

Analiza drgań giętnych wału z wykorzystaniem modelu polowo-obwodowego

Streszczenie. Artykuł przedstawia analizę drgań giętnych układu napędowego z długim elementem sprężystym z wykorzystaniem modeli matematycznych i symulacyjno-komputerowych. Do obliczenia drgań w układzie elektromechanicznym wykorzystano model polowo-obwodowy. Przedstawiono wyniki symulacji drgań w układzie elektromechanicznym z silnikiem PMSM. Model symulacyjno-komputerowy został zaprojektowany w programie Matlab-Simulink. Symulację przeprowadzono dla układu elektromechanicznego zawierającego układ napędowy, element sprężysty oraz układ obciążenia.

Abstract. : In the paper the analysis of shaft transverse vibrations based on mathematical and simulation models are presented. The field-circuit model was used to calculate the vibration in the electromechanical system. The results of simulation of vibrations in the electromechanical system based on PMSM motor were presented. The simulation model was designed in Matlab-Simulink. The Simulation of the electromechanical system consisted of drive unit, long elastic element and load system was carried out. (**Analysis of shaft transverse vibrations based on field-circuit model**).

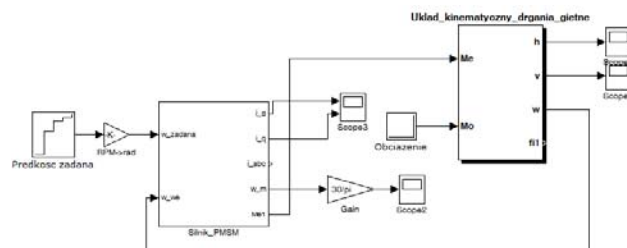
Słowa kluczowe: drgania giętne, drgania wału, model polowo-obwodowy

Keywords: transverse vibrations, shaft vibrations, field-circuit model

Wstęp

Analiza drgań w układzie elektromechanicznym z długim elementem sprężystym jest przedmiotem badań wielu instytucji badawczych. Analiza tego typu układów w większości przypadków sprowadza się ułożenia modelu matematycznego, w którym zawarto założenia upraszczające, które w znaczący sposób nie wpływają na wyniki obliczeń. Do powyższych założeń zaliczyć można efekt żyroskopowy, niedoskonałości i niesymetria elementów wirujących, tłumienie i siły sprężystości w łożyskach, wpływ substancji smarującej łożysko na tłumienność drgań oraz siły grawitacji. Pominięcie wymienionych zjawisk jest uzasadnione w zmęczeniuowych inżynierskich obliczeniach układów elektromechanicznych, natomiast szczegółowe badanie zjawisk zachodzących w układzie elektromechanicznym jest wręcz niemożliwe. W większości przypadków tworzony jest model matematyczny o niewielkiej liczbie stopni swobody, który opisuje układ elektromechaniczny za pomocą równań różniczkowych. Na ich podstawie można zbudować model symulacyjno-komputerowy wykorzystując w tym celu dedykowane programy, do których można zaliczyć m.in. Matlab Simulink. Do zalet modelu obwodowego można zaliczyć niski poziom skomplikowania modelu matematycznego, dobra znajomość metod rozwiązywania układów z równaniami różniczkowymi, nieskomplikowany model symulacyjno-komputerowy oraz szybkość wykonywania obliczeń [7]. Dodatkowo dostępnymi jest wiele programów, które umożliwiają przeprowadzenie obliczeń i symulacji komputerowych. Kolejną zaletą jest możliwość symulowania całego układu elektromechanicznego wraz z źródłami regulowanego napięcia przemiennego, które wykorzystują zaawansowane metody sterowania silnikami elektrycznymi. Z uwagi na powyższe możliwa jest analiza stanów dynamicznych układów elektromechanicznych zasilanych z falownika napięcia oraz analiza reakcji na dynamiczną zmianę obciążenia. W pracy wykorzystano silnik z magnesami trwałymi (*ang. Permanent Magnet Synchronous Motor*), który został zasilony z falownika napięcia [1]. Sterowanie silnikiem odbywa się z wykorzystaniem polowo-zorientowanej metody wektorowej (*ang. Field Oriented Control*), do określenia kąta obrotu wału oraz prędkości kątowej wykorzystano enkoder, który został połączony bezpośrednio z wałem silnika.

Wykorzystanie modelu polowego w obliczeniach drgań wału prowadzi do znacznej poprawy dokładności otrzymanych wyników w porównaniu z modelem obwodowym. Symulacja całego układu elektromechanicznego wraz z źródłami napięcia jest utrudniona, natomiast wyselekcjonowanie interesujących elementów umożliwia rozwiązanie powyższego problemu. Model polowy korzysta z zaawansowanych metod do których można zaliczyć metodę elementów skończonych oraz metodę elementów brzegowych, a otrzymane wyniki przemieszczeń pasożytniczych elementu sprężystego, które w pracy zwane są drganiami można przedstawić w postaci wykresów w dziedzinie czasu lub częstotliwości. Z uwagi na powyższe w łatwy sposób można określić częstotliwości drgań własnych oraz niebezpieczne strefy rezonansowe [3].



Rys. 1. Standardowy model symulacyjno-komputerowy układu elektromechanicznego wykorzystujący podstawowe równania opisujące część mechaniczną i elektryczną.

W pracy wykorzystano zalety modelu polowego i obwodowego. Z uwagi na powyższe zbudowany został model polowo-obwodowy, w którym część elektryczna układu elektromechanicznego wraz z silnikiem PMSM zaprojektowana została na podstawie modelu matematycznego w programie Matlab Simulink. Z równania części elektrycznej modelu silnika PMSM otrzymuje się moment elektromagnetyczny, którego wartość jest wykorzystywana w modelu polowym. Model polowy utworzony został w programie ANSYS Mechanical APDL. Opisuje on długi element sprężysty i zjawiska drganiowe w nim występujące. W modelu uwzględniono efekt żyroskopowy, wpływ siły ciężkości oraz zastosowano zaawansowane elementy, które opisują zjawiska zachodzące w łożyskach. Model polowy wykorzystuje do obliczeń moment elektromagnetyczny wygenerowany w

modelu obwodowym, a następnie jako sprzężenie zwrotne wysyła informację dotyczącą prędkości kątowej wału, która jest niezbędna w modelu obwodowym do przeprowadzenia kolejnego cyklu obliczeń.

- (1)
$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -\frac{k}{m}(h - e \cos \varphi)$$
- (2)
$$\frac{d^2 v}{dt^2} = -\frac{k}{m}(v - e \sin \varphi)$$
- (3)
$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{J}[M_1 - M_2 - k \cdot e(h \sin \varphi - v \cos \varphi)]$$
- (4)
$$k(h - h_0) = k_1 h_0$$
- (5)
$$k(v - v_0) = k_2 v_0$$
- (6)
$$M_1 = M_1 \left(\frac{d\varphi_1}{dt} \right)$$
- (7)
$$M_2 = M_2 \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)$$

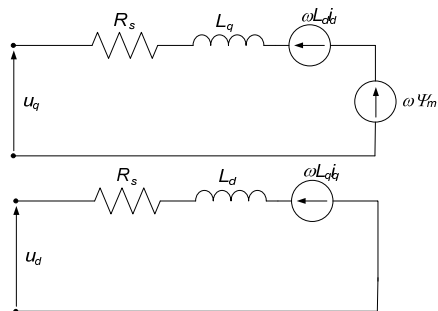
gdzie: h - strzałka ugięcia wału w osi pionowej, v - strzałka ugięcia wału w osi poziomej, k - współczynnik sprężystości, m - masa, e - promień niewyważenia względem osi symetrii wału, J - moment bezwładności wału, M_1 - moment elektromagnetyczny, M_2 - moment obciążenia, φ_1 , φ_2 - kąty skręcania wału.

Część obwodowa

Część obwodowa modelu została wykonana w Simulink'u. W części tej zawarto falownik wykorzystujący wektorową metodę sterowania silnikiem, układy zasilające wraz z filtrami sieciowymi, część elektryczną silnika PMSM utworzoną na podstawie równań różniczkowych oraz bloki analizy i archiwizacji danych. Model falownika napiecia został utworzony z wykorzystaniem modeli elementów energoelektronicznych, których parametry zostały dobrane na podstawie charakterystyk elementów rzeczywistych. Część elektryczna modelu symulacyjno-komputerowego silnika synchronicznego PMSM, wykorzystanego jako układ napędowy została sformułowana na podstawie poniższych zależności [1][5]:

- (8)
$$u_d = L_d \frac{di_d}{dt} + i_d R - L_q i_q \omega$$
- (9)
$$u_q = L_q \frac{di_q}{dt} + i_q R - [(L_d i_d + \Psi_m) \omega]$$
- (10)
$$M_e = [i_d (L_d - L_q) + \Psi_m] \frac{3}{2} p$$

gdzie: u_d , u_q - napięcia stojana w układzie dq0, L_d , L_q - indukcyjności w układzie dq, i_d , i_q - prądy w układzie dq, R - rezystancja stojana, Ψ_m - strumień wzbudzenia od magnesów trwałych, ω - prędkość kątowa wału, M_e - moment elektromagnetyczny, p - liczba par biegunów.

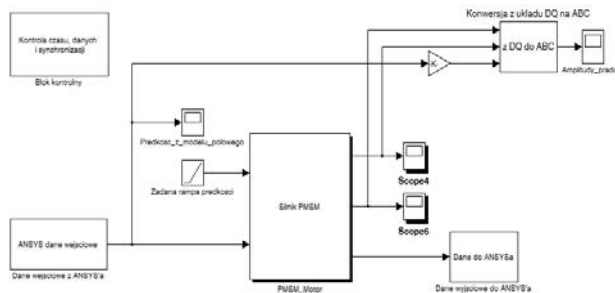


Rys. 2. Schemat zastępczy modelowanego silnika PMSM

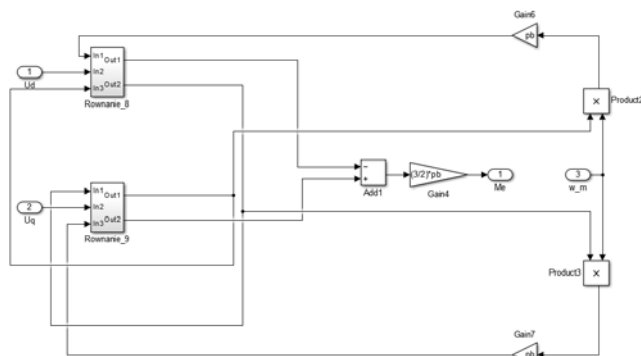
Tabela 1. Parametry modelowanego silnika PMSM

Nazwa parametru	Wartość
Moc	4.0 [kW]
Napięcie	3x400 [V]
Prędkość znamionowa	1500 [obr/min]
Moment znamionowy	25.5 [Nm]
Rezystancja stojana	0.976 [Ω]
Indukcyjność w osi d	23 [mH]
Indukcyjność w osi q	69.9 [mH]
Liczba par biegunów	4

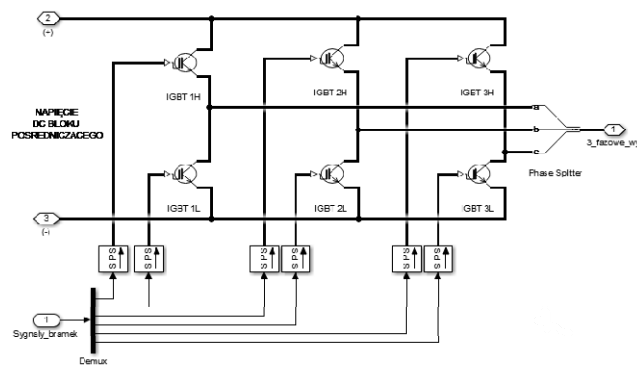
Korzystając z powyższych zależności zbudowany został model symulacyjno-komputerowy, który bazując na równaniach (8-10) wysyła moment elektromagnetyczny do bloku części polowej, w którym zamodelowany został wał silnika PMSM oraz długi element sprężysty przekazujący moment elektromagnetyczny do obciążenia.



Rys. 2. Model symulacyjno-komputerowy części obwodowej utworzony w programie Matlab Simulink.



Rys. 3. Model symulacyjno-komputerowy części elektrycznej silnika PMSM

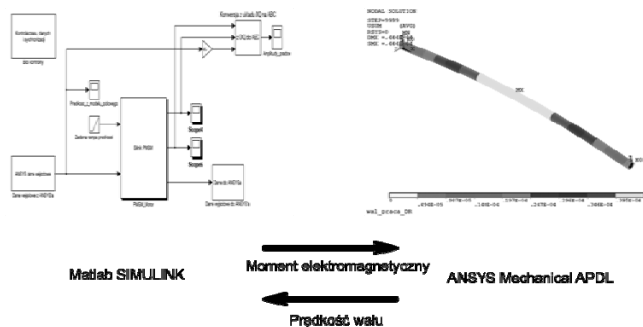


Rys. 4. Model falownika utworzony w programie Matlab SIMULINK.

Część polowa

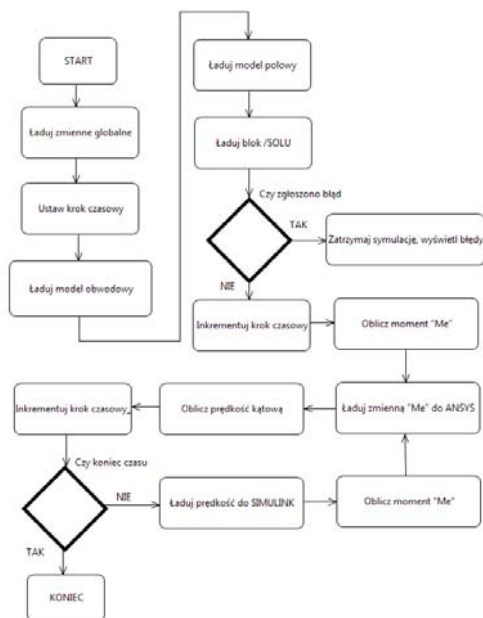
Część polowa modelu systemu elektromechanicznego została wykonana w programie ANSYS APDL Mechanical z wykorzystaniem języka skryptowego, w którym został zaprojektowany wał silnika PMSM oraz element sprężysty będący przekazywaczem momentu elektromagnetycznego

pomiędzy silnikiem, a blokiem obciążenia w układzie elektromechanicznym.



Rys. 5. Ogólny schemat budowy modelu polowo-obwodowego z silnikiem PMSM i długim elementem sprężystym.

Główny algorytm modelu polowo-obwodowego zakłada, iż nadrzędnym elementem, który zarządza pracą całego modelu, kontroluje krok czasu w którym wykonywane są obliczenia w programie ANSYS, kontroluje model symulacyjno-komputerowy zbudowany w programie SIMULINK oraz zarządza synchronizacją przesyłanych danych jest skrypt napisany w programie Matlab.

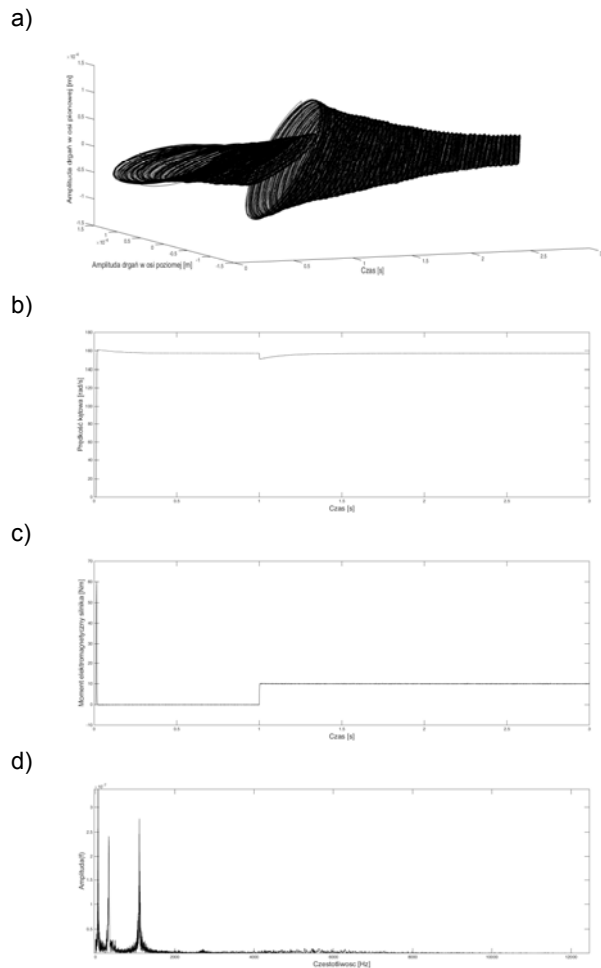


Rys. 6. Schemat głównego algorytmu, który zarządza synchronizacją danych w modelu symulacyjno-komputerowym.

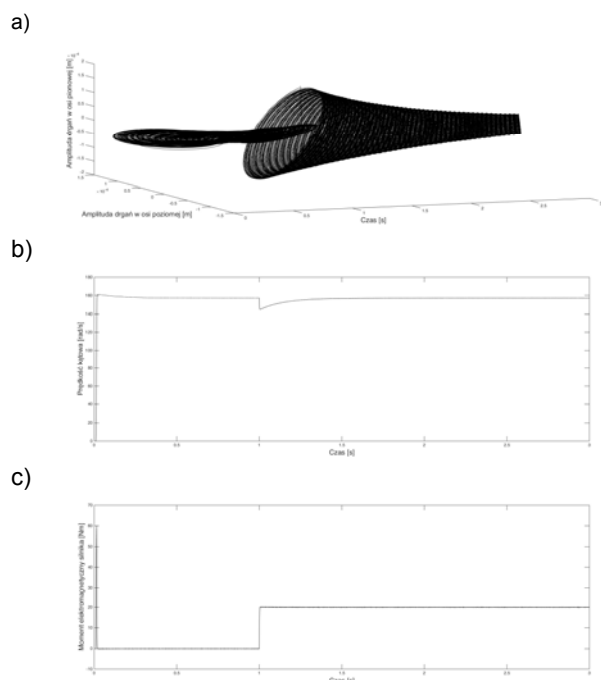
Wyniki badań

Przedmiotem badań był element sprężysty o średnicy 0,02 m i długości 0,66 m będący przekaźnikiem momentu napędowego do bloku obciążenia. Amplituda drgań określona jest jako maksymalne odkształcenie struktury w środkowej części wału. Badania przeprowadzono dla różnych wartości momentu obciążenia. Zastosowana wektorowa metoda sterowania silnikiem elektrycznym zapewnia stabilność momentu elektromagnetycznego co przekłada się na amplitudę drgań w układzie.

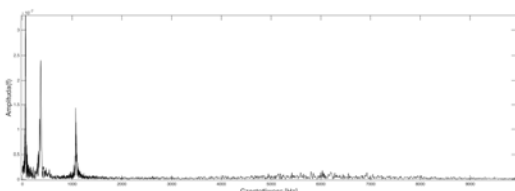
Dla lepszego zobrazowania drgań w układzie elektromechanicznym, amplituda drgań elementu sprężystego wyznaczona w programie ANSYS została przedstawiona na wykresie 3D, który uwzględnia zmiany przemieszczeń struktury wału w osi poziomej i pionowej.



Rys. 7. Wykresy zmian: a) amplitudy drgań wału, b) prędkości kątowej, c) momentu elektromagnetycznego dla układu elektromechanicznego obciążonego momentem 10 [Nm] w czasie $t=1$ [s].

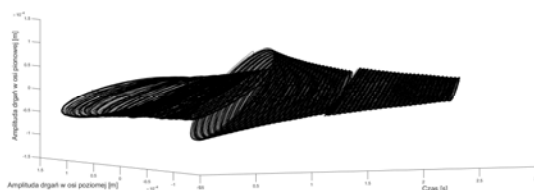


d)

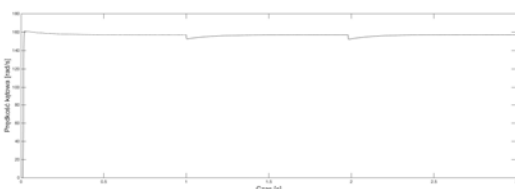


Rys. 8. Wykresy zmian: a) amplitudy drgań wału, b) prędkości kątowej, c) momentu elektromagnetycznego dla układu elektromechanicznego obciążonego momentem 20 [Nm] w czasie $t=1$ [s].

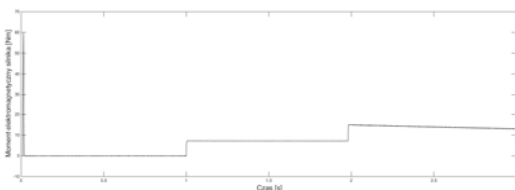
a)



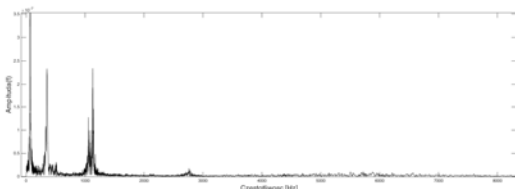
b)



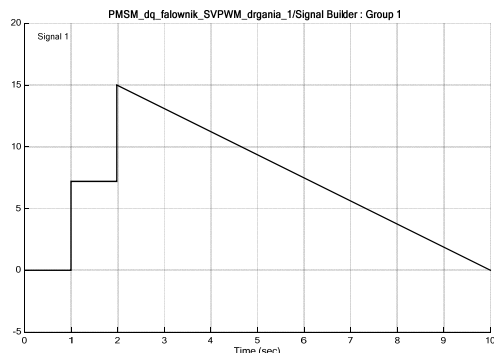
c)



d)



e)



Rys. 9. Wykresy zmian: a) amplitudy drgań wału, b) prędkości kątowej, c) momentu elektromagnetycznego dla układu elektromechanicznego obciążonego momentem według rysunku 9e.

Podsumowanie

Z wyników przeprowadzonych badań symulacyjno-komputerowych można wyciągnąć następujące wnioski:

- dynamika obciążenia znacząco wpływa na amplitudę drgań w układzie elektromechanicznym,
- zastosowanie zaawansowanych wektorowych metod sterowania silnikiem ogranicza wahania momentu elektromagnetycznego, co przekłada się na redukcję pasożytniczych przemieszczeń struktury łącznika elastycznego zwanych drganiami,
- wykorzystanie zaawansowanego modelu falownika umożliwia badanie zjawisk zachodzących w bloku mocy,
- wykorzystanie programu Matlab SIMULINK do modelowania części obwodowej umożliwia w łatwy sposób jej modyfikację poprzez np.: dodanie nowych bloków, dzięki którym możliwa jest analiza rozbudowanych modeli,
- wykorzystanie metody elementów skończonych wraz z zaawansowanymi algorytmami analizującymi np.: wpływ siły ciężkości oraz dynamikę łożysk wpływa w znaczącym stopniu na wiarygodność otrzymanych wyników,
- wykorzystanie hybrydowych modeli symulacyjno-komputerowych umożliwia badanie wielu zjawisk mechanicznych i elektromagnetycznych zachodzących w analizowanym układzie.

Autorzy: dr hab. inż. Andrzej Popenda prof. nadzw.,
mgr inż. Marcjjan Nowak, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektroenergetyki, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: apo366@wp.pl, marcjjan124@wp.pl

LITERATURA

- [1] Bose Bimal K. *Modern Power Electronics and AC Drives*, 2002
- [2] Cempel C. *Drgania mechaniczne wprowadzenie*, Politechnika Poznańska 1984
- [3] Dąbrowski Z. *Wały maszynowe*, PWN 1999
- [4] Gawęcki A. *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Politechnika Poznańska 2003
- [5] Glinka T.: *Maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*, Gliwice 2002
- [6] Glinka T., Jakubiec M., *Silniki elektryczne z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku*, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, Nr 71/2005, Komel, Katowice 2005.
- [7] Nowak M. *Analiza drgań giętych wału w układzie napędowym z silnikiem PMSM*, *Przegląd elektrotechniczny*, issn 0033-2097, r. 90 nr 12/2014
- [8] Plamitzer A. M.: *Maszyny elektryczne*, WNT Warszawa
- [9] Popenda A.: *Modelowanie i symulacja dynamicznych stanów pracy układów napędowych do reaktorów polimeryzacji z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2011
- [10] Rakowski J.: *Teoria Sprężystości*, Politechnika Poznańska 2003/2004
- [11] Rusek A.: *Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012
- [12] Rusek A., *Schemat zastępczy indukcyjnego silnika asynchronicznego specjalnego wykonania do pracy w układzie napędowym reaktora polimeryzacji z uwzględnieniem straty mocy w wielkogabarytowym łożysku ślizgowym z węglików spiekanych*, Międzynarodowe Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME 2011, Szczecin
- [13] Rusek A.: *Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012