

## Badania symulacyjne bezprzewodowej transmisji danych z wykorzystaniem S-inwersji macierzowo-wielomianowej

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono nową metodę perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów używaną w układach transmisji bezprzewodowej MIMO, składających się z nierównej liczby anten nadawczych i odbiorczych. Zaproponowane nowe rozwiązanie bazuje na rachunku wielomianowo-macierzowym, w szczególności na tzw. S-inwersji pewnej niekwadratowej macierzy stowarzyszonej z opisem dynamiki środowiska propagacyjnego. Przeprowadzone w autorskim symulatorze badania wskazują na dużą wartość implementacyjną nowej metody w kontekście poprawy odporności całego procesu odzysku sygnału.

**Abstract.** In this paper a new method of perfect signal reconstruction dedicated to MIMO wireless data transmission systems comprising different number of input and output antennas is presented. A new proposed approach based on polynomial matrix calculus, in particular so-called S-inverse of certain nonsquare matrix associated with dynamic description of propagation environment. The simulation studies conducted by means of authors' tool confirm a big potential of a new method in terms of increasing the robustness of whole signal recovery process. (**Simulation studies on wireless data transmission using the polynomial matrix S-inverse**).

**Słowa kluczowe:** bezprzewodowa transmisja danych, perfekcyjna rekonstrukcja sygnałów, inwersje niekwadratowych macierzy wielomianowych, S-inwersja wielomianowa, odporność.

**Keywords:** wireless data transmission, signal perfect reconstruction, polynomial matrix inverses, polynomial S-inverse, robustness.

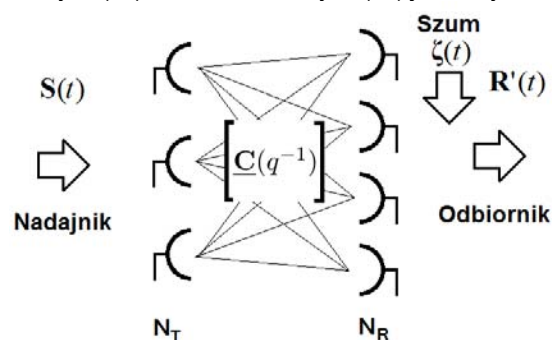
### Wstęp

W dzisiejszych czasach ogromne znaczenie odgrywa komunikacja i związany z nią przesył informacji. W dobie powszechnie stosowanej łączności bezprzewodowej dąży się do projektowania układów o coraz większych przepustowościach, mogących sprostać współczesnym standardom telekomunikacyjnym. Istniejące standardy przesyłu dźwięku i obrazu narzucają budowę złożonych systemów rzeczywistych wraz z towarzyszącą im warstwą aplikacyjną. Szybkie, o dużych pojemnościach, układy transmisji bezprzewodowej muszą być odpowiedzią na często nakładane wymogi jakościowe, związane z paradygmatem QoS (ang. Quality of Service). Ten ciągły, intensywny rozwój pociąga za sobą poszukiwanie nowych rozwiązań, niejednokrotnie stanowiących przyczynę do opracowywania nowych standardów wymiany informacji. Coraz częściej stosowanym podejściem okazują się być tzw. systemy MIMO (ang. Muli/Input-Multi/Output), składające się z wielu anten nadawczych i odbiorczych [1]. Rozwiązanie to z dobrym skutkiem wypiera klasyczne podejścia implementujące systemy SISO (ang. Single/Input-Single/Output), złożone z jednej pary anten nadawczo-odbiorczej. Dowodem tego są powszechnie stosowane standardy WiFi 802.11n, WiMAX, DVB-T, czy LTE/LTE-Advanced, efektywnie wykorzystujące technologię OFDM [2]. Co więcej, w sukurs nowemu podejściu przychodzi obecnie głęboko już eksplorowany rachunek wektorowo-macierzowy, pozwalający prowadzić szeroko zakrojone studia analityczne z zakresu poruszanej tu problematyki. Znaczącym jest, że dotychczas podczas syntezy procesów bezprzewodowej transmisji danych wykorzystywano rachunek oparty na tzw. wartościach liczbowych, toteż pewne macierze stowarzyszone z zadaniami przesyłu informacji implementowały liczbę zespolone [3-6]. Jednak to klasyczne podejście coraz częściej znajduje swojego rywala w postaci rachunku wielomianowo-macierzowego, pozwalającego na lepszą estymację parametrów środowiska propagacyjnego. Należy zaznaczyć, że efekty pasożytnicze eliminowane są tutaj wskutek zastosowania tzw. faktoryzacji Smitha, która stanowi odpowiednik faktoryzacji SVD używanej w przypadku podejścia klasycznego [7-10]. Ważnym jednak jest, że, czy to w przypadku systemów telekomunikacyjnych opartych na podejściu wektorowo-macierzowym, czy rachunku wielomianowo-macierzowym, liczba anten nadających i odbierających może znacząco wpływać na przepustowość łączy komunikacyjnych. W tzw. przypadku

kwadratowym, tj. przypadku implementującym równą liczbę anten nadających i odbierających, niemożliwym jest uzyskanie poprawy przesyłu informacji poprzez zastosowanie skutecznego aparatu matematycznego [11]. Natomiast w systemach składających się z nierównej liczby anten, tzw. wątek niejednoznaczności pozwala na ingerencję w proces transmisji danych, w kontekście poprawy odporności, co ostatecznie skutkuje zwiększeniem przepustowości wspomnianych łączy. Zdaniem autorów, poprzez zastosowanie tzw. inwersji niekwadratowych macierzy wielomianowych [12], dedykowanych niekwadratowym układom MIMO, w znaczący sposób można wpływać na powyższą odporność, co było niemożliwe w przypadku kwadratowych układów MIMO (zawierających systemy SISO). Niniejszy artykuł przedstawia nową metodę perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów wykorzystującą inwersje niekwadratowych macierzy wielomianowych, w szczególności niejednoznaczną S-inwersję [13]. W oparciu o działanie autorskiego symulatora transmisji bezprzewodowej, opracowanego w środowisku Matlab, w sposób heurystyczny zostaną potwierdzone wartości dodane, wynikające z zastosowania postulowanego nowego podejścia.

### Reprezentacja systemu i S-inwersja wielomianowa

Załóżmy, że rozpatrujemy system transmisji bezprzewodowej składający się z nierównej liczby anten nadawczych ( $N_T$ ) i anten odbiorczych ( $N_R$ ) jak na rysunku



Rys.1. Analizowany system bezprzewodowej transmisji danych ( $N_T < N_R$ )

Załóżmy także, że macierz opisująca dynamikę środowiska propagacyjnego procesu z rysunku 1 jest postaci

$$(1) \quad \underline{\mathbf{C}}_{N_R \times N_T}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}}_{11}(q^{-1}) & \cdots & \underline{\mathbf{C}}_{1n}(q^{-1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\mathbf{C}}_{m1}(q^{-1}) & \cdots & \underline{\mathbf{C}}_{mn}(q^{-1}) \end{bmatrix},$$

gdzie elementy  $\underline{\mathbf{C}}_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ,  $j=1,2,\dots,n$ , są wielomianami typu FIR zmiennej  $q^{-1}$ , ogólnie znanej jako operator przesunięcia wstecz.

Odkąd użyta w zadaniach perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów lewostronna S-inwersja wielomianowa bazuje na tzw. faktoryzacji Smitha, przypomnijmy jej formułę [12,14]

$$(2) \quad \underline{\mathbf{C}}(q^{-1}) = \underline{\mathbf{U}}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})\underline{\mathbf{V}}(q^{-1}),$$

gdzie macierz  $\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})$  zawiera wartości własne macierzy  $\underline{\mathbf{C}}(q^{-1})$ , zaś  $\underline{\mathbf{U}}(q^{-1})$  i  $\underline{\mathbf{V}}(q^{-1})$  są unimodularnymi macierzami wielomianowymi.

Niejednoznaczna lewostronna S-inwersja wielomianowa definiuje się następująco [12,14]

$$(3) \quad \underline{\mathbf{C}}^L(q^{-1}) = \underline{\mathbf{V}}^{-1}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})\underline{\mathbf{U}}^{-1}(q^{-1}),$$

gdzie symbol  $[\cdot]^L$  oznacza każdą inwersję macierzy  $\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})$ .

Znamiennym jest, że  $\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})$  zawiera tzw. stopnie swobody w sposób istotny wpływające na cały proces perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów [15].

Po skrótowym przedstawieniu preliminarii matematycznych przejdźmy zatem do wprowadzenia postulowanej w ramach artykułu nowej metody odzysku sygnału.

### Nowe podejście do zadań perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów

Skoncentrujmy się na systemie telekomunikacji bezprzewodowej składającym się z nierównej liczby anten nadających i odbierających, z założeniem, że liczba anten odbierających jest większa od liczby anten nadawczych (patrz rysunek 1). Stochastyczny proces bezprzewodowej transmisji sygnałów odbywa się tu zgonie z zależnością

$$(4) \quad \mathbf{R}'(t) = \underline{\mathbf{C}}(q^{-1})\mathbf{S}(t) + \zeta(t),$$

gdzie  $\zeta(t)$  jest zakłóceniem w postaci nieskorelowanego szumu białego o zerowej wartości oczekiwanej, natomiast  $\mathbf{R}'(t)$  oraz  $\mathbf{S}(t)$  są wektorami odpowiednio zaszumionych sygnałów odebranych (odbiornik) oraz sygnałów nadanych (nadajnik), podczas gdy  $t$  oznacza dziedzinę czasu dyskretnego.

Zgodnie z paradygmatem nowego podejścia do perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów wykonajmy niejednoznaczną faktoryzację Smitha macierzy  $\underline{\mathbf{C}}(q^{-1})$ , pozbywając się jednocześnie efektu pasożytniczego w postaci sprzężeń międzykanałowych ICI (oraz eliminując pośrednio niekorzystne zjawisko sprzężeń międzysymbolowych ISI)

$$(5) \quad \mathbf{R}'(t) = \underline{\mathbf{U}}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})\underline{\mathbf{V}}(q^{-1})\mathbf{S}(t) + \zeta(t),$$

gdzie macierze wielomianowe (lub wielomiany macierzowe)  $\underline{\mathbf{U}}(q^{-1})$  oraz  $\underline{\mathbf{V}}(q^{-1})$  są odpowiednio tzw. 'equalizerem' i 'prekoderem' [16].

W celu przeprowadzenia zadania perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów, dla przyjętego założenia  $N_T < N_R$ , zastosujmy S-inwersję jak w równaniu 3 do 'stochastycznej formy' równania 2, tj. formuły 5, ostatecznie otrzymując

$$(6) \quad \begin{aligned} \mathbf{S}(t) &= \underline{\mathbf{V}}^{-1}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})\underline{\mathbf{U}}^{-1}(q^{-1})\mathbf{R}'(t) \\ &\quad - \underline{\mathbf{V}}^{-1}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})\underline{\mathbf{U}}^{-1}(q^{-1})\zeta(t), \end{aligned}$$

gdzie symbol  $[\cdot]^L$ , jak poprzednio, oznacza (nie)jednoznaczna lewostronna inwersję macierzy wielomianowej  $\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})$ .

Oczywiście, równanie 6 można przepisać do następującej postaci

$$(7) \quad \mathbf{S}'(t) = \underline{\mathbf{V}}^{-1}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})\underline{\mathbf{U}}^{-1}(q^{-1})\mathbf{R}'(t),$$

gdzie  $\mathbf{S}'(t) = \mathbf{S}(t) + \underline{\mathbf{V}}^{-1}(q^{-1})\underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1})\underline{\mathbf{U}}^{-1}(q^{-1})\zeta(t)$  jest 'stochastycznym wektorem' sygnału nadanego o rozmiarze  $N_T$ .

Wyznamy zatem istotną inwersję wielomianu macierzowego  $\underline{\mathbf{\Sigma}}(q^{-1})$

$$(8) \quad \underline{\mathbf{\Sigma}}^L(q^{-1}) = [\underline{\mathbf{D}}_{N_T \times N_R}(q^{-1}) \quad \underline{\mathbf{M}}_{N_T \times (N_R - N_T)}(q^{-1})],$$

gdzie macierze wielomianowe  $\underline{\mathbf{M}}(q^{-1})$  oraz  $\underline{\mathbf{D}}(q^{-1})$  zawierają odpowiednio kluczowe w nowym podejściu stopnie swobody i zera transmisyjne. W przypadku braku zer transmisyjnych otrzymujemy  $\underline{\mathbf{D}}(q^{-1}) = \mathbf{I}_{N_T}$ , gdzie  $\mathbf{I}_{N_T}$  jest  $N_T$ -macierzą jednostkową [12].

*Uwaga 1.* Znamiennym jest, że dotychczas stopnie swobody przyjmowały wartości zerowe, na ogół nie gwarantując oczekiwanych warunków pracy bezprzewodowych łączy komunikacyjnych [17].

Ze względu na dużą złożoność procesu OFDM został skonstruowany uproszczony kwadratowy wskaźnik jakości, pozwalający na poszukiwanie optymalnych stopni swobody równania 8 o następującej postaci

$$(9) \quad \underline{\mathbf{M}}_{\text{opt}}(q^{-1}) = \arg \min_{\underline{\mathbf{M}}(q^{-1})} \sum_{t=0}^{N-1} \{ [\mathbf{S}'(t) - \mathbf{S}(t)]^T [\mathbf{S}'(t) - \mathbf{S}(t)] \},$$

gdzie  $\mathbf{S}(t)$  jest znanym sygnałem (pilotem), a  $N$  oznacza liczbę próbek [15].

Zsyntetyzujmy teraz działanie nowej metody odzysku sygnału w autorskim przyborniku.

### Badania symulacyjne

Rozpatrzmy stochastyczny system telekomunikacji bezprzewodowej z  $N_R=3$  i  $N_T=2$ , którego własności propagacyjne opisuje dobrana w procesie identyfikacji następująca macierz wielomianowa

$$(10) \quad \underline{\mathbf{C}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} -0,75 + 0,6q^{-1} & 0,9 \\ 0,56 - 0,01q^{-1} + 0,02q^{-2} & 0,83 - 0,75q - 1 \\ 0,83 - 0,25q^{-1} & 0,6 \end{bmatrix}.$$

Po zastosowaniu faktoryzacji Smitha (równanie 2), macierze stowarzyszone z prekoderem i equalizerem są następujących postaci

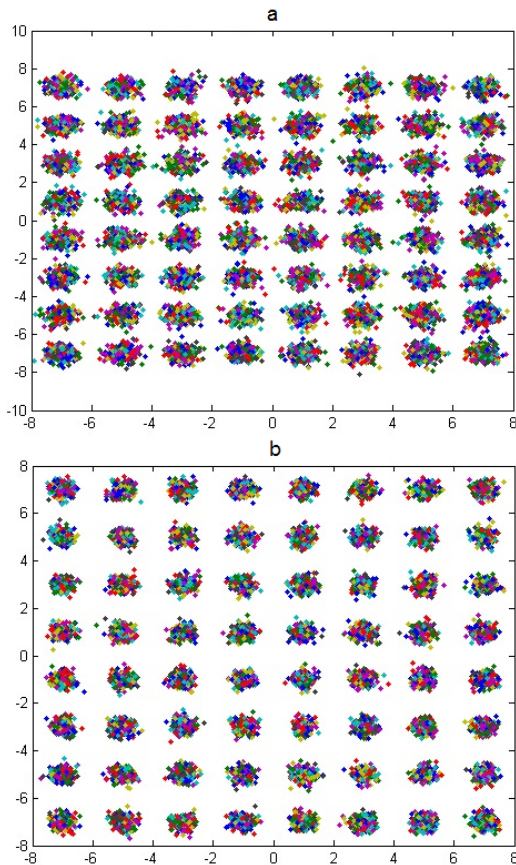
$$(11) \quad \underline{\mathbf{V}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} -0,75 + 0,6q^{-1} & 0,9 \\ -1,5 & 0 \end{bmatrix},$$

oraz

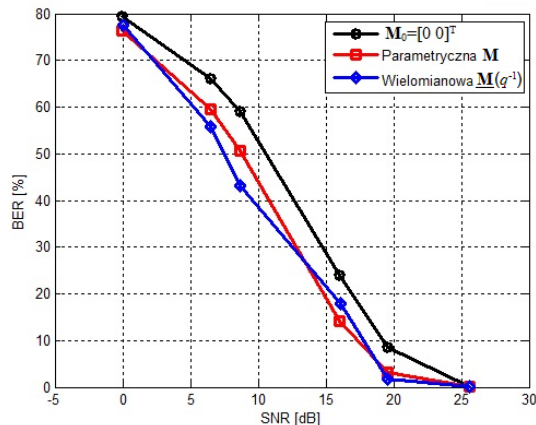
$$(12) \quad \underline{U}^T(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & -0,19 - 0,83q^{-1} & 0,67 \\ 0 & -0,28 + 0,35q^{-1} - 0,34q^{-2} & -0,88 + 0,43q^{-1} \\ 0 & 0,82 + 0,79q^{-1} & -1 \end{bmatrix}$$

Natomiast kluczowa w zadaniach perfekcyjnej rekonstrukcji sygnałów macierz zawierająca stopnie swobody jest formy (brak zer transmisyjnych)

$$(13) \quad \underline{\Sigma}^L(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \underline{M}_{11}(q^{-1}) \\ 0 & 1 & \underline{M}_{21}(q^{-1}) \end{bmatrix}$$



Rys.2. Przykładowe diagramy konstelacji otrzymane w drodze użycia: a) klasycznego podejścia ( $\underline{M}_0=[0 \ 0]^T$ , SNR = 6,47dB), b) nowej metody ( $\underline{M}_{opt}(q^{-1})=[0,35-0,10q^{-1} \ 0,71+0,12q^{-1}]^T$ , SNR = 6,48dB)



Rys.3. BER vs. SNR

Na rysunkach 2 i 3 zestawiono rezultaty badań nad istotą procesu odzysku sygnałów, przeprowadzone za pomocą autorskiego symulatora. Wykorzystując technologię OFDM pakiet został stworzony w środowisku Matlab i pozwala na optymalizację zadań łączności bezprzewodowej zgodnie z przyjętym kryterium (9).

Z pokazanych charakterystyk wynika, że zastosowanie S-inwersji wielomianowej z niezerowymi stopniami swobody korzystniej wpływa na cały proces odzysku sygnału, niż ma to miejsce w przypadku użycia klasycznego podejścia z  $\underline{M}(q^{-1})=0$ . Duża stopa błędów BER (pokazana na rysunku 3) spowodowana jest użyciem rygorystycznych tolerancji w zadaniach odwzorowywania punktów konstelacji QAM.

**Autorzy:** dr hab. inż. Wojciech Hunek, prof. PO, mgr inż. Paweł Majewski, Politechnika Opolska, Instytut Automatyki i Informatyki, Opole, E-mail: {w.hunek, p.majewski}@po.opole.pl.

## LITERATURA

- [1] Mattera D., Tanda M., Optimum single-tap per-subcarrier equalization for OFDM/OQAM systems, *Digital Signal Processing*, 49 (2016), 148–161
- [2] Tutorials Point. LTE OFDM technology, (21.05.2015), URL [http://www.tutorialspoint.com/lte/lte\\_ofdm\\_technology.htm](http://www.tutorialspoint.com/lte/lte_ofdm_technology.htm)
- [3] Chuah Chen-Nee, Tse D. N. C., Kahn J. M., Valenzuela R. A., Capacity scaling in MIMO wireless systems under correlated fading, *IEEE Transactions on Information Theory*, 48 (2002), 3, 637–650
- [4] Cella T., Orten P., Hjelmstad J., MIMO geometry and antenna design for high capacity and improved coverage in mm-Wave systems, *International Journal of Antennas and Propagation*, (2013), 9
- [5] Berenguer I., Wang X., Space-time coding and signal processing for MIMO communications. *Journal of Computer Science and Technology*, 18 (2003), 6, 689–702
- [6] Spencer Q. H., Swindlehurst L., Some results on channel capacity when using multiple antennas. *Proc. of the 52nd Vehicular Technology Conference*, 2 (2000), 681–688
- [7] Zamiri-Jafarian H., Gulak G., Adaptive channel SVD estimation for MIMO-OFDM systems, *Proc. of the 61st Vehicular Technology Conference*, 1 (2005), 552–556
- [8] Zamiri-Jafarian H., Gulak G., Iterative MIMO channel SVD estimation, *Proc. of the IEEE International Conference on Communications*, 2 (2005), 1157–1161
- [9] Zieliński T. P., Kohord P., Rumian R., *Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów w Telekomunikacji. Państwowe Wydawnictwo Naukowe*, (2014), Warszawa
- [10] Bugaj M., Wnuk M., Modelowanie rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w warunkach idealnych i rzeczywistych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 7 (2014), 152-155
- [11] Majewski P., Badania w kierunku zwiększenia przepustowości bezprzewodowej transmisji danych z wykorzystaniem inwersji nieliniowych macierzy wielomianowych, *Praca doktorska, Politechnika Opolska, Opole*, w trakcie składania
- [12] Hunek W. P., *Towards a General Theory of Control Zeros for LTI MIMO Systems*, Opole University of Technology Press, (2011), Opole
- [13] Zamiri-Jafarian H., Rajabzadeh M., A polynomial matrix SVD approach for time domain broadband beamforming in MIMO-OFDM systems, *Proc. of the 67th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, (2008), 802–806
- [14] Hunek W. P., Latawiec K. J., A study on new right/left inverses of nonsquare polynomial matrices, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 21 (2011), 2, 331–348
- [15] Hunek W. P., Majewski P., Perfect reconstruction of signal – a new polynomial matrix inverse approach, *Digital Signal Processing*, 2016, under review
- [16] Majewski P., Hunek W., Perfekcyjna rekonstrukcja sygnału – nowe analityczne podejście, *Krajowa Konferencja Automatyki KKA'2014*, Wrocław, (2014), 737-742
- [17] Moret N., Tonello A., Weiss S., MIMO precoding for filter bank modulation systems based on PSVD, *Proc. of the 73rd IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'2011)*, (2011), 1–5