dfrac{(\Delta e, e)}{(\Gamma e, e)}$ - *konduktancja normatywna źródła*;

(10) $x = \dfrac{P}{P_{MAX}}$ - *ułamek obciążenia źródła*;

(11) $P_{MAX} = \dfrac{1}{4}(\Gamma e, e)$ - *moc maksymalna źródła;*

(12) $\Delta = YY^*$ - *operator samosprzężony, dodatni;*

$\Gamma = R^{-1}$ - *odwrotny operator stratności źródła.*

W wyrażeniach (7) - (12) na ogół funkcjami czasu są: $E(t)=|E|(t)\exp(j\angle E(t))$; $P(t)$, $P_{MAX}(t)$; $x(t)$; $g(t)$, a także $\gamma(t)$. Można wykazać, że dla sygnałów quasiharmonicznych $u(t)$, $i(t)$ o czasowo zmiennych obwiedniach zespolonych $U(t)$, $I(t)$ ruchomy iloczyn skalarny określony jest następującym wyrażeniem:

$$(u,i) = \mathrm{Re}(UI^*) = \mathrm{Re}(IU^*)$$
$$= \mathrm{Re}(ZII^*) = \mathrm{Re}(YUU^*)$$
$$= \left(1 + \frac{\dot{R}}{R}\frac{d\angle I}{dt} + \frac{\dot{X}}{R}\frac{d\ln|I|}{dt}\right)R\,|I|^2$$
$$= \left(1 + \frac{\dot{G}}{G}\frac{d\angle U}{dt} + \frac{\dot{B}}{G}\frac{d\ln|U|}{dt}\right)G\,|U|^2$$

gdzie: G, B to część rzeczywista i część urojona admitancji dwójnika w punkcie częstotliwości nośnej ω_0, $\dot{G}$ i $\dot{B}$ oznaczają pochodne częstotliwościowe $dG/d\omega$ oraz $dB/d\omega$ wzięte również w punkcie ω_0. Wynika stąd następująca reguła deformacji modulacyjnej dla formy kwadratowej z operatorem samosprzężonym:

$$(Gu,u) \rightarrow \left(1 + \frac{\dot{G}}{G}\frac{d\angle U}{dt}\right)G\,|U|^2$$

W szczególności wyrażenia (9) i (11) na konduktancję normatywną i moc maksymalną przyjmą postać:

$$P_{MAX} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\dot{\Gamma}}{\Gamma}\frac{d\angle E}{dt}\right)\Gamma\,|E|^2$$
$$= \frac{1}{4}\left(1 - R^{-1}\dot{R}\frac{d\angle E}{dt}\right)R^{-1}\,|E|^2$$

$$g = \frac{\left(1 + \frac{\dot{\Delta}}{\Delta}\frac{d\angle E}{dt}\right)\Delta}{\left(1 + \frac{\dot{\Gamma}}{\Gamma}\frac{d\angle E}{dt}\right)\Gamma} = \frac{1 - 2|Z|^{-1}|\dot{Z}|\frac{d\angle E}{dt}}{1 - R^{-1}\dot{R}\frac{d\angle E}{dt}}\frac{R}{|Z|^2}$$

gdzie: $|\dot{Z}| = d|Z|/d\omega|_{\omega=\omega_0}$

Operatorowe równanie minimalizacyjne (7) rozwiązywane jest przez samosprzężony operator zwany dalej operatorem konduktancji optymalnej:

(13) $$i_{opt} = \frac{1}{2}\frac{YY^*}{\gamma\mathbf{1} + A}e = G_{opt}(s,\gamma)e$$

(14) $$G_{opt} = \frac{0.5}{R + \gamma ZZ^*}$$

Uwaga: użycie kreski ułamkowej we wzorach (13) i (14) jest dopuszczalne, gdyż operatory komutują ze sobą w złożeniu. Prąd i_{opt} otrzymany wyrażeniu (13) nazywa się *prądem optymalnym*. Jego obwiednię zespoloną, przy uwzględnieniu modulacji harmonicznej siły elektromotorycznej i modulacyjnego zniekształcenia operatora G_{opt}, określa odpowiednia wersja wzoru (13):

$$I_{opt}(t) =$$

(15) $$\sqrt{\left(G_{opt} + \dot{G}_{opt}\frac{d\angle E}{dt}\right)^2 + \left(\dot{G}_{opt}\frac{d\ln|E|}{dt}\right)^2}\,|E|\,e^{j(\angle E - \phi)}$$

(16) $$\phi = arctg\frac{\dot{G}_{opt}\frac{d\ln|E|}{dt}}{G_{opt} + \dot{G}_{opt}\frac{d\angle E}{dt}}$$

gdzie: $I_{opt}(t)$ - czasowo-zmienna obwiednia zespolona sygnału prądu optymalnego;

(17) $$G_{opt} = 0.5(R + \gamma|Z|^2)^{-1}$$
$$\dot{G}_{opt} = -0.5(\dot{R} + 2\gamma|\dot{Z}|\,|Z|)(R + \gamma|Z|^2)^{-2}$$

Operatory G_{opt}, $\dot{G}_{opt}$ zależą od czasu pośrednio poprzez funkcję $\gamma(t)$, a kropki nad symbolami oznaczają operację pochodnej częstotliwościowej wziętą w punkcie ω_0 - częstotliwości nośnej. Pozostałe wyniki, to w szczególności zależna od czasu (i to nawet dla sygnałów quasiharmonicznych) konduktancja normatywna:

$$g = \frac{1 - 2|Z|^{-1}|\dot{Z}|\frac{d\angle E}{dt}}{1 - R^{-1}\dot{R}\frac{d\angle E}{dt}}\frac{R}{|Z|^2}$$

oraz

$$P_{MAX} = \frac{1}{4}\left(1 - R^{-1}\dot{R}\frac{d\angle E}{dt}\right)R^{-1}\,|E|^2$$

Wnioski

Wynikiem niniejszego opracowania jest algorytm służący do wyznaczania zespolonej obwiedni quasiharmonicznego prądu źródła, tzw. prądu optymalnego $I_{opt}(t)$ w stanie nieustalonym. Na stan nieustalony składają się dwie przyczyny: pierwsza to zmieniająca się moc czynna pobierana przez odbiornik, określona za pomocą funkcji $P(t)$ i druga przyczyna zachodząca wewnątrz źródła, to zmodulowana siła elektromotoryczna zadana poprzez zmienną obwiednię $E(t)=|E|(t)e^{j\angle E(t)}$. Otrzymany algorytm prądu optymalnego w syntetycznym zestawieniu przebiega następująco:

Dane:

$E(t)=|E|(t)e^{j\angle E(t)}$ - obwiednia zespolona siły elektromotorycznej źródła;

$P(t)$ – ruchoma moc czynna przekazywana ze źródła do odbiornika;

$Z(j\omega)=R(\omega)+jX(\omega)$ – rozkład częstotliwościowy impedancji wewnętrznej źródła;

ω_0 - częstotliwość nośna sygnału harmonicznego.

Przebieg algorytmu:

- *czasowo zależna zespolona obwiednia wynikowego prądu optymalnego:*

$$I_{opt}(t) =$$
$$\sqrt{\left(G_{opt} + \dot{G}_{opt}\frac{d\angle E}{dt}\right)^2 + \left(\dot{G}_{opt}\frac{d\ln|E|}{dt}\right)^2}\,|E|\,e^{j(\angle E - \phi)}$$

$$\phi = arctg \frac{\dot{G}_{opt} \frac{d \ln|E|}{dt}}{G_{opt} + \dot{G}_{opt} \frac{d\angle E}{dt}}$$

- *częstotliwościowe parametry operatora konduktancji optymalnej: wartość konduktancji i jej wrażliwość na zmiany częstotliwości w punkcie częstotliwości nośnej ω_0;*

$$G_{opt} = \frac{1}{2}(R + \gamma |Z|^2)^{-1}$$

$$\dot{G} = -\frac{1}{2}(\dot{R} + 2\gamma |\dot{Z}||Z|)(R + \gamma |Z|^2)^{-2}$$

- *czasowo zależny współczynnik konduktancyjny Lagrange'a;*

$$\gamma = g \frac{\sqrt{1-x}}{x}(1 + \sqrt{1-x})$$

- *czasowo zależna konduktancja normatywna źródła*;

$$g = \frac{1 - 2|Z|^{-1}|\dot{Z}| \frac{d\angle E}{dt}}{1 - R^{-1}\dot{R} \frac{d\angle E}{dt}} \frac{R}{|Z|^2}$$

- *ruchoma maksymalna moc czynna źródła;*

$$P_{MAX} = \frac{1}{4}\left(1 - R^{-1}\dot{R}\frac{d\angle E}{dt}\right)R^{-1}|E|^2$$

- *czasowo zależny ułamek obciążenia źródła;*

$$x = \frac{P}{P_{MAX}}$$

- *operatory różniczkowania częstotliwościowego – wrażliwości operatorów immitancyjnych na zmiany częstotliwości, brane w punkcie częstotliwości nośnej*;

$$(\dot{\bullet}) = \frac{d(\bullet)}{d\omega}|_{\omega=\omega_0}$$

$$|\dot{\bullet}| = \frac{d|\bullet|}{d\omega}|_{\omega=\omega_0}$$

- *R, Z* – wartości funkcji *R(ω)* i *Z(jω)* w punkcie częstotliwości nośnej ω_0.

***Autorzy**: prof. dr hab. inż. Maciej Siwczyński, dr inż. A. Drwal, dr inż. S. Żaba, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, Kraków ul. Warszawska 24, E-mails: e-3@pk.edu.pl; adrwal@pk.edu.pl, szaba@pk.edu.pl*

LITERATURA

[1] Walczak J., Pasko M.: Minimalizacja strat mocy czynnej i symetryzacja przepływu mocy w układach z przebiegami niesinusoidalnymi, *Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej*, 5 (1999), nr. 1, 55-59

[2] Pasko M.: Opis właściwości energetycznych, energetyczno jakościowych obwodów elektrycznych z przebiegami niesinusoidalnymi okresowymi. *Przegląd Elektrotechniczny*, 78 (2002), nr 5s, 23-40

[3] P. Rens: Validation of popular nonsinusoidal power theories for the analysis and management of modern power systems. *North-West University*, Potchefstroom Campus, 2006.

[4] Czarnecki L.: Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental for power theory. *Przegląd Elektrotechniczny*, R84 (2008), nr 6, 28-37

[5] Czarnecki L.: Uwagi do artykułu „Możliwość przedstawienia jednolitej nowej koncepcji mocy biernej prądu niesinusoidalnego w dziedzinie czasu", *Przegląd Elektrotechniczny*, R85 (2009), nr. 6, 164-166

[6] Willems J., L.: Reflections on apparent power and power factor in nonsinusoidal and polyphase situations, *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 19, no. 2, (2004), 835-840

[7] Akagi H, Watanabe E. H., Aredes M.: Instantaneus power theory and applications to power conditioning. *John Wiley & Sons*, (2007), New Jersey

[8] Yumak K., Usta O.: A Controversial Issue: Power Components in Nonsinusoidal Single-Phase Systems, *7th International Conference on Electrical and Electronics Engineering ELECO*, (2011), 158-162

[9] Siwczyński.M.: O współzależności między mocą bierną a stabilnością napięcia zasilania w przypadku okresowych niesinusoidalnych przebiegów napięcia i prądu. *Przegląd Elektrotechniczny*, 87, (2011), nr 6, 169-173

[10] Siwczyński M.: Moc bierna w układach zasilanych impulsowo. *Przegląd Elektrotechniczny*, 87, (2011), nr 8, 121-127

[11] Siwczyński M., Hawron K.: Rozkłady G, B operatorów dwójników elektrycznych i ich zaburzenia modulacyjne. *Przegląd Elektrotechniczny*, 91, (2015), nr 10, 257-261

[12] Siwczyński M., Drwal A., Żaba S.: Minimalizacja wahań napięcia źródła stratnego w stanie nieustalonym - rozwiązanie w dziedzinie czasowej. *Przegląd Elektrotechniczny*, (2017), (w recenzji)

[13]