

Racjonalizacje modeli hybrydowych łuku elektrycznego

Streszczenie. Opisano podstawowe wady klasycznych i zmodyfikowanych modeli hybrydowych kolumny łuku elektrycznego, których nieliniowe funkcje zależą bezpośrednio i bezinercyjnie od chwilowego natężenia prądu. Zaprezentowano zrationalizowane modele hybrydowe, których wszystkie nieliniowe funkcje zależą od konduktancji chwilowej kolumny. Na podstawie przeprowadzonych symulacji procesów w obwodzie z różnymi modelami hybrydowymi łuku wykazano, że proponowana racjonalizacja nie wprowadza znacznych ulepszeń do możliwości odwzorowania łuku, lecz może ułatwić właściwą interpretację procesów zgodnie z ich naturą fizyczną w kolumnie łuku. Ponadto zbadano efektywność wykorzystania metod całkowej i widmowej do wyznaczania parametrów podmodeli składowych (Mayra i Cassiego) modelu hybrydowego łuku.

Abstract. Fundamental flaws of classical and modified hybrid models of electrical arc column have been described, nonlinear functions of which rely directly and noninertly on momentary current. Rationalized hybrid models have been presented, all nonlinear functions of which rely on momentary column conductance. Based on conducted simulations of processes in a circuit with various hybrid arc models it has been proven that proposed rationalization doesn't introduce significant improvements to the possibility of arc representation, but it can simplify correct interpretation of processes according to their physical nature in arc column. Moreover, effectiveness of using integral and spectral methods for determining parameters of component submodels (Mayr and Cassie) of hybrid arc model has been researched. (**Rationalizations of hybrid electrical arc models**)

Słowa kluczowe: łuk elektryczny, model Mayra, model Cassiego, model hybrydowy.

Keywords: electrical arc, Mayr model, Cassie model, hybrid model.

Wstęp

Modele hybrydowe stanowią zwykle wirtualne połączenia elektryczne równoległe prostych podmodeli Mayra i Cassiego [1]. W zależności od stanu obwodu następuje w nich aktywacja częściowa lub pełna wybranych podmodeli za pomocą odpowiedniej funkcji wagowej. Celem tych działań jest uzyskanie możliwie dokładnego odwzorowania charakterystyk dynamicznych łuku w szerokich zakresach zmian wartości prądu bipolarnego. Z tego powodu dokonuje się także modyfikacji podmodeli przez uzmiennianie pierwotnie stałych współczynników. To uzmiennianie jest zwykle dokonywane dość arbitralnie, bez analizy związku z innymi parametrami. Zwykle przyjmuje się wybrane parametry modeli jako funkcje bezinercyjne tylko natężenia prądu, co nie musi odpowiadać rzeczywistym procesom w łuku. Na skutek tych starań następuje utrata adekwatności odwzorowania procesów fizycznych w kolumnie łukowej przez modele matematyczne hybrydowe. Ze swojej natury modele hybrydowe są nieliniowe, co utrudnia opracowanie efektywnych metod analitycznych wyznaczania parametrów na podstawie danych pochodzących z badań eksperymentalnych. Pomimo tych ograniczeń są one obecnie bardzo często wykorzystywane w praktyce projektowania urządzeń elektrotechnologicznych średniej i dużej mocy [2, 3]. Ich zaletą jest duża elastyczność odwzorowania charakterystyk łuku w szerokich zakresach zmian prądu wymuszającego.

Celem artykułu jest wskazanie na możliwość takiej racjonalizacji modeli hybrydowych łuku, aby opisywały one, zarówno ilościowo możliwie dokładnie, jak i w sposób fizycznie uzasadniony, charakterystyki łuków płonących w różnych warunkach fizykochemicznych podczas zasilania ze źródeł o różnych charakterystykach zewnętrznych statycznych i dynamicznych.

Ponadto zbadano efektywność metody ekstrapolacyjnej wyznaczania parametrów modelu hybrydowego łuku ze zmienianą amplitudą prądu sinusoidalnego oraz z wykorzystaniem odpowiednich zależności całkowitych dotyczących modeli Mayra i Cassiego [4].

Modele hybrydowe łuku elektrycznego o parametrach zależnych od natężenia prądu

Początkowy wariant modelu hybrydowego został utworzony przez połączone równoległe dwa elementy o kondu-

ktancjach opisanych przez modele Mayra i Cassiego [1]

$$(1) \quad g_M = g = \frac{i^2}{P_M} - \theta_M \frac{dg}{dt}, \text{ if } |i| < I_0$$

$$(2) \quad g_C = g = \frac{i^2}{gU_C^2} - 2\theta_C \frac{dg}{dt}, \text{ if } |i| \geq I_0$$

gdzie: g_M – konduktancja modelu Mayra, S; g_C – konduktancja modelu Cassiego, S; P_M – stała moc Mayra, W; θ_M – stała czasowa modelu Mayra, s; U_C – stała wartość napięcia modelu Cassiego, V; θ_C – stała czasowa modelu Cassiego, s; I_0 – wartość natężenia prądu, odpowiadająca rozmytemu przełączeniu między modelami, A.

Przyjmując I_0 jako współrzędną punktu przecięcia charakterystyk statycznych modelu Mayra ($U = P_M/I$) i modelu Cassiego ($U = U_C$), otrzymujemy

$$(3) \quad I_0 = \frac{P_M}{U_C}$$

Modele zostały aktywowane funkcją wagową ε' zależną od natężenia sumarycznego prądu [1] w następujący sposób

$$(4) \quad g = G_{\min} + \varepsilon'(i)g_M + [1 - \varepsilon'(i)]g_C$$

gdzie: g – konduktancja modelu hybrydowego kolumny łuku, S; $G_{\min} > 0$ S – minimalna wartość konduktancji podczas chwilowego zaniku prądu, S; $\varepsilon'(0) = 1$ i $\varepsilon'(\infty) = 0$. W zależności od rodzaju łuku elektrycznego i wymaganej dokładności aproksymacji funkcja ε' może mieć różną postać analityczną [5]. Z powodu znacznej różnicy w wartościach stałych czasowych modeli matematycznych i fizycznej nieliniowości funkcji tłumienia [6, 7], wprowadza się jej aproksymację, uzyskując wypadkowy wzór na model hybrydowy

$$(5) \quad g = G_{\min} + \varepsilon'(i) \frac{i^2}{P_M} + [1 - \varepsilon'(i)] \frac{i^2}{gU_C^2} - \theta'(i) \frac{dg}{dt}$$

gdzie: $\theta'(i) = \theta_M(i) = 2\theta_C(i)$. Wartość G_{\min} bierze cały czas udział w symulowaniu procesów w obwodzie z łukiem, nawet w zakresie dużych wartości prądu, gdzie nie odgrywa już istotnej roli.

Powyższej wady nie ma model GMM (Generalized Mayr Model [8]), który podobnie jak model Mayra jest użyteczny w ograniczonym zakresie zmian natężenia prądu

$$(6) \quad g_w = g = \frac{i^2 + I_w^2}{P_w} - \theta_w \frac{dg}{dt} = \frac{i^2}{P_w} + G_w - \theta_w \frac{dg}{dt}, \text{ if } |i| < I_0$$

gdzie: g_w – konduktancja modelu uogólnionego Mayra, S. Po jego skojarzeniu z konduktancją łuku opisaną modelem Cassiego (2)

$$(7) \quad g = \varepsilon'(i)g_w + [1 - \varepsilon'(i)]g_c$$

otrzymuje się uogólniony model hybrydowy Mayra - Cassiego w postaci

$$(8) \quad g = \varepsilon'(i) \frac{i^2 + I_w^2}{P_w} + [1 - \varepsilon'(i)] \frac{i^2}{gU_c^2} - \theta'(i) \frac{dg}{dt}$$

lub

$$(9) \quad g = \varepsilon'(i) \cdot \left(\frac{i^2}{P_w} + G_w \right) + [1 - \varepsilon'(i)] \frac{i^2}{gU_c^2} - \theta(i) \frac{dg}{dt}$$

gdzie: $\theta'(i) = \theta_w(i) = 2\theta_c(i)$; P_w – stała moc modelu GMM, W ; I_w – składowa stała prądu modelu GMM, A; G_w – konduktancja charakterystyczna modelu GMM, S.

Zaletą tego modelu jest właściwy sposób uwzględniania konduktancji resztkowej plazmy, szczególnie w zakresie przechodzenia prądu przez wartość zerową. Występuje też tutaj formalny związek charakterystyk statycznych podmodeli z charakterystyką statyczną modelu hybrydowego.

Zastosowanie zaostzonych elektrod, gazu o odpowiednim składzie chemicznym oraz wysokim ciśnieniu prowadzi do podnoszenia się charakterystyk napięciowo-prądowych statycznych i dynamicznych łuku w zakresie prądów silnych. Zwykle odpowiada to zwiększeniu mocy dyssypacji łuku na skutek wzmożonego efektu radiacji. Efekt ten został uwzględniony w pracy [10] przez wprowadzenie dodatkowego składnika do modelu Cassiego

$$(10) \quad g_c = g = \frac{i^2}{gU_c^2} - \frac{P_{ri}(i)}{U_c^2} - 2\theta_c \frac{dg}{dt}, \text{ if } |i| \geq I_0$$

Model hybrydowy łuku, kojarzący podmodel Mayra (1) i zmodyfikowany podmodel Cassiego (10), ma postać [10, 11]

$$(11) \quad g = G_{\min} + \varepsilon'(i) \frac{i^2}{P_M} + [1 - \varepsilon'(i)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_c^2} - \frac{P_{ri}(i)}{U_c^2} \right] - \theta'(i) \frac{dg}{dt}$$

Natomiast model hybrydowy łuku, kojarzący podmodele GMM (6) i zmodyfikowany podmodel Cassiego (10) można przedstawić w postaci

$$(12) \quad g = \varepsilon'(i) \frac{i^2 + I_w^2}{P_w} + [1 - \varepsilon'(i)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_c^2} - \frac{P_{ri}(i)}{U_c^2} \right] - \theta'(i) \frac{dg}{dt}$$

lub

$$(13) \quad g = \varepsilon'(i) \cdot \left(\frac{i^2}{P_w} + G_w \right) + [1 - \varepsilon'(i)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_c^2} - \frac{P_{ri}(i)}{U_c^2} \right] - \theta'(i) \frac{dg}{dt}$$

Funkcję tłumienia łuku płonącego w różnych gazach wyznacza się eksperymentalnie w szerokim zakresie zmian prądu stałego [6, 7]. Jest ona silnie nieliniowa i może być aproksymowana zależnością [1]

$$(14) \quad \theta'(i) = \theta_{i0} + \theta_{i1} \exp(-\alpha_i |i|) \approx \begin{cases} \theta_{i1}, & \text{if } |i| \text{ is low} \\ \theta_{i0}, & \text{if } |i| \text{ is large} \end{cases}$$

gdzie: $\alpha_i > 0$, $\theta_{i1} \gg \theta_{i0} > 0$ s - stałe współczynniki aproksymacji.

W pracy [1] założono także funkcję wagową wyrażoną za pomocą krzywej Gaussa

$$(15) \quad \varepsilon'(i) = \exp\left(-\frac{i^2}{I_0^2}\right)$$

Charakterystyka mocy rozpraszanej radiacyjnie [11] może być aproksymowana zależnością

$$(16) \quad P_{ri}(i) = a_{i1}|i| + a_{i2}i^2$$

gdzie stałe współczynniki wyrażone są: a_{i1} w V; a_{i2} w Ω . Odpowiedni dobór wartości współczynników funkcji $\theta'(i)$ i $\varepsilon'(i)$ umożliwiła odwzorowanie przebiegu napięcia łuku w szerokim zakresie zmian wartości prądu.

W przytoczonych wzorach (14)-(16), wykorzystujących charakterystyki wyznaczone statycznie, założono, że reakcje parametrów modeli na zmiany prądu odbywają się zupełnie bezinercyjnie. W ten sposób zaniedbuje się rzeczywisty wpływ procesów cieplnych w kolumnie łuku na θ' i ε' .

Modele hybrydowe łuku elektrycznego o parametrach zależnych od konduktancji

W celu utworzenia zracjonalizowanego modelu hybrydowego łączone są równoległe dwa elementy o konduktancjach opisanych przez modele Mayra i Cassiego, ale ze zmodyfikowanym warunkiem granicznym

$$(17) \quad g_M = g = \frac{i^2}{P_M} - \theta_M \frac{dg}{dt}, \text{ if } g < g_0$$

$$(18) \quad g_C = g = \frac{i^2}{gU_c^2} - 2\theta_C \frac{dg}{dt}, \text{ if } g \geq g_0$$

gdzie g_0 – wartość konduktancji odpowiadająca przełączeniu między modelami. Jej wartość można przyjąć jako

$$(19) \quad g_0 = \frac{I_0}{U_C} = \frac{P_M}{U_C^2}$$

Modele aktywowane są funkcją wagową ε'' też zależną od konduktancji kolumny ($g \propto i$)

$$(20) \quad g = G_{\min} + \varepsilon''(g)g_M + [1 - \varepsilon''(g)]g_C$$

gdzie tak jak poprzednio $\varepsilon''(0) = 1$ i $\varepsilon''(\infty) = 0$. Uzyskuje się wtedy wypadkowy wzór na zracjonalizowany model hybrydowy łuku

$$(21) \quad g = G_{\min} + \varepsilon''(g) \frac{i^2}{P_M} + [1 - \varepsilon''(g)] \frac{i^2}{gU_C^2} - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

gdzie: $\theta'(g) = \theta_M(g) = 2\theta_C(g)$.

Podobnie jak poprzednio, jeśli uwzględnić model GMM (6) ograniczony do małych wartości konduktancji

$$(22) \quad g_W = g = \frac{i^2 + I_W^2}{P_W} - \theta_W \frac{dg}{dt} = \frac{i^2}{P_W} + G_W - \theta_W \frac{dg}{dt}, \text{ if } G_W < g < g_0$$

to w skojarzeniu z konduktancją łuku opisaną modelem Cassiego (18)

$$(23) \quad g = \varepsilon''(g)g_W + [1 - \varepsilon''(g)]g_C$$

otrzymuje się zracjonalizowany uogólniony model hybrydowy Mayra-Cassiego w postaci

$$(24) \quad g = \varepsilon''(g) \frac{i^2 + I_W^2}{P_W} + [1 - \varepsilon''(g)] \frac{i^2}{gU_C^2} - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

lub

$$(25) \quad g = \varepsilon''(g) \cdot \left(\frac{i^2}{P_W} + G_W \right) + [1 - \varepsilon''(g)] \frac{i^2}{gU_C^2} - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

gdzie: $\theta''(g) = \theta_W(g) = 2\theta_C(g)$. Zracjonalizowany model hybrydowy łuku, kojarzący podmodel Mayra (17) i zmodyfikowany podmodel Cassiego (10), ma postać

$$(26) \quad g = G_{\min} + \varepsilon''(g) \frac{i^2}{P_M} + [1 - \varepsilon''(g)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_C^2} - \frac{P_{rg}(g)}{U_C^2} \right] - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

Natomiast zracjonalizowany model hybrydowy łuku, kojarzący podmodele GMM (6) i Cassiego (10), służy w

odpowiednich zakresach zmian konduktancji, można przedstawić w postaci

$$(27) \quad g = \varepsilon''(g) \frac{i^2 + I_W^2}{P_W} + [1 - \varepsilon''(g)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_C^2} - \frac{P_{rg}(g)}{U_C^2} \right] - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

lub

$$(28) \quad g = \varepsilon''(g) \cdot \left(\frac{i^2}{P_W} + G_W \right) + [1 - \varepsilon''(g)] \cdot \left[\frac{i^2}{gU_C^2} - \frac{P_{rg}(g)}{U_C^2} \right] - \theta''(g) \frac{dg}{dt}$$

Funkcja tłumienia może być zadana w postaci nieliniowej zależnej od konduktancji [12]

$$(29) \quad \theta''(g) = \theta_{g_0} + \theta_{g_1} \exp(-\alpha_g g) \approx \begin{cases} \theta_{g_1}, & \text{if } g \text{ is low} \\ \theta_{g_0}, & \text{if } g \text{ is large} \end{cases}$$

gdzie: $\alpha_g > 0$, $\theta_{g_1} \gg \theta_{g_0} > 0$ s - stałe współczynniki aproksymacji.

Założono tutaj funkcję wagową w postaci

$$(30) \quad \varepsilon''(g) = \exp\left(-\frac{g}{g_0}\right)$$

Charakterystyka mocy rozpraszanej radiacyjnie może być aproksymowana zależnością

$$(31) \quad P_{rg}(g) = a_{g1}g + a_{g2}g^2$$

gdzie stałe współczynniki wyrażone są: a_{g1} w V^2 ; a_{g2} w V^3/A .

Badania symulacyjne modeli hybrydowych łuku elektrycznego

Ponieważ procesy elektryczne w łukach słaboprądowych najlepiej odwzorowuje model Mayra (jeszcze lepiej GMM), a silnoprądowych model Cassiego (lub model zmodyfikowany o radiację), to użycie modeli hybrydowych predysponowane jest do średnich natężeń prądu skutecznego. O wyborze modelu matematycznego łuku decyduje nie tylko dokładność odwzorowania jego właściwości fizycznych, ale także jego planowane dalsze wykorzystanie [13]. Uwzględnienie podmodelu Mayra predysponuje model hybrydowy do analizy poziomu zakłóceń w sieciach zasilających urządzenia elektrotermiczne lub spawalnicze. W rozwiązywaniu zagadnień energetycznych urządzeń dużej mocy uwzględniany jest raczej model Cassiego. Jeśli warunki techniczne i technologiczne płonienia łuku pozwalają na zmiany parametrów źródła zasilania, to możliwe jest eksperymentalne wyznaczenie parametrów modelu Cassiego i niekiedy modelu Mayra łuku w obwodzie z wymuszeniem za pomocą źródła prądowego lub rzeczywistego bliskiego prądowemu. Do określenia parametrów modeli można wykorzystać metody spektralne lub całkowite opisane w [4]. Wymagają one zastosowania źródeł energii o generowanym prądzie sinusoidalnym lub prostokątnym. Użycie słabych prądów może być bardzo trudne, zwłaszcza jeśli nie zastosowano prądu

prostokątnego. Wymaga to odpowiedniej stabilizacji łuku, co nie zawsze jest możliwe lub wystarczająco efektywne.

Między stałymi czasowymi modeli Mayra i Cassiego zachodzi teoretyczny związek $\theta_M = 2\theta_C$ [14]. Jednak dotyczy on identycznych warunków fizycznych (termicznych) płonienia łuku. Dlatego zrezygnowanie z badań łuku z bardzo silnym lub bardzo słabym prądem i wykorzystanie powyższej zależności może prowadzić do błędów modelowania. Większej odległości między minimalną i maksymalną wartościami prądu odpowiada większa dokładność wyznaczania parametrów poszczególnych podmodeli. Podmodel Cassiego jest słuszny w znacznie szerszym zakresie zmiennej ($|i| > I_0$ lub $g > g_0$) niż podmodel Mayra ($|i| < I_0$ lub $G_M < g < g_0$).

Funkcja tłumienia może być utworzona z wykorzystaniem funkcji wagowej. W przypadku funkcji θ' zależnej od prądu uzyskuje się

$$(32) \quad \theta'(i) = \varepsilon'(i)\theta_M + [1 - \varepsilon'(i)]2\theta_C$$

a w przypadku funkcji θ'' zależnej od konduktancji będzie

$$(33) \quad \theta''(g) = \varepsilon''(g)\theta_M + [1 - \varepsilon''(g)]2\theta_C$$

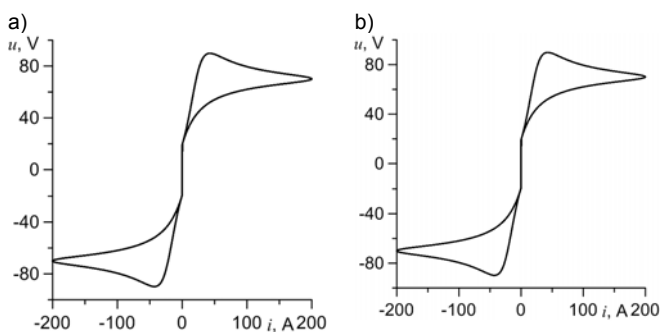
Badania symulacyjne pokazują [8, 11, 15], że w wielu przypadkach zadowalającą dokładność aproksymacji charakterystyk dynamicznych łuku za pomocą modelu hybrydowego można także uzyskać stosując stałą wartość funkcji tłumienia (tzw. stałą czasową)

$$(34) \quad \theta = \theta'(i) = \theta''(g) = const.$$

Stałą wartość θ stosuje się w modelu liniowym Pentegowa [14], gdzie charakterystyka statyczna napięciowo-prądowa łuku może mieć różne postacie funkcji nieliniowej. Natomiast zaniedbuje się w nim nieliniowość fizyczną funkcji tłumienia.

W pracy [12] zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych wybranych modeli hybrydowych łuku (5), (8) i (11) z parametrami zależnymi od wartości chwilowych prądu: $\theta'(i)$, $\varepsilon'(i)$ i $P_{rr}(i)$. Jednak wprowadzona tam modyfikacja modeli dotyczyła tylko funkcji tłumienia $\theta'(g)$.

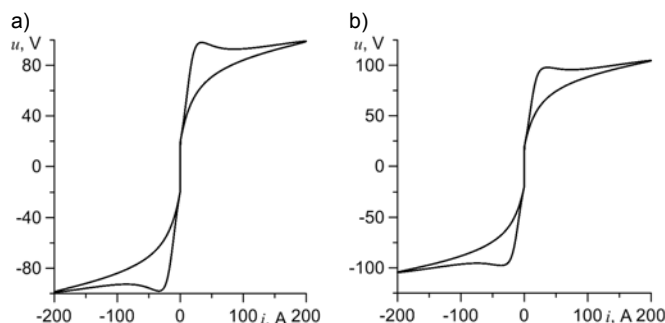
W celu pokazania szerokiej możliwości odwzorowania charakterystyk łuku przez zracjonalizowane modele hybrydowe rozbudowano bibliotekę makromodeli w programie MATLAB-Simulink. Wybrane makromodele włączano w prosty obwód elektryczny zawierający źródło prądu sinusoidalnego o amplitudzie I_m i o częstotliwości $f = 50$ Hz. Dodatkowo w modelu łuku uwzględniono przebiegi spadki napięcia (założono $U_{AK} = 19$ V).



Rys. 1. Charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego opisanego zracjonalizowanymi modelami hybrydowymi łuku ($P_M = 200$ W; $U_C = 50$ V; $g_0 = 0,08$ S; $\theta_{g0} = 1 \cdot 10^{-5}$ s; $\theta_{g1} = 5 \cdot 10^{-4}$ s; $\alpha_g = 0,02$ S⁻¹): a) modelem Mayra-Cassiego (21) ($G_{min} = 0,001$ S); b) modelem uogólnionym (24) ($I_W = 1,5$ A)

Na rysunku 1 pokazano wyniki symulacji procesów w obwodzie ze źródłem prądowym o wydajności $I_m = 200$ A i ze zracjonalizowanymi modelami hybrydowymi łuku, w których funkcję tłumienia $\theta'(g)$ określa wzór (29), a funkcją wagową $\varepsilon''(g)$ wzór (30).

Na rysunku 2 pokazano wyniki symulacji procesów w obwodzie ze źródłem prądowym o wydajności $I_m = 300$ A i ze zracjonalizowanymi modelami hybrydowymi łuku o podwyższonej radiacji, którego funkcję tłumienia $\theta'(g)$ określa wzór (29), funkcję wagową $\varepsilon''(g)$ wzór (30), a funkcję radiacji wzór (31).



Rys. 2. Charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego opisanego zracjonalizowanymi modelami hybrydowymi łuku o zwiększonej radiacji ($U_C = 50$ V; $P_M = 200$ W; $g_0 = 0,08$ S; $\theta_{g0} = 1 \cdot 10^{-5}$ s; $\theta_{g1} = 5 \cdot 10^{-4}$ s; $\alpha_g = 0,02$ S⁻¹): a) modelem hybrydowym Mayra-Cassiego (26) ($G_{min} = 0,001$ S; $a_{g1} = 1$ V; $a_{g2} = 1,5 \cdot 10^3$ Ω); b) uogólnionym modelem hybrydowym (27) ($I_W = 1,5$ A, $a_{g1} = 1$ V²; $a_{g2} = 2 \cdot 10^3$ V³/A)

Badanie efektywności wyznaczania parametrów modelu hybrydowego z użyciem wybranych metod analitycznych

Proponowana metoda ekstrapolacyjna dotyczy wyznaczania parametrów modelu hybrydowego kojarzącego modele Mayra i Cassiego. W odniesieniu do tych modeli opracowano metody analityczne (spektralne i całkowite) wyznaczania parametrów z wymuszeniem za pomocą prądu sinusoidalnego lub prostokątnego [4].

Stałą czasową modelu Mayra można wyznaczyć ze wzoru

$$(35) \quad \theta_M = \frac{1}{4\omega} \left(\frac{1}{\chi_M} - \chi_M \right)$$

w którym

$$(36) \quad \frac{U_{2k+1}}{U_{2k-1}} = \chi_M = const. \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

gdzie: $2k + 1$, $2k - 1$ – numery sąsiednich nieparzystych harmonicznych; U_k – amplituda odpowiedniej harmonicznej napięcia na kolumnie łuku. Moc Mayra można wyrazić za pomocą parametru widma χ_M [4]

$$(37) \quad P_M = U_{rms} I_{rms} \sqrt{\frac{1 - \chi_M^2}{1 + \chi_M^2}}$$

gdzie: U_{rms} – wartość skuteczna napięcia na kolumnie łukowej; I_{rms} – wartość skuteczna prądu. Wykorzystując metodę całkową można określić stałą czasową za pomocą wzoru

$$(38) \quad \theta_M = \frac{1}{2\omega \sqrt{\left(\frac{U_{rms} I_{rms}}{P} \right)^4 - 1}}$$

a moc

$$(39) \quad P_M = P_{av}$$

gdzie: P_{av} – moc czynna w kolumnie łuku, W; $\omega = 2\pi f$ – częstotliwość kołowa, rad/s.

Stałą czasową modelu Cassiego można wyznaczyć metodą widmową ze wzoru

$$(40) \quad \theta_C = \frac{1}{4\omega} \left(\frac{1}{\chi_C} - \chi_C \right)$$

w którym

$$(41) \quad \frac{A_{2(k+1)}}{A_{2k}} = \chi_C(k) = const. \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

gdzie: $2k, 2(k+1)$ – numery sąsiednich parzystych harmonicznych; A_k – amplituda odpowiedniej harmonicznej kwadratu napięcia na kolumnie łuku u_{col}^2 . Napięcie Cassiego można również wyrazić za pomocą parametru widma χ_C

$$(42) \quad U_C = \sqrt[4]{\frac{2(u_{col}^4)_{av}}{3 - \chi_C^2}}$$

gdzie $(u_{col}^4)_{av}$ – wartość średnia czwartej potęgi napięcia na kolumnie łuku. Stałą czasową określa wzór

$$(43) \quad \theta_C = \frac{\frac{(u_{col}^4)_{av}}{U_C^4} - 1}{2\omega \sqrt{3 - 2 \frac{(u_{col}^4)_{av}}{U_C^4}}}$$

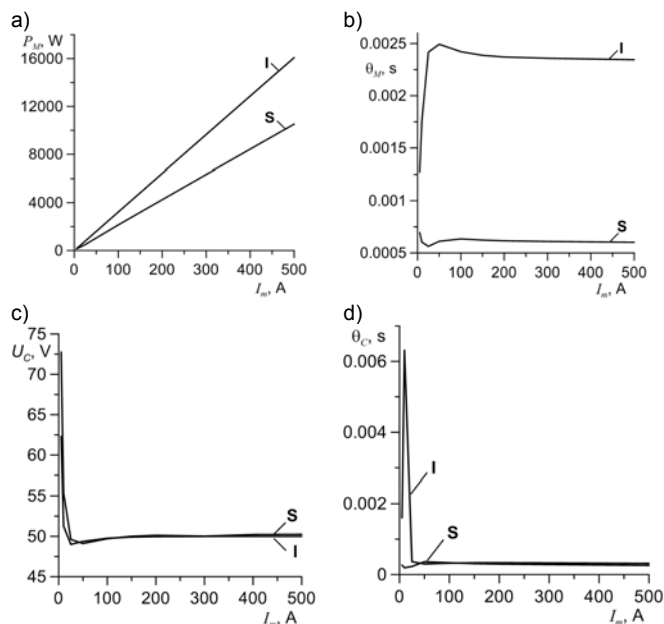
Natomiast napięcie Cassiego można znaleźć z zależności

$$(44) \quad U_C = U_{rms} = \sqrt{(u_{col}^2)_{av}}$$

gdzie: u_{col} – napięcie na kolumnie łuku.

W wielu publikacjach na temat modelu hybrydowego [1-3] warunek (3) nie jest spełniony. Podwyższeniu wartości I_0 ponad obliczoną z (3) odpowiada podwyższenie konduktancji g_0 w stosunku do obliczonej z (19). Tutaj starano się jednak spełnić te warunki. Następnie zastosowano wymuszenie prądowe o amplitudzie zmienianej w zakresie od 5 do 500 A w obwodzie z modelem łuku (21). Jego parametry były następujące: $U_C = 50$ V; $P_M = 200$ W; $g_0 = 0,08$ S; $\theta_{g0} = 1 \cdot 10^{-5}$ s; $\theta_{g1} = 5 \cdot 10^{-4}$ s; $a_{g0} = 0,02$ S⁻¹, $G_{min} = 0,001$ S. Wykorzystując wzory (35)-(44) obliczono wartości parametrów, których wykresy pokazano na rysunku 3. W przypadku metody widmowej i modelu Mayra zastosowano obliczanie $\chi_M = U_9/U_7$, a w przypadku modelu Cassiego $\chi_C = A_6/A_4$. Ekstrapolacja wykresów $\theta_C(I_{rms})$ i $U_C(I_{rms})$ w kierunku ∞ A umożliwia określenie przybliżonych wartości parametrów modelu Cassiego. Natomiast ekstrapolacja wykresów $\theta_M(I_{rms})$ i $P_M(I_{rms})$ w kierunku 0 A może umożliwić określenie przybliżonych wartości parametrów modelu Mayra.

Z rysunku 3 widać, że wyznaczane wartości parametrów modelu Cassiego słabo zależą od zastosowanej metody widmowej (S) lub całkowitej (I). W przypadku $I_{rms} = 300/\sqrt{2}$ A uzyskano bliskie sobie pary wartości $U_C = 50,25$ V(S) i $U_C = 49,99$ V(I) oraz $\theta_C = 0,26$ ms(S) i $\theta_C = 0,31$ ms(I).

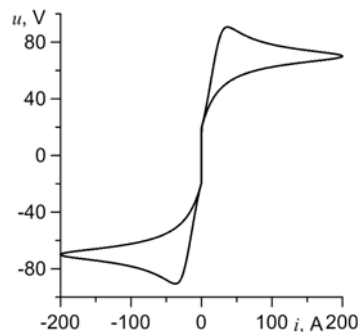


Rys. 3. Wykresy zmian parametrów modeli Mayra i Cassiego, aproksymujących zracjonalizowany model hybrydowy łuku elektrycznego (21), w szerokim zakresie zmian amplitudy prądu wymuszającego (I – metoda całkowita; S – metoda widmowa)

Ze względu na dużo gorszą stabilność łuku słaboprądowego, praktycznie wyznaczane parametry modelu Mayra charakteryzują się mniejszą dokładnością. W warunkach laboratoryjnych wymaga to zastosowania specjalnej stabilizacji łuku.

Z rysunku 3 widać, że wartości parametrów modelu Mayra, wyznaczane w zakresie silnych prądów, zależą od zastosowanej metody widmowej (S) lub całkowitej (I). Metoda widmowa daje mniejsze wartości parametrów od całkowitej, lecz w zakresie $I_{rms} \rightarrow 0$ A obie te metody dają zbliżone wyniki. W przypadku $I_{rms} = 5/\sqrt{2}$ A uzyskano wartości $P_M = 139,5$ W(S) i $P_M = 174,2$ W(I) oraz $\theta_M = 0,696$ ms(S) i $\theta_M = 1,273$ ms(I). Zastosowanie prądu $I_{rms} = 3/\sqrt{2}$ A prowadzi do wartości $P_M = 112,6$ W(S) i $P_M = 127,6$ W(I) oraz $\theta_M = 0,798$ ms(S) i $\theta_M = 1,122$ ms(I). Jak widać wszystkie te wartości znacznie odbiegają od maksymalnej wartości zadanej w modelu hybrydowym.

Różnice w wartościach parametrów θ_{g0} , θ_M i θ_{g1} , θ_C wynikają z różnych właściwości aproksymacyjnych modeli i różnych zakresów prądowych ich stosowności. Podobne wykresy uzyskano po wykonaniu symulacji procesów w obwodzie ze zracjonalizowanym uogólnionym modelem hybrydowym łuku elektrycznego (24). Wykorzystano do tego zależności podane w [8].



Rys. 4. Charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego opisanego zracjonalizowanym modelem hybrydowym Mayra-Cassiego (21)

W celu sprawdzenia efektywności proponowanej metody wykonano symulacje procesów w obwodzie ze zracjonalizowanym modelem hybrydowym (21), w którym funkcję tłumienia określa wzór (33). Wybrane parametry modelu były następujące: $P_M = 150 \text{ W}$; $U_C = 50 \text{ V}$; $g_0 = 0,06 \text{ S}$; $\theta_{gM} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; $\theta_{gC} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. W analizowanych przypadkach zastosowano źródła prądu sinusoidalnego. Parametry modeli łuku wpływały na kształty przebiegów napięcia. Uzyskany wynik pokazano na rysunku 4.

Na podstawie porównania charakterystyk dynamicznych łuku, pokazanych na rysunkach 1a i 4, można stwierdzić, że zastosowanie funkcji tłumienia (33), zależnej od funkcji wagowej (30), umożliwiło uzyskanie wyniku niemal identycznego w stosunku do zadanego.

Wnioski

1. W powszechnie stosowanych modelach hybrydowych łuku elektrycznego wykorzystuje się funkcje wyrażone analitycznie zależne od wartości chwilowych prądu, zaniedbując w ten sposób wpływ inercji procesów cieplnych na wybrane parametry modeli odwzorowujące stany plazmy termicznej.
2. Proponowane uzależnienie funkcji modeli hybrydowych od konduktancji kolumny łukowej wprowadza naturalną inercję w zmiany parametrów, co może polepszyć odwzorowanie procesów fizycznych i ułatwić ich właściwą interpretację.
3. Eksperymentalne wyznaczanie parametrów poszczególnych podmodeli, tworzących modele hybrydowe łuku, wymaga zastosowania źródeł prądu o charakterystykach zewnętrznych przestrajanych w szerokim zakresie amplitudy.
4. Trudności eksperymentalnego wyznaczania parametrów podmodelu Mayra wynikają z niestabilności łuku w zakresie słabych prądów, co może szkodliwie wpływać na zdolności aproksymacyjne modeli hybrydowych.
5. Metody analityczne (widmowa i całkowa) mogą być efektywnie wykorzystywane do wyznaczania parametrów modeli hybrydowych łuku.

Autor: dr hab. inż. Antoni Sawicki, prof. PCz., Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: sawicki.a7@gmail.com

LITERATURA

- [1] King-Jet Tseng, Yaoming Wang D., Mahinda Vilathgamuwa: An Experimentally Verified Hybrid Cassie-Mayr Electric Arc Model for Power Electronics Simulations, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12 (1997), no.3, 429-436
- [2] Sawicki A., Świtoń Ł., Sosiński R., Process Simulation in the AC Welding Arc Circuit Using a Cassie-Mayr Hybrid Model, *Welding Journal*, (2011), March, 41-44
- [3] Ziani A., Moulai H., Hybrid model of electric arcs in high voltage circuit breakers, *Electric Power Systems Research*, 92 (2012), 37-42
- [4] Савицкий А., Хальтоф М., Проблемы определения параметров математических моделей электрических дуг в цепях с источниками тока, *Электричество*, (2016), № 1, 25-34
- [5] Sawicki A., Funkcje wagowe w modelach hybrydowych łuku elektrycznego, *Śląskie Wiadomości Elektryczne*, (2012), nr 5, 15-19
- [6] Kalasek V., Measurements of time constants on cascade d.c. arc in nitrogen, TH-Report 71-E18, Eindhoven 1971.
- [7] Phillips R.L., Theory of Non-stationary Arc Column, *Br. J. Appl. Phys.*, 18 (1967), January, 65-78
- [8] Sawicki A., Metoda całkowa wyznaczania parametrów modeli Mayra i uogólnionego Mayra łuku elektrycznego z wymuszeniem za pomocą źródła prądowego sinusoidalnego, *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, (2017), nr 1, 45-51. (Integral Method Enabling the Determination of the Parameters of the Mayr and Generalised Mayr Models of Electric Arc Excited in the Circuit Using the Sinusoidal Current Source. 44-53. doi: 10.17729/ebis.2017.1/6)
- [9] Ziani A., Moulai H., Extinction properties of electric arcs in high voltage circuit breakers, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 42 (2009), 1-6
- [10] Sawicki A., Symulowanie procesów w obwodzie z łukiem o podwyższonej radiacji termicznej z wykorzystaniem zmodyfikowanego modelu Cassiego, *Śląskie Wiadomości Elektryczne*, (2011), nr 3, 27-31
- [11] Sawicki A., O wykorzystaniu zmodyfikowanych modeli Cassiego i hybrydowego TWV łuku promieniującego do symulowania procesów w urządzeniach spawalniczych, *Prace Instytutu Elektrotechniki*, (2011), z. 251, 43-55
- [12] Sawicki A., Modele hybrydowe łuku elektrycznego z ulepszonymi charakterystykami dynamicznymi w szerokich zakresach zmian wartości prądu bipolarnego, *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, 2017, nr 2, 40-42 (Hybrid Models of Electric Arc with Improved Dynamic Characteristics in Wide Ranges of Changes in Bipolar Current Value. 38-43. doi: 10.17729/ebis.2017.2/5)
- [13] Sawicki A., Świtoń Ł., Sosiński R., Próba wykorzystania modeli Cassiego i hybrydowego Cassiego-Mayra do symulowania procesów w obwodach z lampami rtęciowymi, *Śląskie Wiadomości Elektryczne*, (2010), nr 1, 4-9
- [14] Пентегов И.В., Сидорев В.Н., Сравнительный анализ моделей динамической сварочной дуги, *Автомат. Сварка*, (1989), № 2, 33-36
- [15] Marciniak L., Modele dynamiczne łuku zwarciovego dla sieci z małym prądem zwarcia doziemnego, *Archiwum Energetyki*, 37 (2007), 357-367