

doi:10.15199/48.2017.02.58

Ocena przydatności relatywistycznej wiązki cząstek naładowanych do wytwarzania silnych impulsowych pól magnetycznych

Streszczenie. W artykule opisano metodę wyznaczania rozkładu przestrzennego indukcji pola magnetycznego i natężenia pola elektrycznego, które są wytwarzane przez relatywistyczne wiązki cząstek naładowanych. Opisaną metodę zastosowano do wyznaczania rozkładów tych pól w otoczeniu paczki protonów przyspieszanych w LHC. Wykazano, że takie paczki wytwarzają silne impulsowe pola magnetyczne o indukcji od kilkuset do kilkudziesięciu T w obszarze o rozmiarach kilku cm. Pola te mogą być z powodzeniem wykorzystane do badania właściwości materiałów w nowej, dotychczas nie osiągalnej skali przedziałów czasu rzędu fs.

Abstract. The estimation method of the spatial distribution of the magnetic field induction and the electric field intensity which are produced by a relativistic beam of charged particles is described in this paper. The described method is applied to estimation of this fields distribution in surroundings of protons bunch which are accelerated in the LHC. It is demonstrate, that such bunches producing of the pulsed high magnetic field with induction from a few hundred to a few dozen of T in space of dimension of a few cm. The fields are responsive for successfully application to research of a materials properties in a time interval of fs order, which are not available earlier. (Evaluation of suitability of relativistic beam particles to production of the pulsed high magnetic fields).

Słowa kluczowe: pole magnetyczne, silny impuls, akcelerator, cząstki, wiązka, zastosowanie.

Key words: magnetic field, high pulse, accelerator, particle, beam, application.

Wstęp

Silne impulsowe pola magnetyczne mają wiele ważnych zastosowań w badaniach naukowych i nowoczesnych technologiach. Do wytwarzania tych pól najczęściej używane są cewki, zasilane impulsem prądu elektrycznego o dużym natężeniu [1-3]. Ta metoda ma kilka istotnych wad, które wyznaczają górne wartości indukcji magnetycznej i czasu otrzymywanego impulsu. Najważniejsze wady wynikają ze stosunkowo dużej oporności elektrycznej i ograniczonej wytrzymałość mechanicznej materiału cewek oraz wzrostu ich temperatury. Z tych powodów podczas wytwarzania pól magnetycznych o indukcji przekraczającej 200-300 T cewka ulega zniszczeniu. Problemem jest również indukcyjność cewek, przewodów połączeniowych i baterii kondensatorów, która ogranicza czas narastania impulsu. Najsilniejsze impulsowe pola magnetyczne o indukcji 800-1000 T są wytwarzane metodą kompresji strumienia magnetycznego, ale ta metoda wymaga zastosowania dużej ilości materiałów wybuchowych i powoduje zniszczenie znacznej części układu doświadczalnego [4, 5].

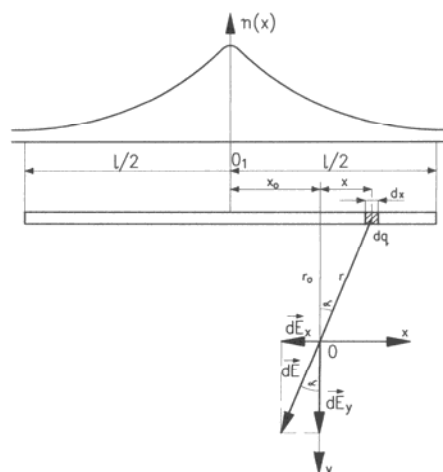
Oryginalne i obiecujące podejście do wytwarzania silnych impulsowych pól magnetycznych stanowi zastosowanie wiązki cząstek z akceleratora. Pierwsze eksperymenty tego typu zostały opisane przez H. C. Siegman'a i współpracowników [6-8]. Autor cytowanych badań skoncentrował się na doświadczalnym wykazaniu oddziaływania wiązki elektronów na namagnesowanie próbki. Do badań wykorzystali wiązkę relatywistycznych elektronów z liniowego akceleratora w Stanford o energii 50 GeV. Wiązka ta przechodziła przez próbkę i powodowała jej uszkodzenie. Była to więc niszcząca metoda badań. Ponadto, w cytowanych pracach autorzy jedynie oszacowali wartość indukcji pola magnetycznego, w którym była umieszczona próbka i nie uwzględnili, również obecnego, pola elektrycznego. Do obliczeń wykorzystali prawo Ampere'a, które może być stosowane tylko dla cząstek nierelatywistycznych.

W tym artykule przedstawiamy własną metodę wyznaczania rozkładu przestrzennego indukcji pola magnetycznego, które jest wytwarzane przez wiązkę relatywistycznych cząstek z akceleratora. Jest to metoda ogólna, wykorzystująca transformację Lorentza. Ponadto,

wyznaczamy również rozkład przestrzenny natężenia pola elektrycznego. Oba pola analizujemy na zewnątrz wiązki, gdzie możliwe jest prowadzenie badań nie niszczących. Opracowana metoda została zastosowana do wyznaczenia pól wytwarzanych przez wiązkę protonów przyspieszanych w akceleratorze LHC.

Metoda obliczeń

Na początku wyznaczony zostanie rozkład przestrzenny pola w układzie związanym z poruszającą się wiązką cząstek naładowanych. W tym układzie istnieje tylko pole elektryczne, ponieważ cząstki są nieruchome względem tego układu. Wiązka cząstek składa się z oddzielnych paczek, które mają symetrię osiową. Do obliczeń przyjmujemy prostokątny układ współrzędnych Oxy poruszający się wraz z paczką. Ponieważ paczka ma symetrię osiową, to można początkowo analizować rozkład w dwu wymiarach. Niech oś Ox tego układu będzie równoległa do osi paczki i kierunku jej ruchu, rys. 1.



Rys. 1. Układ odniesienia związany z paczką cząstek i przyjęty do obliczeń; O_1 – środek paczki, O – punkt wybrany do obliczenia natężenia pola, $n(x)$ – liniowa gęstość cząstek, $l/2$ – połowa długości paczki, dq – element ładunku, dE_x , dE_y dE – elementy natężenia pola elektrycznego odpowiednio: podłużny, poprzeczny i wypadkowy, r_0 – odległość punktu obliczeń od osi wiązki, x_0 – przesunięcie punktu obliczeń względem środka paczki

Oś Oy będzie miała wtedy kierunek radialny i prostopadły do kierunku ruchu. Każda z paczek ma długości l , natomiast gęstość ładunku w paczce opisywana jest rozkładem Gaussa, mającym maksimum w jej środku [9-11]. Rozmiary poprzeczne paczki wynoszą kilkadziesiąt μm . Badana próbka będzie umieszczona w odległości r_0 od osi paczki, wynoszącej kilka mm. Oznacza to, że rozmiary poprzeczne paczki są znacznie mniejsze od r_0 . W tej sytuacji można pominąć zmianę gęstości ładunku w kierunku radialnym i przyjąć do obliczeń jednowymiarowy rozkład normalny. Dla tego rozkładu liniowa gęstość ładunku $\rho(x_1)$ jest funkcją odległości $x_1 = x + x_0$ od środka paczki O_1 i wyraża się wzorem

$$(1) \quad \rho(x_1) = \frac{n_1 e}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right]$$

w którym: n_1 oznacza liczbę wszystkich ładunków w paczce, natomiast σ_x jest odchyleniem standardowym rozkładu normalnego. Symbol e oznacza ładunek elementarny.

Jak już wspomniano, w układzie związanym z paczką istnieje tylko pole elektryczne. Element wektora natężenia tego pola dE , wytwarzany przez element ładunku paczki $dq = \rho(x_1) \cdot dx$ w punkcie O , który znajduje się w odległości r od środka tego elementu, wyraża się z elektrostatyki wzorem [12]

$$(2) \quad dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r_0^2 + x^2}$$

Składowe tego elementu dE_x , dE_y , skierowane odpowiednio wzdłuż osi Ox i Oy , wyrażają się następującymi wzorami:

$$(3) \quad dE_x = dE \cos \alpha = dE \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + x^2}}$$

$$(4) \quad dE_y = dE \sin \alpha = dE \frac{x}{\sqrt{r_0^2 + x^2}}$$

Po podstawieniu wzorów (1) i (2) do wzorów (3) i (4) otrzymuje się następujące wzory dla składowych dE_x , dE_y w punkcie O :

$$(5) \quad dE_x = \frac{n_1 e}{4\pi\sqrt{2\pi}\epsilon_0\sigma_x} \frac{x \exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right]}{(r_0^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

$$(6) \quad dE_y = \frac{n_1 r_0 e}{4\pi\sqrt{2\pi}\epsilon_0\sigma_x} \frac{\exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right]}{(r_0^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

Wypadkowe składowe E_x , E_y natężenia pola elektrycznego w punkcie O obliczamy przez scałkowanie wyrażen (5) i (6) po całej długości paczki. Całki te wyrażają się następującymi wzorami:

$$(7) \quad E_x = \frac{n_1 e}{4\pi\sqrt{2\pi}\epsilon_0\sigma_x} \int_{-(\frac{l}{2}+x_0)}^{(\frac{l}{2}-x_0)} \frac{x \exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right]}{(r_0^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

$$(8) \quad E_y = \frac{n_1 e r_0}{4\pi\sqrt{2\pi}\epsilon_0\sigma_x} \int_{-(\frac{l}{2}+x_0)}^{(\frac{l}{2}-x_0)} \frac{\exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right]}{(r_0^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

Następnie wyznaczmy rozkład przestrzenny pola magnetycznego i elektrycznego w układzie $Ox'y'z'$ związanym z badaną próbką, który spoczywa. Osie tego układu są skierowane równoległe do odpowiednich osi

poprzednio przyjętego układu Oxy , który jest związany z paczką. W tym celu należy wykonać transformację Lorentza obliczonych składowych E_x , E_y . Transformacja ta wyraża się następującymi wzorami ogólnymi [13]:

$$(9) \quad E'_x = E_x \quad E'_y = \gamma(E_y - vB_z) \quad E'_z = \gamma(E_z + vB_y)$$

$$(10) \quad B'_x = B_x \quad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{\beta}{c}E_z\right) \quad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{\beta}{c}E_y\right)$$

We wzorach wszystkie wielkości z oznaczeniem „prim” odnoszą się do układu związanego z próbką. Zgodnie z tym B'_x , B'_y , B'_z oznaczają składowe wektora indukcji pola magnetycznego w układzie próbek, natomiast B_x , B_y , B_z są składowymi wektora indukcji pola magnetycznego w układzie paczki. Symbole c , β i γ oznaczają odpowiednio: prędkość światła w próżni, stosunek prędkości cząstek v do prędkości światła próżni ($\beta = v/c$) oraz tzw. czynnik Lorentza wyrażający się wzorem

$$(11) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Zgodnie z uzyskanymi wcześniej wynikami, w układzie paczki są tylko dwie składowe pola elektrycznego E_x , $E_y \neq 0$. Dlatego, po zastosowaniu transformacji Lorentza ze wzorów (9), (10) otrzymujemy:

$$(12) \quad E'_x = E_x \quad E'_y = \gamma E_y \quad E'_z = 0$$

$$(13) \quad B'_x = 0 \quad B'_y = 0 \quad B'_z = -\gamma \frac{\beta}{c} E_y$$

Wzory (7), (8) oraz (12) i (13) zostały wykorzystane do obliczeń numerycznych składowych natężenia pola elektrycznego i indukcji magnetycznej w układzie próbek. Dla uproszczenia składowa indukcji pola magnetycznego B'_z będzie oznaczana w dalszej części artykułu jako B .

Dyskusja wyników

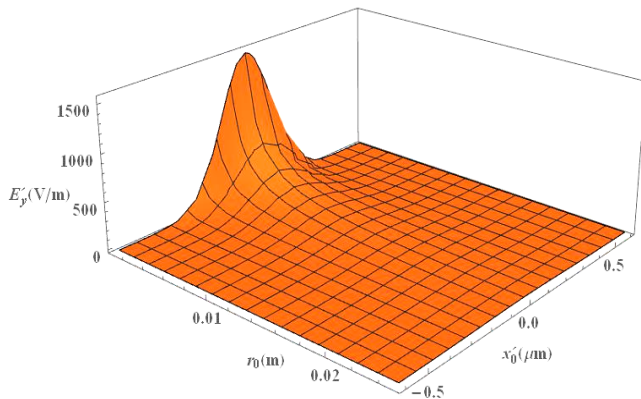
Do obliczeń wykorzystano dane zebrane w tabeli 1, którą opracowano na podstawie dostępnych w literaturze parametrów, charakteryzujących wiązkę protonów w LHC [14]. Ponadto, przyjęto odchylenie standardowe rozkładu Gaussa $\sigma_x = 0,2690 \cdot (//2)$. Oznacza to, że na zewnątrz odcinka o długości l gęstość liniowa ładunku jest mniejsza niż 0,1% maksymalnej gęstości w środku paczki i stanowi wartość, którą można pominąć. Rozkłady przestrzenne składowych natężenia pola elektrycznego E'_x , E'_y zostały przedstawione na rys. 2, 3. Rozkład przestrzenny indukcji pola magnetycznego B pokazuje rys. 4, natomiast na rys. 5 podano zależność indukcji pola magnetycznego B , jako funkcje odległości r_0 od osi paczki. Odległość r_0 mierzona jest w poprzecznej płaszczyźnie symetrii paczki, prostopadłej jej kierunku ruchu. W tej płaszczyźnie $x_0 = 0$.

Tabela 1. Parametry wiązki protonów w akceleratorze LHC

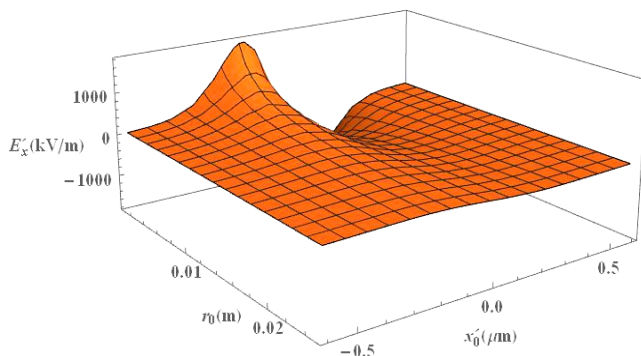
Nazwa parametru	Symbol	Wartość
Liczba cząstek (protonów) w paczce	n_1	$1,15 \cdot 10^{11}$
Długość paczki	l	7,55 cm
Promień paczki	r_p	16 μm
Energia cząstek	E	7 TeV
Prędkość cząstek	v	$0,999\,999\,991c$
Przyrost energii (czynnik Lorentza)	γ	$7,46 \cdot 10^3$

Otrzymane wyniki pokazują, że maksymalne wartości indukcji pola magnetycznego B znajdują się w poprzecznej płaszczyźnie symetrii paczki, dla której $x_0 = 0$ (rys. 4, 5). Te maksymalne wartości pojawiają się w momencie przechodzenia środka paczki w najmniejszej odległości od próbki. Średnica paczki protonów wynosi około 32 μm (tab. 1). Załóżmy, że rozmiary badanych próbek są około 1 mm i

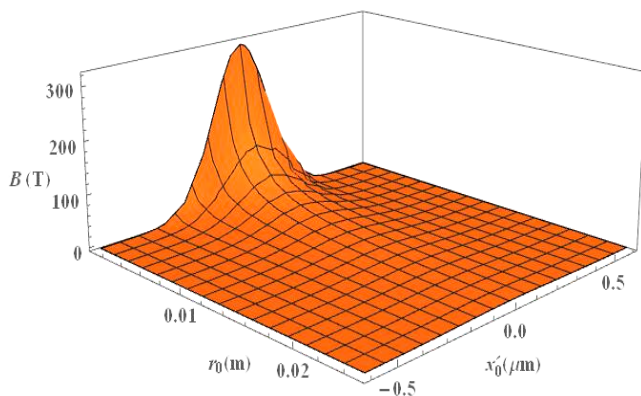
takie próbki będą umieszczane w odległości $r_0 = 1$ mm od osi paczki lub większej. Dla tych założeń z rys. 7 wynika, że górna granica zakresu indukcji pola magnetycznego użytecznego do badań dla próbek o rozmiarach milimetrycznych wynosi ok. 160 T. Wartość tej granicy maleje wraz odległością od osi paczki. Zgodnie z tym, w odległości $r_0 = 5$ mm od osi paczki granica ta wynosi 60 T. Te wartości indukcji magnetycznej są porównywalne z indukcjami pól wytwarzanych przy użyciu cewek [1, 2]. Dla porównania podamy jeszcze, że w odległości $r_0 = 50$ mm od osi paczki (odległość równa promieniowi rury akceleratora) indukcja pola magnetycznego maleje do 6 T.



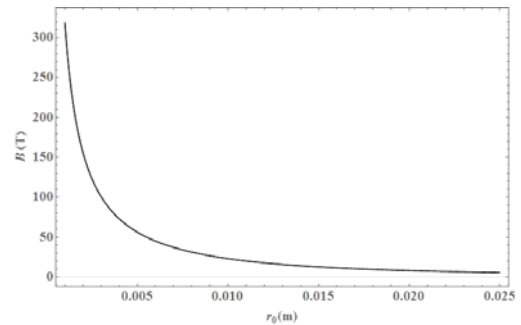
Rys. 2. Rozkład przestrzenny natężenia składowej poprzecznej natężenia pola elektrycznego E'_y w układzie próbki; r_0 – odległość punktu obliczeń od osi wiązki, x'_0 – przesunięcie punktu obliczeń względem środka paczki liczone w układzie próbki



Rys. 3. Rozkład przestrzenny natężenia składowej podłużnej natężenia pola elektrycznego E'_x w układzie próbki; współrzędne r_0 , x'_0 mają takie samo znaczenie jak na rys. 2



Rys. 4. Rozkład przestrzenny indukcji pola magnetycznego B w układzie próbki; r_0 – odległość punktu obliczeń od osi wiązki, r_0 , x'_0 mają takie samo znaczenie jak na rys. 2



Rys. 5. Zależność indukcji pola magnetycznego B' , jako funkcja odległości od osi paczki r_0 w poprzecznej płaszczyźnie symetrii paczki ($x'_0 = 0$) w układzie próbki

Jeżeli próbka zostanie umieszczona dalej od osi paczki, to wtedy graniczna wartości indukcji pola będzie mniejsza, ale pole to będzie bardziej jednorodne. W celu ilościowej oceny niejednorodności pola magnetycznego rozważmy sześcienną próbkę o boku 1 mm. Niech środek próbki będzie w odległości r_0 od osi paczki i bok ten będzie równoległy do kierunku r_0 . Niejednorodność pola magnetycznego w obszarze próbki zdefiniujemy następującym wzorem

$$(14) \quad k = \frac{|B_k - B_0|}{B_0} 100\%$$

w którym B_k , B_0 oznaczają indukcję pola magnetycznego odpowiednio: w środku próbki i na jej krawędzi. Dla wspomnianej wartości $r_0 = 5$ mm indukcja pola magnetycznego w środku próbki będzie $B_0 = 60$ T, natomiast dla odległości $r_0 = 10$ mm indukcja w środku próbki zmniejszy się do $B_0 = 35$ T. Korzystając ze wzoru (14) oraz z rys. 5 łatwo obliczyć, że w pierwszym przypadku $k < 9\%$, natomiast w drugim $k < 7\%$.

Analogiczna niejednorodność pola magnetycznego w próbce występuje również z przypadku pól magnetycznych, wytwarzanych przy użyciu cewek. Niejednorodność ta nie jest więc szczególną cechą pola wytwarzanego przez paczkę cząstek i nie stanowi istotnej przeszkody w prowadzeniu badań. Promień rury, w której porusza się paczka wynosi 5 cm, dlatego maksymalna objętość badanej próbki mogłaby wynosić kilka cm^3 [14]. Z powodu niejednorodności pola magnetycznego w tak dużej próbce, jej optymalna objętość powinna być ograniczona do kilkudziesięciu mm^3 . To również nie stanowi poważnego ograniczenia, ponieważ znane są przypadki badania w silnych polach magnetycznych próbek o objętości nawet kilku μm^3 [15]. Badanie próbek o małych rozmiarach zgodne jest też z aktualną potrzebą miniaturyzacji, między innymi w elektronice i nanotechnologii.

Próbka umieszczona w pobliżu paczki będzie poddana również działaniu impulsowego pola elektrycznego o składowych E'_x , E'_y (rys. 2, 3). Składowa E'_x wykazuje maksimum i minimum, które mają równe wartości i przeciwne znaki (rys. 3). Ponadto $E'_x = 0$ w płaszczyźnie symetrii paczki (rys. 3). Dlatego można powiedzieć, że E'_x jest antysymetryczną funkcją x_0 . Rozkład przestrzenny składowej E'_y jest podobny do rozkładu przestrzennego indukcji pola magnetycznego B , ponieważ zgodnie z transformacją Lorentza (zob. wzór 13) wielkości B i E'_y są wprost proporcjonalne. Działanie impulsowego pola elektrycznego na próbkę występuje również w przypadku impulsowych pól magnetycznych wytwarzanych w sposób konwencjonalny za pomocą cewek, albo kompresji strumienia magnetycznego. Pole elektryczne pojawia się wtedy, ponieważ zgodnie z prawem indukcji Faradaya, zmienne magnetyczne wytwarza zmienne pole elektryczne.

Łatwe zabezpieczenie przed tym polem dają ekrany wykonane z przewodzącego materiału. Takie zabezpieczenie przyrządów pomiarowych i próbek stosuje się w przypadku impulsowych pól magnetycznych, wytwarzanych w sposób konwencjonalny. Różnica polega na tym, że przewodnik z prądem (cewka) jest elektrycznie obojętny i nie wytwarza pola elektrycznego, natomiast poruszająca się paczka cząstek jest źródłem tego pola. Wynika stąd, że pole elektryczne nie jest istotną przeszkodą podczas badań.

Paczki cząstek mają prędkość bardzo bliską prędkości światła – są to tzw. cząstki ultrarelatywistyczne. Z tego powodu do obliczania indukcji pola magnetycznego, które one wytwarzają nie można stosować prawa Ampere'a. Prawo to może być stosowane tylko do obliczania pola magnetycznego, wytwarzanego przez ładunki poruszające się z prędkościami, które są małe w porównaniu z prędkością światła w próżni ($v \ll c$). Wtedy, zgodnie ze wzorem (11) czynnik Lorentza $\gamma \approx 1$ i ostatni ze wzorów (13) po przekształceniu daje „klasyczny” wzór na indukcję pola magnetycznego wokół prostoliniowego przewodnika z prądem, który jest stosowany w obliczeniach technicznych. Ze wzorów (12) i (13) wynika, że nie uwzględnienie czynnika γ daje po obliczeniach zaniżone wartości indukcji pola magnetycznego B i natężenia pola elektrycznego E' w układzie próbki. Ponadto, dla cząstek relatywistycznych zachodzi skrócenie Lorentza długości rozkładu przestrzennego pola elektrycznego, obserwowane w układzie próbki. Rozkład ten przyjmuje postać dysku bardzo spłaszczonego w kierunku ruchu paczki cząstek. Skrócenie Lorentza długości paczki daje również możliwość wytworzenia niezwykle krótkich impulsów pola magnetycznego trwających około 4 fs.

Wnioski

Zastosowanie wiązki cząstek z akceleratora do wytwarzania silnych, impulsowych pól magnetycznych usuwa liczne problemy związane z nagrzewaniem cewek, ich naprężeniami i niszczeniem. Umożliwia to również otrzymywanie metodą nieniszczącą wielokrotnie powtarzalnych impulsów pola magnetycznego. Bardzo ważną zaletą wykorzystania do tego celu wiązki cząstek są niskie koszty. W przypadku rozpoczęcia badań tą metodą nie trzeba ponosić kosztów związanych z budową samego źródła pola, ponieważ koszty te zostały poniesione już wcześniej podczas budowy akceleratora, przeznaczonego głównie do innych celów. Badania w polu magnetycznym wytwarzanym przez wiązkę z akceleratora stanowiłyby dodatkowy zakres, tzw. „wartość dodaną”, wykorzystania tego urządzenia. Nie trzeba również ponosić wysokich kosztów zasilania energią elektryczną, gdyż jest ona częścią kosztów normalnej eksploatacji akceleratora. Ponieważ pola magnetyczne, wytwarzane przez paczki cząstek z akceleratora, mają unikalne i nie osiągalne innymi metodami parametry, to otwierają one nową dziedzinę badań. W tej dziedzinie można spodziewać się znaczących odkryć, np. w zakresie bardzo szybkich procesów przemagnesowania. Procesy te mają decydujące znaczenie

dla rozwoju metod szybkiego zapisu i odczytu informacji na nośnikach magnetycznych.

Autorzy: dr hab. Stanisław Bednarek, mgr Julian Ploszajski, Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Pomorska 149/153, 90-236 Łódź, E-mail: bedastan@uni.lodz.pl.

LITERATURA

- [1] Yokoi H., Kakudate Y., Usuba S., Yoshida M., Fuiwara S., Research on high magnetic field in NIMC, *Physica B*, 203 (1994), 584-588
- [2] Asano T., Sakai Y., Inoue K., Kido G., Maeda H., Development of Pulsed Magnets at the National Research Institute for Metals, in: High Magnetic Fields: Application, Generation, Materials, Schneider-Muntau H. J. (Editor) World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong (1997), 363-370
- [3] Campbell L.J., Schilling J.B., Controlled Waveform Magnets, in: High Magnetic Fields, Science and Technology, Vol. 1, Magnet Technology and Experimental Techniques, Herlach F., Noboru M. (Editors) World Scientific, New Jersey, London, Singapore, Shanghai, Hong Kong, Taipei, Bangalore (2003), 153-201
- [4] Nojiri H., Takamasu T., Todo S., Uchida K., Haryama T., Katori H.A., Goto T., Miura N., Generation of 500 T fields by electromagnetic flux compression and their application to cyclotron resonance, *Physica B*, 201 (1994), p. 579-583
- [5] Kane B. E., Dzurak A.S., Facer G.R., Clark R. G., Starrett R.P., Skougarevsky A., Lumpkin N.E., Measurement instrumentation for electrical transport experiments in extreme pulsed magnetic fields generated by flux compression, *Review of Scientific Instruments*, 69 (1997), n.10, 3843-3860
- [6] Siegmenn H.C., Magnetism in the picosecond time scale with electron accelerators, *Europhysics News*, 31 (2000), n.6, 24-25
- [7] Back C.H., Siegmenn H.C., Ultrashort magnetic field pulses and elementary process of magnetization reversal, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 200 (1999), 774-785
- [8] Siegmenn H.C., Garwin E.L., Prescott C.Y., Heidmann J., Mauri D., Weller D., Allenspech R., Weber W., Magnetism with picosecond field pulses, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 151 (1995), L8-L12 (Letter to the Editor)
- [9] Wu Chao A., Mess K. H., Tinger M., Zimmermann F., Handbook of Accelerators Physics and Engineering, World Scientific, Singapore, New Jersey, London Hong Kong (2013), 251
- [10] Conte M. MacKay W., Introduction to the Physics of Particle Accelerators, World Scientific, Singapore, New Jersey, London Hong Kong (2007), 173
- [11] Lee S. Y., Accelerator Physics, World Scientific, Singapore, New Jersey, London Hong Kong (2011), 94
- [12] Griffiths D.J. Introduction to Electrodynamics, Prentice Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey (1981), 471
- [13] Purcell E.M., Electricity and Magnetism, Berkeley Physics Course, Vol. 2, McGraw-Hill Book Company, New York (1965), 252
- [14] Ruggiero F., Nominal LHC parameters, www.lhc-data-exchange.web.cern.ch/lhc-data/exchange/rugiero.pdf (dostęp: 03.02.2015) 7th LTC meeting, 28 May (2003)
- [15] Mackay K., Bonfim M., Givord D., Fontaine A., 50 T pulsed magnetic fields in microcoil, *Journal of Applied Physics*, 87 (2000), n. 4, 1996-2002