

Wykorzystanie metody zmiennych stanu w analizie rozkładu przebiegów nieustalonych dla zwarcia w wielofazowej linii długiej

Streszczenie: W artykule przedstawiono strukturę modelu łańcuchowego, oraz metodę obliczeń stanu nieustalonego inicjowanego zwarcie zlokalizowanym w wybranym miejscu linii długiej jednofazowej lub trójfazowej. Warunki początkowe wyznaczone są z istniejącego stanu ustalonego w strukturze łańcucha przed zwarcie.

Abstract: The article presents the structure of the model chain, and the method of calculation of the transient short-circuit initiated located at the desired location long line single-phase or three-phase. Initial conditions are determined from the existing steady state within the chain structure against short circuits. (**Application of state variables in the analysis of the distribution of transients for the local short-circuit in the multiphase transmission line.**)

Słowa kluczowe: linie przesyłowe, metoda zmiennych stanu, stany nieustalone

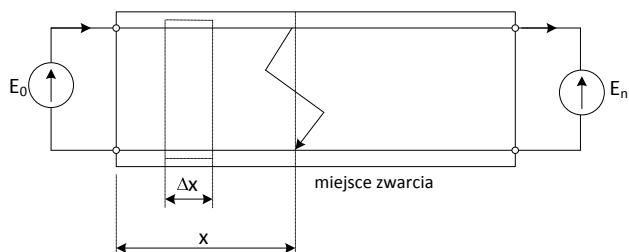
Key words: transmission lines, method of state variables, transients state

Wstęp

Podstawy teoretyczne analizy linii długich (torów elektrycznych) zostały sformułowane w drugiej połowie XIX wieku w związku z budową podmorskich kabli telegraficznych łączących Anglię z Danią w 1855 r. oraz Europę i Amerykę w 1885 r. Za pierwszych i klasycznych twórców teorii i sformułowania podstawowych równań („równań telegrafistów”) uważani są Wiliam Thomson (lord Kelvin) oraz Olivier Heaviside. Do czasów współczesnych nadal obserwuje się niezwykle interesujący rozwój metod analizy i opisu zachodzących zjawisk w różnych aspektach aplikacyjnych szczególnie z uwzględnieniem przesyłania sygnałów w teleinformatyce lub w energetyce [4,7,10]. Klasyfikacyjnie linia długa należy do obwodów o parametrach rozłożonych, których analiza wymaga zastosowania równań falowych. Prezentowane w literaturze [6,8,9] z tej problematyki wybrane metody obliczeniowe w ujęciu falowym dotyczą zasadniczo analizy tylko przebiegów zaciskowych wejścia-wyjścia dla linii jako całości. Nie jest możliwe zastosowanie i adoptowanie tych metod do badania zakłóceń lokalnych w liniach wielotorowych (w tym trójfazowych) z uwzględnieniem sprzężeń indukcyjnych i pojemnościowych.

Przedmiotem niniejszego opracowania jest przedstawienie modelu i metody analizy oraz wyznaczania przebiegów chwilowych prądów i napięć generowanych w stanach awaryjnych przez zwarcia lokalne w jedno i trójfazowej linii długiej wysokich napięć prądu przemiennego (HVAC).

Sformułowanie teoretyczne modelu i równań stanu dla toru jednofazowego i trójfazowego

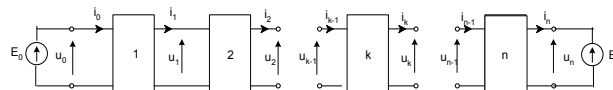


Rys.1. Schemat linii długiej jednofazowej

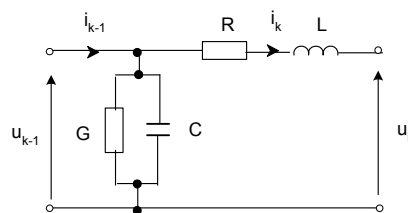
Głównym założeniem wstępnym jest przedstawienie linii jednofazowej jako łańcucha ($k=1,2,\dots,n$) czworników (rys.1) złożonych z elementów skupionych R,L,G,C. Należy

podkreślić, że tak sformułowany model mimo, że jest oparty na elementach skupionych, w zależności od liczby uwzględnionych czworników daje także możliwości przybliżonego opisu falowego. Opisany model pozwala na sformułowanie efektywnych algorytmów obliczeń zwarc lokalnych w dowolnym punkcie wewnętrznym linii. Opis modelu dotyczy wprawier linii jednofazowej, następnie trójfazowej z uwzględnieniem sprzężeń pojemnościowych i indukcyjnych.

Zaciski wyjściowe lokalnego czwornika w miejscu zwarcia oznaczono jako $k_z = [nx/l]$, gdzie k_z oznacza indeks zacisków wyjściowych czwornika w miejscu zwarcia, l - długość linii, x - odległość miejsca zwarcia od początku linii, n - ilość całkowitą ogniw łańcucha oraz oznaczenie operacji części całkowitej ułamka $entier=[]$.



Rys.2. Łańcuch „n” czworników modelujących linię długą



Rys.3. Elementy RLGC pojedynczego czwornika typu Γ

Dla toru jednofazowego podstawowe równania prądowe i napięciowe (Kirchhoffa) poszczególnych czworników ($k=1,2,\dots,n$) mają znaną postać :

czwornik: 1

$$(1) \quad i_0 = i_1 + C \frac{du_0}{dt} + Gu_0$$

$$(2) \quad u_0 = u_1 + L \frac{di_1}{dt} + Ri_1$$

czwornik: k

$$(3) \quad i_{k-1} = i_k + C \frac{du_{k-1}}{dt} + Gu_{k-1}$$

$$(4) \quad u_{k-1} = u_k + L \frac{di_k}{dt} + Ri_k$$

czwornik: n

$$(5) \quad i_{n-1} = i_n + C \frac{du_{n-1}}{dt} + Gu_{n-1}$$

$$(6) \quad u_{n-1} = u_n + L \frac{di_n}{dt} + Ri_n$$

Z każdego równania ($k=1, \dots, n$) wyznacza się pochodną prądu i napięcia

$$(7) \quad L \frac{di_k}{dt} = -Ri_k - u_k + u_{k-1}$$

$$(8) \quad C \frac{du_k}{dt} = i_k - Gu_k - i_{k+1}$$

ustawiając za przemian kolejne wielkości prądów i napięć w postaci macierzy kolumnowej tworzącej zmienne stanu

$$(9) \quad \mathbf{w} = [i_1, u_1, i_2, u_2, \dots, i_k, u_k, \dots, i_n]_{2n-1}^T$$

Pozostawiając pierwsze (1) równanie poza macierzą, z pozostałych tworzy się zapis macierzowy w postaci kolumny pochodnych (7) i (8) prądów i napięć powiązanych z kolumną \mathbf{w} jak przedstawiono niżej

$$\begin{bmatrix} L & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \vdots & \vdots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & L & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & C & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_1 \\ \vdots \\ i_k \\ u_k \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ i_n \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -R & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -G & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -R & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -R & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \dots & 0 & 1 & -G & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -G & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_1 \\ \vdots \\ i_k \\ u_k \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ i_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -e_n \end{bmatrix}$$

W równaniu powyższym pojawiła się macierz kwadratowa diagonalna związana z parametrami L, C oraz macierz trójdzielna o rozmiarze $(2n-1) \times (2n-1)$ związana z parametrami R, G .

W celu uproszczenia zapisu powyższego równania, wprowadzono skrócone oznaczenia dla występujących w nim macierzy

$$(10) \quad \mathbf{D} \frac{d}{dt} \mathbf{w} = \mathbf{H} \mathbf{w} + \mathbf{e}$$

gdzie oznaczono kolejno diagonalną i trójdzielną macierz \mathbf{D}, \mathbf{H}

$$(11) \quad \mathbf{D} = \text{diag}_1(L, C)_{2n-1}, \quad \mathbf{H} = \text{diag}_3(1, -R, -G, -1)_{2n-1}$$

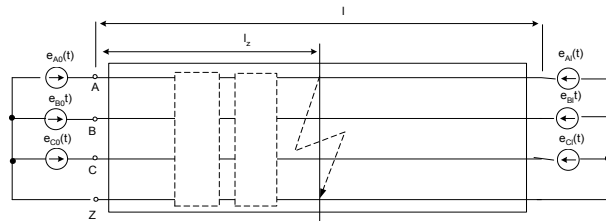
Po pomnożeniu stronami równania (10) przez \mathbf{D}^{-1} uzyskuje się równanie różniczkowe macierzowe w formie kanonicznej dla zmiennych stanu w postaci

$$(12) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{w} = \mathbf{M} \mathbf{w} + \mathbf{v}$$

gdzie wprowadzono oznaczenia nowych macierzy

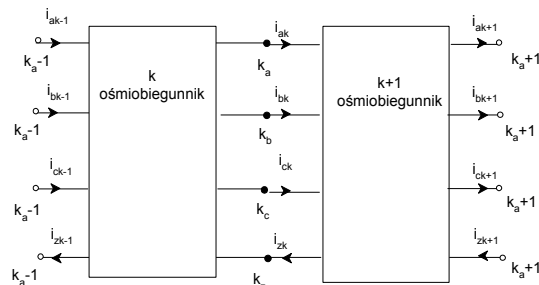
$$(13) \quad \mathbf{M} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{H}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{e} \quad \mathbf{e} = [e_0(t), 0, \dots, 0, e_n(t)]_{2n-1}^T$$

Podobnie jak dla toru jednofazowego rozpatrzony będzie tor trójfazowy (rys.4)

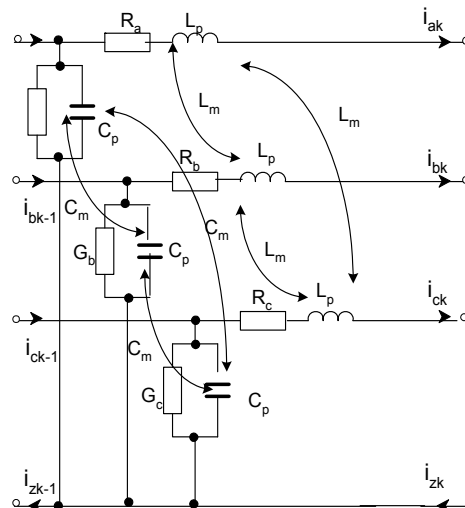


Rys.4. Linia długa HVAC trójfazowa z zaznaczeniem zwarcia lokalnego w fazie „a”

Wstępnym założeniem jest przedstawienie linii jako połączenia łańcuchowego ośmiobiegunników zastępczych dowolnego odcinka Δx linii trójfazowej jako przekroju dwu ośmiobiegunników o parametrach skupionych R_p, L_p, G_p, C_p oraz sprzężeń L_m, C_m (rys.5 oraz rys.6).



Rys.5. Oznaczenia prądów i napięć w łańcuchu dwu ośmiobiegunników (jako przekroju)



Rys.6. Parametry odcinka linii, elementu łańcucha jako ośmiobiegunnika, RLGC oraz sprzężeń L_m, C_m

Przyjęto oznaczenia dla wielkości związanych z poszczególnymi fazami linii dodatkowym indeksem (a, b, c), i numerem odcinka (k).

Równania Kirchhoffa prądowe i napięciowe dla kolejnych przekrojów to:

$$(14) \quad i_{ak-1} = i_{ak} + G_a u_{ak} + C_p \frac{du_{ak}}{dt} + C_m \frac{du_{bk}}{dt} + C_m \frac{du_{ck}}{dt}$$

$$(15) \quad u_{ak-1} = u_{ak} + R_a i_{ak} + L_p \frac{di_{ak}}{dt} + L_m \frac{di_{bk}}{dt} + L_m \frac{di_{ck}}{dt}$$

faza (b)

$$(16) \quad i_{bk-1} = i_{bk} + G_b u_{bk} + C_p \frac{du_{bk}}{dt} + C_m \frac{du_{ak}}{dt} + C_m \frac{du_{ck}}{dt}$$

$$(17) \quad u_{bk-1} = u_{bk} + R_b i_{bk} + L_p \frac{di_{bk}}{dt} + L_m \frac{di_{ak}}{dt} + L_m \frac{di_{ck}}{dt}$$

faza (c)

$$(18) \quad i_{ck-1} = i_{ck} + G_c u_{ck} + C_p \frac{du_{ck}}{dt} + C_m \frac{du_{ak}}{dt} + C_m \frac{du_{bk}}{dt}$$

$$(19) \quad u_{ck-1} = u_{ck} + R_c i_{ck} + L_p \frac{di_{ck}}{dt} + L_m \frac{di_{ak}}{dt} + L_m \frac{di_{bk}}{dt}$$

W celu uformowania układu równań różniczkowych, wyznacza się pochodne prądów i napięć kolejnych przekrojów. Uwzględniając ponadto, że w każdym przekroju spełnione jest równanie prądowe otrzymuje się następujące zależności:

faza (a)

$$(20) \quad L_p \frac{di_{ak}}{dt} + L_m \frac{di_{bk}}{dt} + L_m \frac{di_{ck}}{dt} = -R i_{ak} + u_{ak-1} - u_{ak}$$

$$(21) \quad C_p \frac{du_{ak}}{dt} + C_m \frac{du_{bk}}{dt} + C_m \frac{du_{ck}}{dt} = -G u_{ak} + i_{ak-1} - i_{ak}$$

faza (b)

$$(22) \quad L_p \frac{di_{bk}}{dt} + L_m \frac{di_{ck}}{dt} + L_m \frac{di_{ak}}{dt} = -R i_{bk} + u_{bk-1} - u_{bk}$$

$$(23) \quad C_p \frac{du_{bk}}{dt} + C_m \frac{du_{ck}}{dt} + C_m \frac{du_{ak}}{dt} = -G u_{bk} + i_{bk-1} - i_{bk}$$

faza (c)

$$(24) \quad L_p \frac{di_{ck}}{dt} + L_m \frac{di_{ak}}{dt} + L_m \frac{di_{bk}}{dt} = -R i_{ck} + u_{ck-1} - u_{ck}$$

$$(25) \quad C_p \frac{du_{ck}}{dt} + C_m \frac{du_{ak}}{dt} + C_m \frac{du_{bk}}{dt} = -G u_{ck} + i_{ck-1} - i_{ck}$$

Pozostawiając równania (14), (16), (18) dla $k=1$ poza macierzą, a z pozostałych wybierając na przemian wielkości prądów i napięć można utworzyć macierze diagonalne.

W celu skrócenia zapisu oznaczmy przez \mathbf{w}_a , \mathbf{w}_b , \mathbf{w}_c kolumny (wektory) jako zmienne stanu na przemian prądów i napięć kolejnych ośmiobiegunków faz (a, b, c)

$$(26) \quad \mathbf{w}_a = [i_{a1}, u_{a1}, i_{a2}, u_{a2}, \dots, u_{an-1}, i_{an}]_{2n-1}^T$$

$$(27) \quad \mathbf{w}_b = [i_{b1}, u_{b1}, i_{b2}, u_{b2}, \dots, u_{bn-1}, i_{bn}]_{2n-1}^T$$

$$(28) \quad \mathbf{w}_c = [i_{c1}, u_{c1}, i_{c2}, u_{c2}, \dots, u_{cn-1}, i_{cn}]_{2n-1}^T$$

Zapisane wyżej oddzielne równania dla każdego czwórnika, w celu ich dalszej analizy mogą być zestawione jako równania macierzowe postaci

$$(29) \quad \mathbf{D}_p \frac{d}{dt} \mathbf{w}_a + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_b + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_c = \mathbf{H}_a \mathbf{w}_a + \mathbf{e}_a$$

$$(30) \quad \mathbf{D}_p \frac{d}{dt} \mathbf{w}_b + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_c + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_a = \mathbf{H}_b \mathbf{w}_b + \mathbf{e}_b$$

$$(31) \quad \mathbf{D}_p \frac{d}{dt} \mathbf{w}_c + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_a + \mathbf{D}_m \frac{d}{dt} \mathbf{w}_b = \mathbf{H}_c \mathbf{w}_c + \mathbf{e}_c$$

gdzie oznaczone macierze określone są przez parametry własne i parametry sprzężeń następującymi wzorami: jako macierze diagonalne

$$\mathbf{D}_p = \mathbf{diag}_1(L_p, C_p)_{2n-1}, \mathbf{D}_m = \mathbf{diag}_1(L_m, C_m)_{2n-1}$$

jako macierze trójdzielne

$$\mathbf{H}_a = \mathbf{diag}_3(1, -R_a, -G_a, -1)_{2n-1}$$

$$\mathbf{H}_b = \mathbf{diag}_3(1, -R_b, -G_b, -1)_{2n-1}$$

$$\mathbf{H}_c = \mathbf{diag}_3(1, -R_c, -G_c, -1)_{2n-1}$$

jako macierze kolumnowe

$$\mathbf{e}_a = [e_{a0}, 0, \dots, 0, e_{an}]_{2n-1}^T$$

$$\mathbf{e}_b = [e_{b0}, 0, \dots, 0, e_{bn}]_{2n-1}^T$$

$$\mathbf{e}_c = [e_{c0}, 0, \dots, 0, e_{cn}]_{2n-1}^T$$

Celowe jest zwinienie trzech równań macierzowych (11,12,13) dla oddzielnych dla faz (a, b, c) jednym równaniem, macierzowym postaci

$$(32) \quad \begin{bmatrix} \mathbf{D}_p & \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_m \\ \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_p & \mathbf{D}_m \\ \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_p \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_b \\ \mathbf{w}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_a & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_b & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_c & \mathbf{H}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_b \\ \mathbf{w}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_a \\ \mathbf{e}_b \\ \mathbf{e}_c \end{bmatrix}$$

Powyższe równanie pozwala na skrócony zapis w postaci

$$(33) \quad \mathbf{D} \frac{d}{dt} \mathbf{w} = \mathbf{H} \mathbf{w} + \mathbf{e}$$

gdzie wprowadzono oznaczenia

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_p & \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_m \\ \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_p & \mathbf{D}_m \\ \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_b \\ \mathbf{w}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_a & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_b & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_a \\ \mathbf{e}_b \\ \mathbf{e}_c \end{bmatrix}$$

a następnie mnożąc stronami przez \mathbf{D}^{-1} otrzymuje się równanie

$$(34) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{w} = \mathbf{M} \mathbf{w} + \mathbf{v}$$

przy czym

$$\mathbf{M} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{H}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{e}$$

Otrzymane równanie (34) dla toru trójfazowego jest identyczne jak (12) dla toru jednofazowego. Różnica występuje tylko w rozmiarze macierzy, który dla układu jednofazowego równy jest $2n-1$, a dla trójfazowego $6n-3$.

Identyczna forma równań pozwala na zastosowanie jednakowych metod ich rozwiązania.

Metoda rozwiązania równań

Zgodnie z ogólną teorią przedstawioną w [4], rozwiązanie macierzowego równania różniczkowego (12) i (34), przedstawione jest przez macierzową funkcję wykładniczą i całkę spłotową w postaci

$$(35) \quad \mathbf{w}(t) = \exp[\mathbf{M}(t-t_0)] \mathbf{w}_{(t=t_0)} + \int_{t_0}^t \exp[\mathbf{M}(t-\tau)] \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

Przy czym $\mathbf{w}_{(t=t_0)}$ oznacza zadaną wartość początkową rozwiązania.

Rozwiązanie przedstawione wzorem (35) dotyczy dowolnego wymuszenia $\mathbf{v}(t)$, a więc przy dowolnych przebiegach napięć zasilających \mathbf{e}_a , \mathbf{e}_b , \mathbf{e}_c .

W celu uniknięcia obliczania całki spłotowej (35) w przypadku wymuszenia stałego lub sinusoidalnego jest możliwe zastosowanie metody stanu przejściowego i ustalonego.

Jako wyjściowe założenia przyjmuje się sinusoidalne symetryczne układy napięć zasilających na początku linii

$$e_a(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \varphi)$$

$$e_b(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \varphi - 2\pi/3)$$

$$e_c(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \varphi - 4\pi/3)$$

Możliwość zmiany obciążenia linii realizowana jest przez zmianę parametrów ostatniego czwórnika ($k=n$) np. dla obciążenia rezystancyjnego, przez dodanie do rezystancji linii rezystancji dodatkowej $R_p + R_{(obc)}$.

W zapisie zespolonym napięcia zasilające wyrażone są wzorami

$$e_a(t) = \text{Im}[e_a(t)], \quad e_a(t) = \sqrt{2} \underline{E}_a e^{j\omega t}, \quad \underline{E}_a = E e^{j\varphi}$$

$$e_b(t) = \text{Im}[e_b(t)], \quad e_b(t) = \sqrt{2} \underline{E}_b e^{j\omega t}, \quad \underline{E}_b = \underline{E}_a e^{j(-2\pi/3)}$$

$$e_c(t) = \text{Im}[e_c(t)], \quad e_c(t) = \sqrt{2} \underline{E}_c e^{j\omega t}, \quad \underline{E}_c = \underline{E}_a e^{-j4\pi/3}$$

Rozwiązanie w stanie ustalonym równania (34) poszukiwane będzie w postaci

$$(36) \quad \underline{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{W}}_a \\ \underline{\mathbf{W}}_b \\ \underline{\mathbf{W}}_c \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \underline{\mathbf{v}} = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{E}}_a \\ \underline{\mathbf{E}}_b \\ \underline{\mathbf{E}}_c \end{bmatrix} e^{j\omega t}$$

gdzie

$$\underline{\mathbf{E}}_a = [\underline{E}_a, 0 \dots 0]_{2n-1}^T$$

$$\underline{\mathbf{E}}_b = [\underline{E}_b, 0 \dots 0]_{2n-1}^T$$

$$\underline{\mathbf{E}}_c = [\underline{E}_c, 0 \dots 0]_{2n-1}^T$$

Przy uwzględnieniu, że w stanie ustalonym lewa strona w równaniu (34) może być wyrażona wzorem

$$\frac{d}{dt} \underline{\mathbf{W}}_u e^{j\omega t} = j\omega \mathbf{I} \underline{\mathbf{W}}_u e^{j\omega t}$$

po podstawieniu do (34) i wykonaniu operacji różniczkowania oraz przekształceniu uzyskuje się rozwiązanie ustalone dla wartości zespolonych w postaci

$$(37) \quad \underline{\mathbf{W}}_{u1} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{W}}_a \\ \underline{\mathbf{W}}_b \\ \underline{\mathbf{W}}_c \end{bmatrix} = (j\omega \mathbf{I} - \mathbf{M}_{t < t_0})^{-1} \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{E}}_a \\ \underline{\mathbf{E}}_b \\ \underline{\mathbf{E}}_c \end{bmatrix}$$

gdzie: \mathbf{I} oznacza macierz jednostkową, indeksy $t < t_0$ oraz u_1 oznaczają, że macierz \mathbf{M} utworzona jest dla parametrów linii przed zwarciem. Przebiegi chwilowe ustalone przed zwarciem określone są wzorem

$$(38) \quad \underline{\mathbf{w}}_{u1}(t) = \text{Im}(\sqrt{2} \underline{\mathbf{W}}_{u1} e^{j\omega t})$$

Dla wyznaczonego wyżej stanu ustalonego przed zwarciem oraz dla wybranej chwili t_0 warunki początkowe wyznacza się z zależności

$$(39) \quad \underline{\mathbf{w}}_{u1}(t_0) = \text{Im}(\sqrt{2} \underline{\mathbf{W}}_{u1} e^{j\omega t_0})$$

Podobnie wyznacza się stan ustalony po zwarciu ze wzoru

$$(40) \quad \underline{\mathbf{W}}_{u2} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{W}}_a \\ \underline{\mathbf{W}}_b \\ \underline{\mathbf{W}}_c \end{bmatrix} = (j\omega \mathbf{I} - \mathbf{M}_{t > t_0})^{-1} \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{E}}_a \\ \underline{\mathbf{E}}_b \\ \underline{\mathbf{E}}_c \end{bmatrix}$$

gdzie indeks $t > t_0$ oznacza macierz \mathbf{M} utworzoną dla parametrów linii po zwarciu.

Końcowe rozwiązanie przebiegu chwilowego po zwarciu może być przedstawione wzorem

$$(41) \quad \underline{\mathbf{w}} = \exp[\mathbf{M}(t - t_0)] [\underline{\mathbf{w}}_{u1}(t_0) - \underline{\mathbf{w}}_{u2}(t_0)] + \text{Im}(\sqrt{2} \underline{\mathbf{W}}_{u2} e^{j\omega t})$$

Z macierzy kolumnowej $\underline{\mathbf{w}}$ przez dekompozycję uzyskuje się rozwiązanie dla wszystkich zacisków łańcucha dla faz (a, b, c) ($k=1, 2, \dots, n$) wybierając na przemian wielkości prądów i napięć. Oczywiście jako najbardziej interesujące są przebiegi prądów i napięć na początku linii ($k=0$), na końcu linii ($k=n$) i w miejscu zwarcia ($k=k_z$). Lokalizacji zwarcia odpowiada $k_z = \text{entier}[x/n]$.

Poza przedstawionym wyżej sposobem uzyskania rozwiązania równania dla linii jednofazowej (12), lub trójfazowej (34), istnieje możliwość bezpośredniego zastosowania metody całkowania cyfrowego (Ordinary Differential Equation Runge-Kuty) z aproksymacją np. rzędu ode23 lub ode45.

Zastosowanie

W celu sprawdzenia efektywności działania programu sformułowano program obliczeń na platformie MATLAB® i

wykonano obliczenia testujące. Wybrano dwa przykłady interesujące ze względu na wyniki:

Linia o długości :

$$l = 1000 \text{ km};$$

i parametrach jednostkowych:

$$R_0 = 0,2 \Omega/\text{km}$$

$$L_0 = 1,5e-3 \text{ H/km}$$

$$C_0 = 8 \text{ n F/km}$$

$$G_0 = 0,5e-8 \text{ S/km}$$

$$L_m = 0,50 L_0$$

$$C_m = 0,25 C_0$$

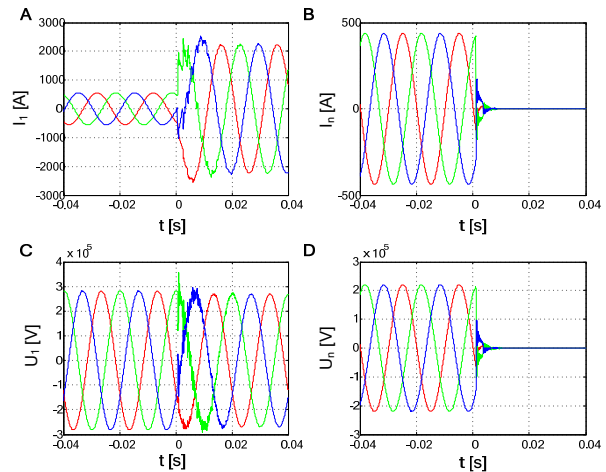
$$R_0 = [500, 500, 500] \Omega$$

Przy pracy symetrycznej dla danych:

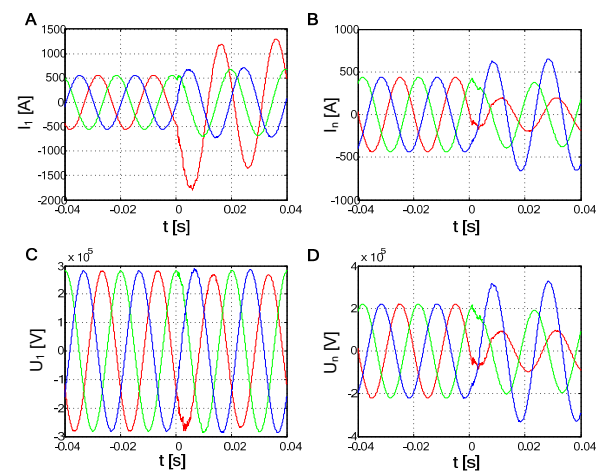
(i) $E_{a0} = E_{b0} = E_{c0} = E = 200 \text{ kV}$, $E_{an} = E_{bn} = E_{cn} = 0$, Rezystancja obciążenia $R_{an} = R_{bn} = R_{cn} = 500 \Omega$ konduktancja zwarcia symetrycznego $G_{zwa} = G_{zwb} = G_{zwc} = 10 \text{ S}$, zaciski zwarcia $k_z = 20$, liczba ogniw łańcucha $n = 50$ (rys.7)

(ii) konduktancja zwarcia jednofazowego w fazie (a) i fazach (b, c) znajdującym się w stanie bezawaryjnym $G_{zwa} = 10 \text{ S}$, $G_{zwb} = G_{zwc} = 0$, zaciski zwarcia $k_z = 20$, liczba ogniw łańcucha $n = 50$ (rys.8)

W załączeniu przedstawiono wykresy przebiegów prądów i napięć dla obu przykładów na początku i końcu linii.



Rys.7. Przebiegi prądów na początku (A) i końcu linii (B) oraz napięć na początku (C) i końcu (D) linii przy zwarciu trzech faz do ziemi dla $n=50$, $k_z=20$, $G_{zwa}=G_{zwb}=G_{zwc}=10 \text{ S}$, przypadek (i)

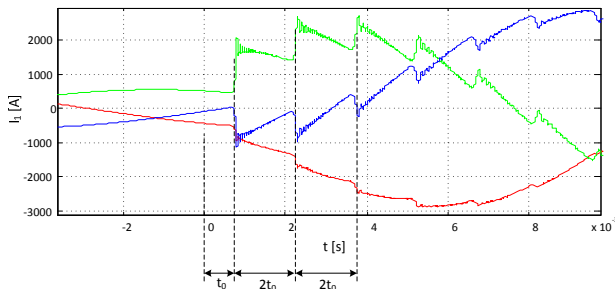


Rys.8. Przebiegi prądów na początku (A) i końcu linii (B) oraz napięć na początku (C) i końcu (D) linii przy zwarciu fazy „a” do ziemi dla $n=50$, $k_z=20$, $G_{zwa}=10 \text{ S}$, $G_{zwb}=G_{zwc}=0$, przypadek (ii)

Uwagi i wnioski

Przedstawiony w opracowaniu model, metoda analizy, oraz algorytm można ocenić jako efektywne narzędzie

obliczeniowe. Umożliwia wyznaczanie przebiegów napięć i prądów dla zwarć lokalnych w dowolnym miejscu linii trójfazowej. Ponadto przedstawiona metoda cechuje się pewną uniwersalnością pozwalającą na łatwą zmianę parametrów samej linii w tym niejednorodnej, to jest o parametrach jednostkowych zależnych od zmiennej przestrzennej x , również daje możliwość uwzględnienia połączenia linia napowietrzna-kabel, możliwość wyboru miejsca i rezystancji zwarcia oraz parametrów obciążenia. W przedstawionej metodzie można także uwzględnić dwustronne zasilanie linii.

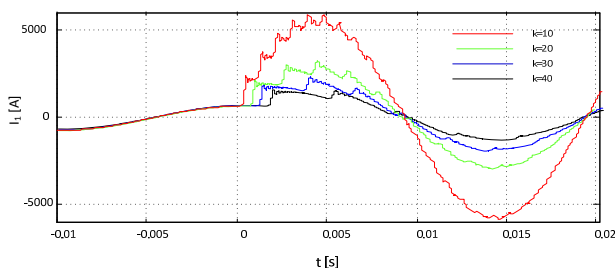


Rys.9. Przebiegi prądów na początku linii przy zwarciu trzech faz do ziemi dla $G_{zwa}=G_{zwb}=G_{zwc}=10S$, $n=200$, $k_z=70$

Otrzymane przebiegi prądów i napięć świadczą o zachodzących podczas zwarć w linii zjawiskach falowych. Na rysunku 9 pokazano przebiegi prądów fazowych rejestrowanych na początku linii o długości $l=1000\text{ km}$ podczas zwarcia trójfazowego oddalonego o $x=350\text{ km}$ od jej początku. Zwarcie nastąpiło w chwili $t=0$. Czas dotarcia pierwszej fali zwarciowej do początku linii t_0 oraz czasy dotarcia kolejnych fal odbitych punkcie zwarcia wynikają z zależności uwzględniającej prędkość propagacji fali oraz dystans jaki przebyła fala. Prędkość propagacji fali w linii zależy od jej parametrów jednostkowych uwzględniając sprzężenia indukcyjne i pojemnościowe. Model zarówno jakościowo jak i ilościowo poprawnie opisuje zjawisko fal wędrujących.

Fizyczne zjawisko przenoszenia zaburzenia spowodowanego jakimkolwiek zakłóceniem, w tym przypadku wywołane przez zwarcie w dowolnym miejscu linii, realizowane jest przez wzajemne kolejne wymuszenia napięciowo-prądowe sąsiednich ogniw na ich zaciskach wzdłuż całego łańcucha.

Przy założeniu, że zwarcie wystąpiło w chwili $t=0$, w sposób widoczny na rysunku 10 zaznaczony jest wpływ odległości zwarcia od początku linii, wyrażony przez czas opóźnienia występowania wzrostu chwilowego prądu na zaciskach pierwszego ogniwa.



Rys.10. Przebiegi prądu fazy „a” na początku linii przy zwarciu trzech faz do ziemi dla $G_{zwa}=G_{zwb}=G_{zwc}=10S$, $n=50$ oraz różnych k_z

wartości $k_z=10,20,30,40$ co odpowiada przy długości linii $l=1000\text{ km}$, miejscu lokalnego zwarcia $x_z=200, 400, 600, 800\text{ km}$

Całokształt powyższych rozważań dotyczył przedstawienia metody analizy toru jednofazowego oraz jego rozszerzenia dla linii trójfazowej, z uwzględnieniem sprzężeń indukcyjnych i pojemnościowych między fazami. Przedstawione przykłady obliczeniowe dotyczą linii długich o silnych sprzężeniach indukcyjnych i pojemnościowych, w rzeczywistych układach wysokonapięciowych sprzężenia te są znacznie mniejsze. Model może stanowić uzupełnienie oraz narzędzie porównawcze dla innych metod analizy i stanowić podstawę dalszego ich doskonalenia. Analogiczny model może być stosowany dla linii prądu stałego.

Autorzy: Dr hab. inż. Jacek Rezmer, Politechnika Wroclawska, Wydział Elektryczny, Katedra Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 53-370 Wrocław, E-mail: jacek.rezmer@pwr.edu.pl; Dr hab. inż. Adam Skopec, emerytowany prof. P. Wr. Politechnika Wroclawska, Wydział Elektryczny, Katedra Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 53-370 Wrocław; Dr inż. Czesław Stec, Politechnika Wroclawska, Wydział Elektryczny, Katedra Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 53-370 Wrocław, E-mail: czeslaw.stec@gmail.com

LITERATURA

- [1] Cholewicki T.: Elektryczne linie długie i układy drabinkowe, PWN, 1974, Warszawa
- [2] Gantmacher F. R.: Teoria macierzy, Wydawnictwo "Nauka" (j. ros.), 1967 Moskwa
- [3] Hart H. W.: Engineering electromagnetics, McGraw-Hill, 1974, New York-Toronto
- [4] Gustavsen B.: Modal domain-based modeling of parallel transmission lines with emphasis on accurate representation of mutual coupling effects, IEEE Trans. Power Delivery, Vol.27, Nr.4, grudzień 2012, s.2159-2167
- [5] Konorski B.: Podstawy elektrotechniki, tom.1-4, PWN, 1971, Warszawa
- [6] Lewinsztein M. Ł.: Zastosowanie rachunku operatorowego do obliczania stanów nieustalonych w obwodach trójfazowych, WNT, 1967, Warszawa
- [7] Tadatashi Sekine, Hideki Asai: Block-latency insertion method (Block-LIM) for fast transient simulation of tightly coupled transmission lines, IEEE Transactions On Electromagnetic Compatibility, Vol. 53, Nr. 1, luty 2011, s. 293-201
- [8] Vabre J.-P.: Elektronika impulsowa. Stany nieustalone w liniach sprzężonych, WNT, 1976, Warszawa
- [9] Węgrzyn S.: Przebiegi nieustalone w elektrycznych liniach i układach łańcuchowych, PWN, 1958, Warszawa
- [10] Van Thielen B., Vandenbosch G.: Fast transmission line coupling calculation using a convolution technique, IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, Nr. 1, luty 2001, s.11-17