

Modelowanie matematyczne procesów oscylacyjnych w napędzie elektrohydraulicznym o podatnej transmisji ruchu

Streszczenie. W pracy na podstawie opracowanego modelu matematycznego układu pompowego składającego się z silnika indukcyjnego głębokożłobkowego, który przez sprzęgło elastyczne napędza pompę wodną, analizuje się nieustalone procesy przejściowe z uwzględnieniem stanów rezonansowych oraz bliskich rezonansu (dudnienie drgań). Równania stanu napędu oblicza się za pomocą metod numerycznych. Wyniki weryfikacji modelu przedstawione zostały w postaci graficznej.

Abstract. In work on the basis of a developed mathematical model of a pump system consisting of a deep-groove induction motor, which drives the water pump through flexible couplings, transient processes, including resonant states and near resonance (vibration thuds) are analyzed. Equations of drive state are calculated using numerical methods. The results of model verification are presented graphically. (Mathematical modeling of oscillating processes in the electro-hydraulic drives with susceptible motion transmission).

Słowa kluczowe: Napęd elektryczny, procesy oscylacyjne, pompa pionowa, układ dwumasowy.

Keywords: Electric drive, oscillating processes, vertical pump, two-mass system.

Wstęp

Ważnym zagadnieniem analizy układów elektromechanicznych jest uwzględnienie nieustalonych procesów dynamicznych oraz oscylacyjnych [1], [2], [3], [9]. W przypadkach najprostszych, gdy wał napędu traktujemy, jako układ absolutnie sztywny [4], [6], [8], oscylacyjne procesy nieprawidłowo odzwierciedlają rzeczywiste przebiegi procesów fizycznych w napędzie. Związane jest to z tym, że w absolutnie sztywnym układzie mechanicznym niemożliwe jest uwzględnienie procesów rezonansowych oraz stanów bliskich rezonansu (dudnienie drgań), ponieważ w takich przypadkach nie występuje przekształcenie energii potencjalnej w kinetyczną i odwrotnie. Innymi słowami, w absolutnie sztywnym wale a priori niemożliwe jest zastosowanie niekonserwatywnej funkcji Lagrange'a w dziedzinie mechaniki [1].

W pracy niniejszej analizowany jest model matematyczny układu elektromechanicznego obciążonego pompą pionową. Zakłada się, że wał napędu nie należy do długich wałów, a dla zmniejszenia uderzeniowych momentów w napędzie zastosowano sprzęgło elastyczne. Przy takich założeniach do opracowania modelu układu elektrohydraulicznego wykorzystuje się teorię Eulera-Lagrange'a wykorzystując aparat zwyczajnych równań różniczkowych.

Celem pracy jest modelowanie matematyczne nieustalonych procesów oscylacyjnych w rozbudowanym napędzie elektromechanicznym o hydrodynamicznym obciążeniu w postaci pompy pionowej w warunkach podatnej transmisji ruchu o parametrach skupionych.

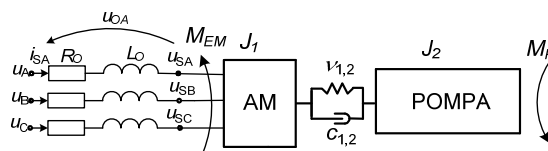
Rozwiązanie sformułowanego zadania wykorzystuje interdyscyplinarne podejście w tym zmodyfikowaną zasadę Hamiltona-Ostrogradskiego. Dla zastosowania wymienionej zasady należy opracować rozszerzony, niekonserwatywny lagrangian, drogą formowania czterech elementów tego ostatniego. Następnie wymieniony lagrangian podstawiamy w funkcjonal działania wg Hamiltona-Ostrogradskiego lub bezpośrednio w równania Eulera-Lagrange'a [7].

W pracy niniejszej a priori tworzymy równania stanu obiektu, pomijając budowanie niekonserwatywnego lagrangianu systemu. Szczegóły wariacyjnych przekształceń zawarte są w opracowaniach [1], [3], [5].

Model matematyczny układu napędowego

Silniki indukcyjne głębokożłobkowe zasilane są z uzwojeń wtórnych transformatorów mocy, tak, jak w przypadku pomp poboru wody z rzek i jezior do chłodzenia

turbozespołów elektrowni ciepłych. Do obliczenia spadku napięcia na uzwojeniach silnika indukcyjnego włączamy w układ zasilający cewkę powietrzną R_o, L_o , co przedstawiono na rysunku 1.



Rys.1. Schemat zasadniczy podukładu mechanicznego systemu elektrohydraulicznego

Model matematyczny głębokożłobkowego silnika indukcyjnego z uwzględnieniem cewki powietrznej

Zakłada się, że silnik indukcyjny pracuje wyłącznie w stanach symetrycznych, bez uwzględnienia przewodu neutralnego. W takim przypadku na podstawie pierwszego prawa Kirchhoffa równania podukładu elektrycznego zapisujemy tylko dla dwu faz, przykładowo dla A i B, co powoduje, że równania elektrycznego podukładu zapisujemy w postaci macierzowo-wektorowej.

Ponieważ układ pompowy jest zasilany przez cewkę powietrzną, jej równania zapiszemy w sposób następujący:

$$(1) \quad \mathbf{u}_o = R_o \mathbf{i}_s + L_o \frac{d\mathbf{i}_s}{dt}, \quad \mathbf{u}_s = \mathbf{u} - \mathbf{u}_o$$

gdzie: \mathbf{u} , \mathbf{u}_o , \mathbf{u}_s – napięcia odpowiednio: zasilania układu, spadku na cewce, zasilania silnika asynchronicznego.

Model matematyczny silnika indukcyjnego opisujemy po obliczeniu drugiego wyrażenia w (1) zgodnie z [1]:

$$(2) \quad \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = \left(\mathbf{1} + L_o \mathbf{A}_s \right)^{-1} \left(\mathbf{A}_s (\mathbf{u} - (\mathbf{r}_s + \mathbf{R}_o) \mathbf{i}_s) + \mathbf{A}_{SR} (-\mathbf{u}_R - \mathbf{\Omega} \mathbf{\Psi}_R - \mathbf{r}_{RL} \mathbf{i}_R) \right)$$

$$(3) \quad \frac{d\mathbf{i}_R}{dt} = \mathbf{A}_{RS} (\mathbf{u}_s - \mathbf{r}_s \mathbf{i}_s) + \mathbf{A}_R (-\mathbf{u}_R - \mathbf{\Omega} \mathbf{\Psi}_R - \mathbf{r}_{RL} \mathbf{i}_R) + \mathbf{\Omega} \mathbf{i}_R$$

gdzie: \mathbf{i}_s , \mathbf{i}_R – prądy w uzwojeniach stojana i wirnika, \mathbf{A}_s , \mathbf{A}_{SR} , \mathbf{A}_{RS} , \mathbf{A}_R – współczynniki, które zależą od indukcyjności rozproszenia i magnesowania silnika asynchronicznego, $\mathbf{\Omega}$ – macierz prędkości kątowej silnika asynchronicznego, $\mathbf{\Psi}_R$ – strumienie skojarzone uzwojenia wirnika maszyny,

u_R – spadek napięcia na części czołowej uzwojenia wirnika,
 r_{RL} – oporność części czołowej uzwojenia wirnika.

Napięcie na prętach klatki wirnika u_R wyznaczamy z dyskretyzowanych metodą skończonych różnic, równań pola magnetycznego w jednowymiarowej przestrzeni:

$$(4) \frac{dH_{j,k}}{dt} = \frac{v}{\gamma(\Delta z)^2} (H_{j,k-1} - 2H_{j,k} + H_{j,k+1}), \quad j = A, B$$

gdzie: H – natężenie pola magnetycznego w żłobku wirnika,
 γ – przewodność przewodu żłobka,
 Δz – jednostka dyskretyzacji,
 k – numer jednostki dyskretyzacji, (zazwyczaj $k \geq 12$).

Na podstawie teorematu o wartości napięcia na prętach klatki wirnika, wyznaczamy to napięcie:

$$(5) u_{R,j} = -l \frac{k_u k_i}{2\gamma \Delta z} (-3H_{j,1} + 4H_{j,2} - H_{j,3}), \quad j = A, B$$

gdzie: k_u, k_i – przekładnia napięciowa i prądowa silnika.
Moment rozruchowy silnika obliczamy z zależności:

$$(6) M_{EM} = \sqrt{3} p (i_{SB} i_{RA}^\Pi - i_{SA} i_{RB}^\Pi) / \tau_m, \quad \tau_m = i(\Psi_m) / \Psi_m$$

gdzie: p – liczba par biegunów maszyny, Π – wskazuje na przekształcony układ współrzędnych ukośnych, $i(\Psi_m)$ – krzywa magnesowania silnika [1], [3].

Model matematyczny podatnej transmisji ruchu o parametrach skupionych

W przypadku rozpatrywania układu transmisji ruchu jakiegokolwiek n -masowego układu napędowego, jako system o parametrach skupionych, równania jego ruchu w postaci ogólnej zapiszemy na podstawie [1] w sposób następujący:

$$(7) \mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \mathbf{M} - \mathbf{C}_1 \boldsymbol{\Gamma}_1 + \mathbf{C}_2 \boldsymbol{\Gamma}_2 - \mathbf{N}_1 \boldsymbol{\Omega}_1 + \mathbf{N}_2 \boldsymbol{\Omega}_2 - \mathbf{M}_T,$$

$$(8) \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} = \boldsymbol{\omega}.$$

gdzie: macierze oraz wektory kolumnowe określone są zależnościami:

$$(9) \boldsymbol{\omega} \equiv (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^\top, \quad \boldsymbol{\gamma} \equiv (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)^\top,$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_1 \equiv (\gamma_1 - \gamma_0, \gamma_2 - \gamma_1, \dots, \gamma_k - \gamma_{k-1}, \dots, \gamma_n - \gamma_{n-1})^\top,$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_2 \equiv (\gamma_2 - \gamma_1, \gamma_3 - \gamma_2, \dots, \gamma_{k+1} - \gamma_k, \dots, \gamma_{n+1} - \gamma_n)^\top,$$

$$\boldsymbol{\Omega}_1 \equiv (\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - \omega_1, \dots, \omega_k - \omega_{k-1}, \dots, \omega_n - \omega_{n-1})^\top,$$

$$\boldsymbol{\Omega}_2 \equiv (\omega_2 - \omega_1, \omega_3 - \omega_2, \dots, \omega_{k+1} - \omega_k, \dots, \omega_{n+1} - \omega_n)^\top,$$

$$\mathbf{M} \equiv (M_1, 0, \dots, 0)^\top, \quad \mathbf{M}_T \equiv (0, 0, \dots, 0, M_n(\omega_n))^\top,$$

$$\mathbf{I} \equiv \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_n),$$

$$\mathbf{C}_1 \equiv \text{diag}(c_{1,0}, c_{2,1}, \dots, c_{n,n-1}), \quad \mathbf{C}_2 \equiv \text{diag}(c_{2,1}, c_{3,2}, \dots, c_{n+1,n}),$$

$$\mathbf{N}_1 \equiv \text{diag}(v_{1,0}, v_{2,1}, \dots, v_{n,n-1}), \quad \mathbf{N}_2 \equiv \text{diag}(v_{2,1}, v_{3,2}, \dots, v_{n+1,n})$$

$$c_{k+1,k} = c_{k,k+1}, \quad v_{k+1,k} = v_{k,k+1},$$

$$(c_{1,0}, c_{n+1,n}, v_{1,0}, v_{n+1,n}, \gamma_0, \gamma_{n+1}, \omega_0, \omega_{n+1}) \equiv 0.$$

gdzie: ω, γ – prędkość kątowna każdej masy wirującej oraz jej kąt obrotu,
 J – moment bezwładności każdej masy obrotowej,
 $c_{k+1,k}, v_{k+1,k}$ – współczynniki sztywności oraz rozproszenia sprzęgieł elastycznych.

W przypadku, gdy $n = 2$, równania (7 ÷ 9) zapiszemy w postaci skalarnej, normalnej Cauchy'ego:

$$(10) \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{J_1} (M_{EM} - c_{1,2}(\gamma_1 - \gamma_2) - v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2)),$$

$$(11) \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J_2} (c_{1,2}(\gamma_1 - \gamma_2) + v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2) - M(\omega_2)),$$

$$(12) \frac{d\gamma_1}{dt} = \omega_1, \quad \frac{d\gamma_2}{dt} = \omega_2.$$

Analizowany układ transmisji ruchu jest dwumasowy. Rezonansową częstotliwość układu dwumasowego f_0 określa następujący wzór:

$$(13) f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_{1,2} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

Model matematyczny pompy pionowej został opisany w pracy [10] i wykorzystuje się go w niniejszym artykule.

Na podstawie trzech przedstawionych modeli analizę podukładów systemu elektrohydraulicznego dokonuje się przez wspólne całkowanie następującego układu równań różniczkowych: (2 ÷ 4), (10 ÷ 12) z obliczeniem drugiego wyrażenia w równaniach (1), (5 ÷ 6), (13).

Wyniki symulacji komputerowej

Analiza stanów niestabilnych została przeprowadzona dla układu napędowego, którego schemat przedstawiono na rysunku 1.

Dane znamionowe silnika 12-52-8A są następujące: $P_N = 320$ kW; $U_N = 6$ kV; $I_N = 39$ A; $\omega_N = 740$, s^{-1} , $p = 4$, $J_1 = 49$ $kg \cdot m^2$, $J_2 = 50$ $kg \cdot m^2$. Krzywa magnesowania silnika jest aproksymowana równaniem: $\Psi_m = 12,4 \arctg(0,066i_m)$. Parametry cewki powietrznej mają wartości: $R_O = 1,2$ Ω , $L_O = 30$ mH.

Układ równań różniczkowych całkujemy metodą Runge-Kutta 4-go rzędu.

Badania prowadzono dla wysokości podnoszenia wody $H_g = 4$ m w sposób następujący. W momencie czasowym $t = 0$ s układ pompowy przedstawiony na rysunku 1 został zasilany z symetrycznego układu napięć u o mocy nieskończonej. W stanie ustalonym doprowadzamy do wybiegu wirnika po około 5 sekundach. Wszystkie cztery eksperymenty trwały po 16 sekund. W analizie procesów oscylacyjnych w układzie zmienia się sprzęgła elastyczne w transmisji ruchu napędu. Własna częstotliwość układu pompowego jest obliczana na podstawie wzoru (13). Symulację czterech eksperymentów przeprowadzono dla następujących parametrów sprzęgieł elastycznych:

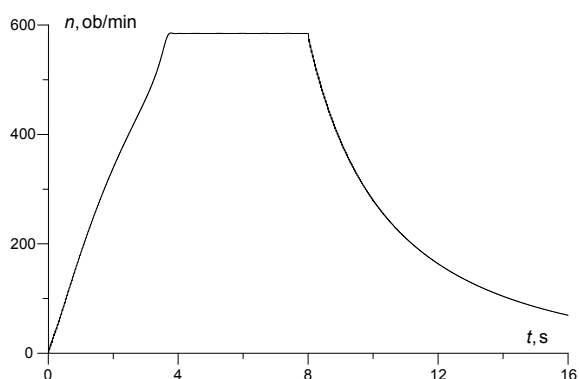
1. – $c_{1,2} = 10^6$ MN·m, $v_{1,2} = 45$ N·m·s, $f_0 = 27,6$ Hz;

2. – $c_{1,2} = 2,66$ MN·m, $v_{1,2} = 55$ N·m·s, $f_0 = 45$ Hz;

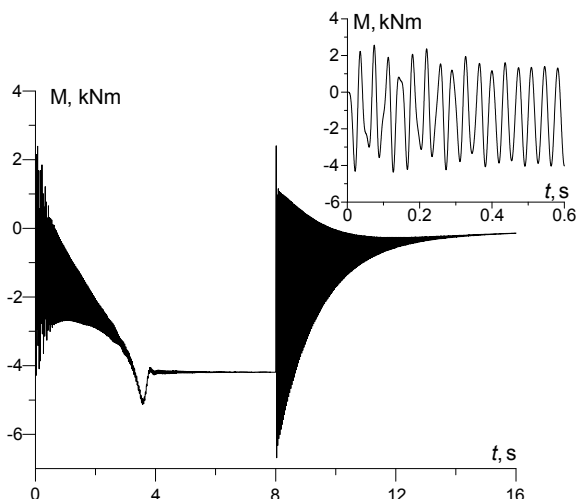
3. – $c_{1,2} = 3,09$ MN·m, $v_{1,2} = 70$ N·m·s, $f_0 = 48,5$ Hz;

4. – $c_{1,2} = 5$ MN·m, $v_{1,2} = 150$ N·m·s, $f_0 = 61,6$ Hz.

Sprzęgła elastyczne zostały dobrane w taki sposób, aby przedstawić różne stany mechaniczne układu pompowego w sensie procesów oscylacyjnych.



Rys.2. Chwilowa prędkość obrotowa drugiej masy (J_2) – pompy napędu hydraulicznego. Pierwszy eksperyment



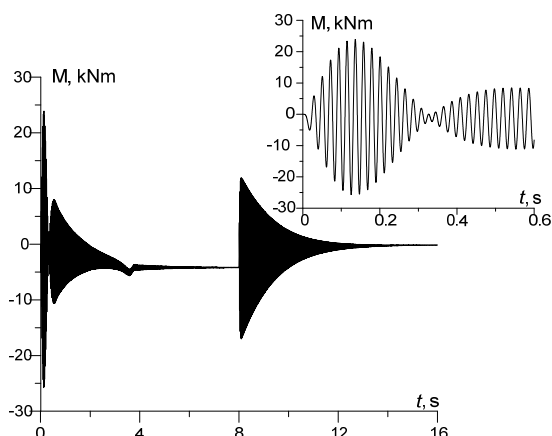
Rys.3. Chwilowy moment sprężystości w sprzęgle elastycznym. Pierwszy eksperyment

Na rysunku 2 przedstawiono zmiany prędkości obrotowej układu napędowego z pierwszym sprzęgłem. Dla tego typu sprzęgła pompa pracuje prawidłowo we wszystkich stanach nieustalonych. W układzie nie ma dużych uderzeniowych momentów sprężystości w sprzęgle elastycznym, co widać na rysunku 3. Ponadto sprzęgło elastyczne dostatecznie tłumi różnego rodzaju fluktuacje powiązane z przekształceniem energii elektromechanicznej w urządzeniu pompowym.

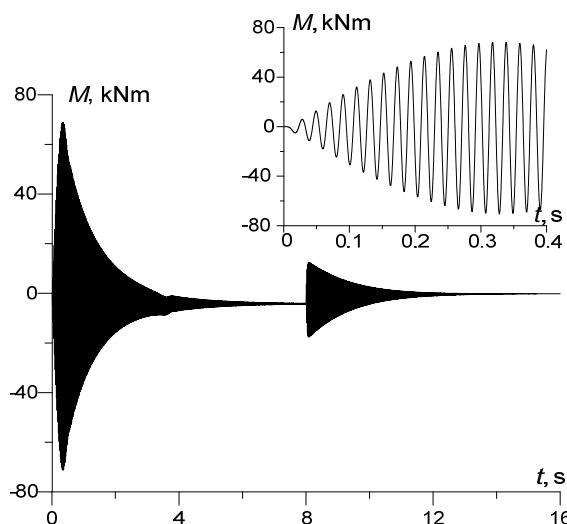
Na rysunkach 4, 5 przedstawiono chwilowe momenty sprężystości w sprzęgle elastycznym w drugim i trzecim eksperymencie. Prowadząc analizę porównawczą eksperymentów przedstawionych na rysunkach 3, 4, 5 zauważamy wzrastającą wartość momentu sprężystości. Wynika to z przybliżaniem się wartości własnej częstotliwości do stanu rezonansu. Na rysunku 4 przedstawiono stan dudnienia drgań występujący bezpośrednio przed rezonansem, a na rysunku 5 widać wyraźnie stan rezonansowy. W porównaniu z rysunkiem 3 można stwierdzić, że w stanie dorezonansowym amplituda oscylacji momentu sprężystości podczas rozruchu jest około 6,5 razy większa, a w stanie rezonansowym moment sprężystości wzrasta o około 11 razy. Tak duże wzrosty momentu prowadzą nie tylko do nieprawidłowej pracy napędu. Z przeprowadzonej analizy wynika, że nie należy dopuszczać do pracy napędu w stanach dudnienia i rezonansu, które są stanami awaryjnymi dla układu pompowego.

W celu dokładniejszego przedstawienia wizualizacji częstotliwości drgań momentu sprężystości w pracy większości rysunków zawiera dodatkowe mini rysunki z

małym zakresem czasowym, na których dobrze widać własną rezonansową częstotliwość dwumasowego układu.

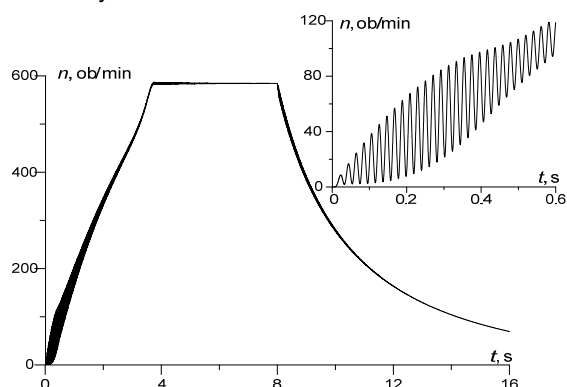


Rys.4. Chwilowy moment sprężystości w sprzęgle elastycznym. Drugi eksperyment



Rys.5. Chwilowy moment sprężystości w sprzęgle elastycznym. Trzeci eksperyment

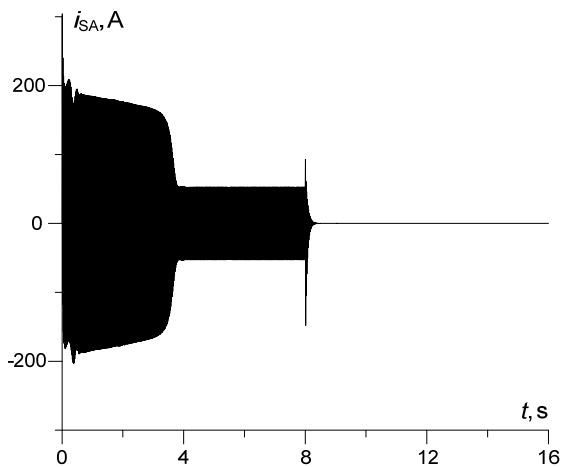
Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono przebiegi chwilowe: prędkości obrotowej napędu pompy (druga masa) oraz prądu fazy A stojana w trzecim eksperymencie w stanie rezonansowym.



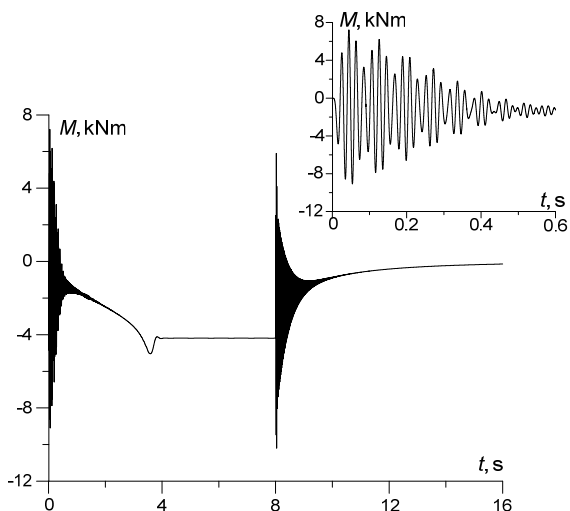
Rys.6. Chwilowa prędkość obrotowa drugiej masy (J_2) napędu hydraulicznego. Trzeci eksperyment

Rysunek 6 należy analizować w porównaniu z rysunkiem 2. Z analizy porównawczej widać wzrost amplitudy drgań prędkości, co związane jest z

rezonansowymi procesami w napędzie. Z punktu widzenia fizyki stosowanej można zauważyć wzajemne oddziaływanie fal mechanicznej i elektromagnetycznej. W podukładzie elektrycznym taki wpływ jest mniejszy. Procesy rezonansowe w podukładzie mechanicznym są bardziej odczuwalne w porównaniu do podukładu elektrycznego.



Rys.7. Chwilowy prąd w uzwojeniu fazy A stojana. Trzeci eksperyment



Rys.8. Chwilowy moment sprężystości w sprzęgle elastycznym. Czwarty eksperyment

Na rysunku 8 przedstawiono przejściowy moment sprężystości w sprzęgle elastycznym dla czwartego eksperymentu. W tym przypadku układ znajduje się znacząco poza rezonansem. W porównaniu z rysunkiem 3 z pierwszego eksperymentu wartości momentów sprężystości różnią się w niewielkim stopniu. Natomiast sprzęgło o dużej sztywności niedostatecznie tłumia pasyżnicze drgania w transmisji ruchu napędu.

Wnioski

1. Dla analizy procesów nieustalonych w napędzie hydraulicznym transmisję ruchu układu napędowego należy rozpatrywać, jako układ podatny. W prostszym przypadku, jako system o parametrach skupionych, a w złożonych układach, jako układ o parametrach rozłożonych.
2. Ważnym pytaniem na etapie projektowania transmisji ruchu napędów jest prawidłowy dobór sprzęgieł elastycznych. Nieprawidłowy ich wybór może spowodować nie tylko awarię, a szczególnie w napędach wielkiej mocy poważne wypadki.
3. Bardzo ważnym jest także pytanie o niezawodność transmisji ruchu napędów asynchronicznych, sterowanych przez przemienniki częstotliwości. Takie układy napędowe są bardziej podatne na pracę w stanach rezonansowych oraz około rezonansowych (dudnienie).
4. Ważnym kryterium wyboru sprzęgła elastycznego w transmisji ruchu jest jego główne przeznaczenie: tłumienie różnego rodzaju drgań pasożytniczych. Dobór sprzęgieł należy dokonywać po uprzedniej analizie całego układu napędowego. Badania eksperymentalne są kosztowne a czasami niebezpieczne i dla efektywnego rozwiązywania postawionych zadań powinien być wykorzystany aparat modelowania matematycznego.

Autor: dr inż. Andrzej Szafraniec, Uniwersytet Technologiczno – Humanistyczny, Wydział Transportu i Elektrotechniki, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, E-mail: a.szafraniec@uthrad.pl

LITERATURA

- [1] Czaban A., Zasada Hamiltona-Ostrogradskiego w układach elektromechanicznych, *Wydawnictwo T. Soroki*, Lwów (2015), 464
- [2] Rusek A., Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykorzystania. Monografia. *Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej*, Częstochowa, (2012)
- [3] Lis M., Modelowanie matematyczne procesów nieustalonych w wielomaszynowym układzie napędowym o złożonej transmisji ruchu, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 12, 253-256
- [4] Szafraniec A., Sterowanie optymalne wielosilnikowych układów napędowych w systemach transportowych i przemysłowych, *Zeszyty Naukowe Syberyjskiej Akademii Samochodowej* nr T08D07/2003/8, Omsk, (2003), 16-19
- [5] Czaban A., Lis M., Klatow K., Nowak M., Patro M., Model matematyczny napędu synchronicznego o podatnej transmisji ruchu w fizycznych współrzędnych prądów (A-model), *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 12, 29-32
- [6] Popenada A., Proste modele matematyczne wałów napędowych i przekładni mechanicznych. Obwody elektryczne i mechaniczne, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 12, 137-140
- [7] White D.C., Woodson H.H., *Electromagnetic Energy Conversion*, John Wiley & Sons Inc, New-York, (1958)
- [8] Jędrał W., Karaśkiewicz K., Szymczyk J., Badanie nieustalonych stanów pracy i charakterystyk zupełnych pomp wirowych, *Instal* 11 (2013), 21-24
- [9] Zhang D., Shi W., Chen B., Guan X., Unsteady flow analysis and experimental investigation of axial-flow pump, *Journal of Hydrodynamics*, (2010), V. 22(1), 35-43
- [10] Mandrus W., Żuk W., *Hydraulika, napędy hydrauliczne i pneumatyczne maszyn wojskowych*, Lwów, ACB, (2013), 372