

doi:10.15199/48.2017.04.43

Analiza harmoniczna zespolonego sygnału stabilograficznego

Streszczenie. Test stabilografii nadeżnej jest kliniczną metodą diagnostyczną pozwalającą na ocenę stanu układu utrzymywania równowagi człowieka. W artykule zaproponowano metodę analizy danych stabilograficznych opartą na analizie fourierowskiej sygnału zespolonego. Parametr zaproponowany w artykule umożliwia ocenę symetrii postawy osoby badanej. Podejście to może być wykorzystane od oceny postępów rehabilitacji osób po endoprotezoplastyce stawu biodrowego.

Abstract. The follow-up posturography test is a clinical assessment technique that provides quantitative information about a patient's functional ability to maintain balance. The paper presents a method of stabilographic signal analysis which is based on Fourier analysis of complex-valued data. The parameter proposed in the article enables postural symmetry assessment. This approach can be used to evaluate the rehabilitation progress of the patients after total hip replacement surgery. (*Harmonic analysis of a complex-valued stabilographic signal*).

Słowa kluczowe: stabilografia nadeżna, endoprotezoplastyka stawu biodrowego, analiza harmoniczna, przetwarzanie sygnałów.

Keywords: follow-up posturography, hip arthroplasty, harmonic analysis, signal processing.

Wstęp

Stabilografia statyczna zajmuje się rejestracją mimowolnych zmian punktu położenia wypadkowej sił nacisku na płaszczyznę postawy człowieka swobodnie stojącego na platformie stabilograficznej. W wyniku rejestracji uzyskujemy trajektorię przemieszczania się tegoż punktu (w literaturze punkt ten nazywany jest COP – Center of Pressure) [1]. W oparciu o pozyskane dane dokonuje się oceny układu odpowiedzialnego za utrzymanie równowagi. Ocena ta możliwa jest na podstawie samego przebiegu trajektorii, jednakże w praktyce medycznej najczęściej przeprowadza się parametryzację, w wyniku czego otrzymujemy pewną wartość, opisującą wybraną cechę trajektorii [2,3].

Najczęściej stosowane w praktyce metody parametryzacji trajektorii stabilograficznych bazują na ocenie ich podstawowych cech geometrycznych, takich jak długość, pole powierzchni, średnie wychylenie itp. [4,5]. W literaturze można również spotkać metody parametryzacji bazujące na analizie fraktalnej, częstotliwościowej, czasowo-częstotliwościowej lub też analizie kształtu [6-9].

Rozwinięciem stabilografii statycznej jest tzw. stabilografia nadeżna [10]. W tego typu stabilografii wykorzystuje się wzrokowe sprzężenie zwrotne w celu wymuszenia na osobie badanej określonych wychyleń jego ciała [11]. Stanowisko do tego typu badań składa się z platformy stabilograficznej, komputera oraz monitora, na ekranie którego wyświetlany jest przemieszczający się po okręgu punkt bodźca oraz aktualne położenie punktu COP ciała osoby badanej. Punkt bodźca przemieszcza się po okręgu o takim samym promieniu dla każdego badanego (rys. 1) [10].

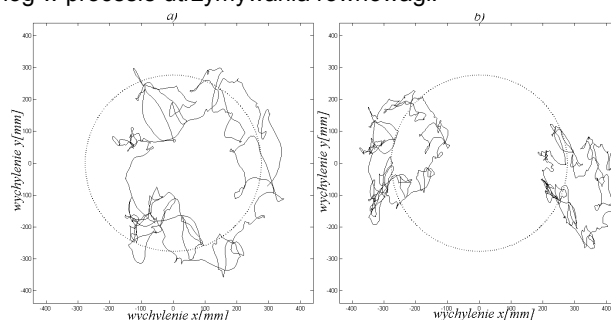


Rys. 1. Stanowisko do testu stabilografii nadeżnej.

Przed testem właściwym badane są możliwości maksymalnego wychylania się od pionu osoby badanej. Ma to na celu ustalenie właściwej relacji pomiędzy stałą długością promienia bodźca a maksymalnym wychyleniem badanego. Zadaniem badanego jest takie przemieszczanie środka ciężkości ciała ruchem okrężnym bez odrywania stóp od podłoża, by obserwowany przezeń na ekranie monitora punkt COP jego ciała jak najbliższej nadażał za poruszającym się po okręgu bodźcem. W czasie testu badany przenosi ciężar swego ciała z jednej nogi na drugą i jednocześnie wychyla się w przód lub w tył, starając się jak najlepiej kontrolować układ szkieletowo-mięśniowy dolnej partii ciała. Test stabilografii nadeżnej, w porównaniu do stabilografii statycznej, pozwala ocenić te cechy układu utrzymywania równowagi, które związane są z celowym wychyleniem ciała zgodnie z zadanym schematem.

Zaprojektowane i zrealizowane w Instytucie Elektroniki Politechniki Śląskiej stanowisko do testów stabilografii nadeżnej wykorzystywane jest z powodzeniem do oceny postępów rehabilitacji pacjentów po endoprotezoplastyce stawu biodrowego [12,13]. W czasie rehabilitacji dąży się do tego, by pacjent nauczył się równomiernie wykorzystywać obie nogi w procesie utrzymywania równowagi (najczęściej jest tak, że kończyna z wymienionym stawem biodrowym jest niedociążana) [14,15].

Stanowisko do testu stabilografii nadeżnej wyposażone zostało w platformę stabilograficzną z dzieloną płytą górną. Dzięki temu możliwe jest jednoczesne rejestrowanie - oprócz trajektorii całego ciała - także trajektorii punktu COP lewej i prawej nogi (rys. 2). Porównanie wartości parametrów lewej i prawej trajektorii pozwala ocenić stopień udziału obu nóg w procesie utrzymywania równowagi.



Rys. 2. Przykładowe trajektorie stabilograficzne, a) trajektoria całego ciała, b) trajektorie nogi lewej i prawej (linią przerywaną zaznaczono trajektorie bodźca)

W niniejszej pracy zaproponowano metodę parametryzacji oraz filtracji trajektorii w oparciu o analizę częstotliwościową, w której kolejne punkty trajektorii na płaszczyźnie traktowane są jak kolejne wartości zmiennej zespolonej.

W stabilografii statycznej analizie częstotliwościowej na ogół podawane są niezależnie wychylenia w płaszczyźnie strzałkowej (współrzędna y) i bocznej (współrzędna x) [6]. O ile w stabilografii statycznej takie podejście jest możliwe, to w stabilografii nadążnej – w której wymusza się określone, współzależne w płaszczyźnie strzałkowej i bocznej wychylenia ciała – takie podejście jest niewystarczające.

Analiza harmoniczna trajektorii stabilograficznej

W wielu zagadnieniach z zakresu przetwarzania obrazów mamy do czynienia z problemem detekcji bądź też klasyfikacji obiektów. Jeżeli główna część informacji o obiekcie zawarta jest w kształcie jego konturu, jedną z podstawowych, stosowanych metod jest analiza harmoniczna [16,17]. W niniejszym artykule podejście to zostało zastosowane w stosunku do trajektorii stabilograficznej, uzyskanej podczas testu nadążnego.

Na podstawie poszczególnych składowych trajektorii, tj. sygnału $x(t)$ oraz $y(t)$ można utworzyć sygnał zespolony:

$$(1) \quad z(t) = x(t) + i \cdot y(t)$$

Opisana w ten sposób trajektoria na płaszczyźnie zespolonej tworzy kontur zamknięty, wobec czego funkcja $z(t)$ jest okresowa. Zatem dla wszystkich wartości t zachodzi

$$(2) \quad z(t + T_p) = z(t)$$

Bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, iż okres podstawowy $T_p=1$. Funkcję zespoloną $z(t)$ zmiennej rzeczywistej t można rozwinąć w szereg Fouriera:

$$(3) \quad z(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(i2\pi kt / T_p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(i2\pi kt)$$

gdzie: c_k - współczynniki rozwinięcia dane wzorem:

$$(4) \quad c_k = \frac{1}{T_p} \int_0^1 z(t) \exp(-i2\pi kt / T_p) dt = \int_0^1 z(t) \exp(-i2\pi kt) dt$$

Ponieważ mamy do czynienia z sygnałem zespolonym, współczynniki rozwinięcia nie są parami sprzężone, co zachodzi w przypadku sygnałów rzeczywistych. Z tego powodu widmo amplitudowe sygnału nie jest funkcją parzystą, a widmo fazowe – funkcją nieparzystą.

Ustalenie związku pomiędzy wartościami współczynników rozwinięcia a kształtem i położeniem trajektorii ułatwia właściwą interpretację równania (3). Jeżeli w równaniu (4) przyjmiemy $k=0$, wówczas

$$(5) \quad c_0 = \int_0^1 z(t) dt$$

Współczynnik c_0 opisuje zatem wartość średnią funkcji $z(t)$, co daje informację o geometrycznym środku trajektorii. Poszczególne harmoniczne sygnału $z(t)$ reprezentowane są przez parę współczynników: c_k i c_{-k} . Tym samym, wkład k -tej harmonicznej $z_k(t)$ do całości sygnału wyraża się wzorem

$$(6) \quad z_k(t) = c_{-k} \exp(-i2\pi kt) + c_k \exp(i2\pi kt)$$

Pozwala to zapisać równanie (3) w postaci

$$(7) \quad z(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} z_k(t)$$

W ogólnym przypadku, dla danej wartości k , zależność (6) stanowi reprezentację elipsy na płaszczyźnie zespolonej (gdy jedna z liczb c_k lub c_{-k} jest równa zero otrzymujemy okrąg, gdy $c_k = c_{-k}$ wówczas mamy do czynienia z odcinkiem prostej). Parametry tej elipsy, tj. długość półosi małej i wielkiej, orientacja na płaszczyźnie zespolonej zależą od współczynników c_k i c_{-k} . Zależności te można wyprowadzić na podstawie następującego rozumowania. Kwadrat modułu wyrażenia (6) można zapisać jako

$$(8) \quad |z_k(t)|^2 = z(t) \overline{z(t)}$$

Wyrażając współczynniki rozwinięcia w postaci wykładniczej oraz stosując wzór $\cos\varphi=0.5(e^{j\varphi} + e^{-j\varphi})$ uzyskujemy

$$(9) \quad |z_k(t)|^2 = |c_{-k}|^2 + 2|c_{-k}||c_k| \cos(4\pi kt + \varphi_k - \varphi_{-k}) + |c_k|^2$$

Łatwo zauważyć, iż wartość maksymalna wyrażenia (9) wynosi

$$(10) \quad |z_k(t)|^2 = |c_{-k}|^2 + 2|c_{-k}||c_k| + |c_k|^2 = [|c_{-k}| + |c_k|]^2$$

Wartość tę otrzymujemy dla

$$(11) \quad t = t_M = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{\varphi_{-k} - \varphi_k}{2} \right)$$

Wektor o maksymalnej długości, wyrażonej przez moduł równania (10), pozwala obliczyć długość półosi wielkiej

$$(12) \quad |z_k(t_M)| = |c_{-k}| + |c_k|$$

W podobny sposób można obliczyć długość półosi małej, która w przypadku gdy $|c_{-k}| > |c_k|$ wynosi:

$$(13) \quad |z_k(t_M)| = |c_{-k}| - |c_k|$$

lub

$$(14) \quad |z_k(t_M)| = |c_k| - |c_{-k}|$$

gdy $|c_k| > |c_{-k}|$.

Orientację elipsy na płaszczyźnie, rozumianą jako nachylenie półosi długiej względem osi poziomej układu współrzędnych, można obliczyć podstawiając równanie (11) do równania (6):

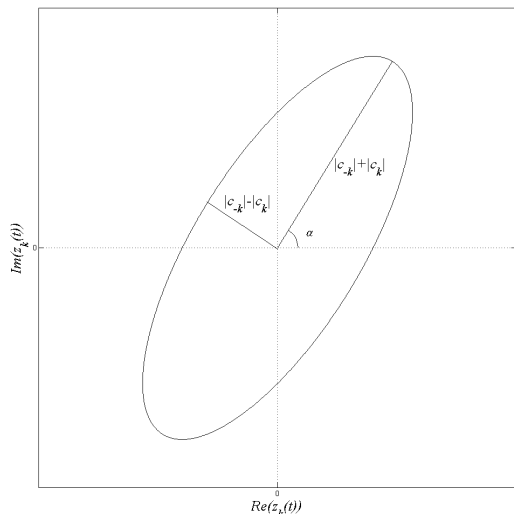
$$(15) \quad z_k(t_M) = [|c_{-k}| + |c_k|] \exp(i \frac{\varphi_k + \varphi_{-k}}{2})$$

Argument liczby zespolonej danej równaniem (15) stanowi poszukiwany kąt nachylenia α :

$$(16) \quad \arg\{z_k(t_M)\} = \alpha = \frac{\varphi_k + \varphi_{-k}}{2}$$

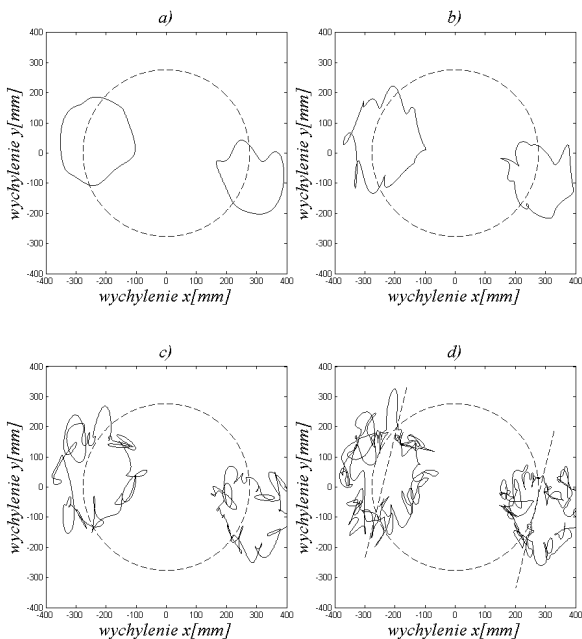
Kolejną kwestią jest kierunek w jakim punkt obiega elipsę przy zmianach parametru. Wraz ze wzrostem wartości parametru t , przy spełnionym warunku $|c_k| > |c_{-k}|$, punkt na elipsie porusza się zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Gdy $|c_k| > |c_{-k}|$ poruszamy się w kierunku przeciwnym. Co również istotne, liczba pełnych obiegów elipsy, przy t zmieniającym się od 0 do 1, zależy od wartości k . Dla pierwszej harmonicznej otrzymujemy jeden pełen obieg, dla drugiej harmonicznej są to już dwa pełne obiegi itd.

Na rysunku 3 przedstawiono elipsę na płaszczyźnie zespolonej z zaznaczonymi półosiami i ich długościami wyrażonymi wartościami współczynników rozwinięcia.



Rys.3. Elipsa na płaszczyźnie zespolonej.

Na podstawie przytoczonych rozważań łatwo zauważyć, iż sumując poszczególne harmoniczne (elipsy o środku w początku układu współrzędnych) możemy przedstawić trajektorię stabilograficzną na pewnym określonym poziomie szczegółowości, sumując w równaniu (7) jedynie ograniczoną liczbę harmonicznych. Dla przykładu na rysunku 4 pokazano trajektorie stabilograficzne nogi lewej i prawej (linią przerywaną zaznaczono bodziec) w przypadku gdy liczba harmonicznych wynosi $k=5$, $k=10$, $k=30$, $k=100$.



Rys.4. Trajektorie stabilograficzne nogi lewej i prawej w przypadku gdy liczba harmonicznych wynosi: $k=5$ (rys. a), $k=10$ (rys. b), $k=30$ (rys. c) oraz $k=100$ (rys. d). Dla przykładu, na rysunku d zamieszczono również oś długą elipsy związanej z pierwszą harmoniczną.

W praktyce, wartości współczynników rozwinięcia obliczamy w oparciu o skończoną liczbę punktów trajektorii. Tym samym równanie (4) sprowadza się do

$$(17) \quad c_k = (1/N) \sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp(-i2\pi km/N)$$

gdzie: N – liczba punktów trajektorii, z_m – liczba zespolona określająca współrzędne m -tego punktu trajektorii na płaszczyźnie zespolonej.

W prowadzonych badaniach, liczba N wynosi 1500, co zapewnia bardzo dokładne próbkowanie trajektorii. Wartość ta wynika z przyjętej częstotliwości próbkowania ($f_s=50$ Hz) oraz długości badania (30 sekund).

Metoda porównywania trajektorii

W praktyce klinicznej ocena zdolności pacjenta do utrzymywania równowagi przeprowadzana jest w oparciu o analizę wartości wybranych parametrów trajektorii. Najczęściej korzysta się z parametrów takich jak długość oraz pole powierzchni trajektorii, średnia wartość wychyleń. Wizualna analiza trajektorii dostarcza również wielu cennych informacji, jednakże ze względu na czasochłonność oraz trudność w obiektywnej ocenie stosowana jest dość rzadko.

Zaproponowana w niniejszym artykule metoda ma na celu uproszczenie wizualnej analizy. Uzyskujemy to poprzez przedstawienie analizowanej trajektorii na takim poziomie szczegółowości, który ułatwia właściwą interpretację wyników przy zachowaniu istotnych detali. Można to uzyskać poprzez odpowiedni dobór liczby harmonicznych reprezentujących trajektorię, co odpowiada operacji filtracji dolnoprzepustowej sygnału.

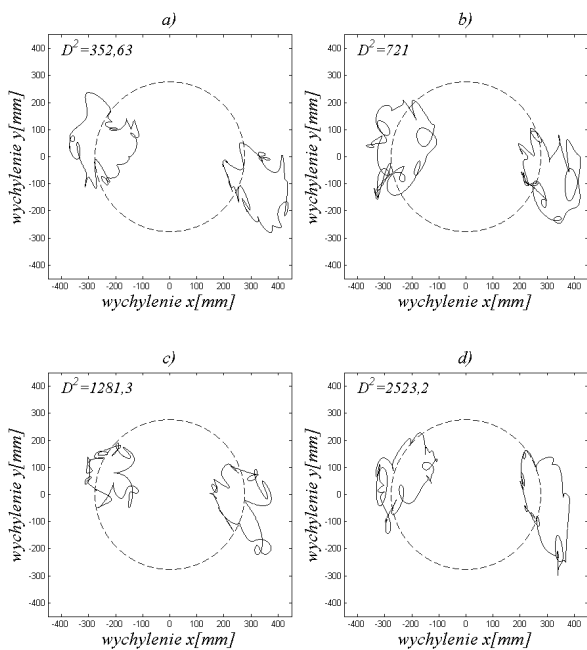
Kolejnym zaproponowanym ułatwieniem jest wyznaczenie, zgodnie ze wzorem (16), kąta nachylenia osi głównej elipsy związanej z pierwszą harmoniczną ($k=1$). Umieszczenie uzyskanej osi na obrazie trajektorii pozwala na ocenę jej orientacji względem osi układu współrzędnych. Dla przykładu, na rysunku 4d, zamieszczono oś długą elipsy związanej z pierwszą harmoniczną.

W oparciu o wartości współczynników rozwinięcia możliwe jest zdefiniowanie parametru, określającego podobieństwo analizowanych trajektorii. W przypadku tematyki podjętej w niniejszym artykule, można metodę tę zastosować do oceny podobieństwa trajektorii nogi lewej i prawej, co pozwala na określenie symetrii postawy. Zaproponowany parametr zdefiniowano jako

$$(18) \quad D^2 = \sum_{k=-m}^m ||l_k| - |p_k||^2, \text{ dla } k \neq 0$$

gdzie: l_k , p_k – to odpowiednio, współczynniki rozwinięcia wyznaczone na podstawie wzoru (17) trajektorii nogi lewej, oraz prawej.

Sumowanie we wzorze (18) odbywa się dla wybranej, skończonej liczby harmonicznych. Pominięcie w sumowaniu współczynników l_0 i p_0 odpowiada operacji sprowadzenia analizowanych trajektorii do wspólnego środka, dzięki czemu wartość parametru nie zależy od ich położenia. Ponadto, na wynik parametryzacji nie ma również wpływu wzajemne położenie katowe krzywych. Wynika to z faktu, iż mnożenie poszczególnych punktów trajektorii przez stałą wartość zespoloną $\exp(j\varphi)$ powoduje jej obrót o pewien kąt φ , co jednak nie ma wpływu na moduł współczynników rozwinięcia (zmianie ulega jedynie faza). Tym samym wartość współczynnika D^2 stanowi miarę podobieństwa analizowanych trajektorii pod względem ich kształtu i wielkości. Dla przykładu, na rysunku 4 przedstawiono trajektorie stabilograficzne nogi lewej i prawej jednego z pacjentów, zarejestrowane podczas procesu rehabilitacji (na rysunkach zamieszczono również wartość parametru D^2).



Rys.5. Trajektorie stabilograficzne nogi lewej i prawej oraz wartość współczynnika D^2 . Rys. a, $D^2=352,63$; Rys. b, $D^2=721$; Rys. c, $D^2=1281,3$; Rys d, $D^2=2523,2$.

Wnioski

W pracy przedstawiono metodę filtracji oraz parametryzacji trajektorii stabilograficznych w oparciu o analizę harmoniczną, w której trajektoria traktowana jest jak funkcja zespolona zmiennej rzeczywistej. Takie podejście jest szczególnie istotne w przypadku trajektorii uzyskiwanych w testach stabilografii nadążnej, w których wymuszane są określone sekwencje zależnych od siebie wychyleń w płaszczyźnie strzałkowej i bocznej. Zaproponowana metoda oceny podobieństwa trajektorii lewej i prawej nogi pozwala między innymi na ocenę postępów rehabilitacji osób po endoprotezoplastyce stawu biodrowego. Ponadto, omówiony sposób filtracji umożliwia łatwiejszą ocenę różnic trajektorii obu nóg, zwłaszcza jeśli istotne są wolnozmiennie cechy trajektorii.

Podziękowania

Niniejsza praca została sfinansowana ze środków na badania statutowe MNiSW (nr decyzji: 8686/E-367/S/2015 z 19 lutego 2015).

Autorzy: dr inż. Zenon Kidoń, Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, E-mail: Zenon.Kidon@polsl.pl; dr inż. Jerzy Fiołka, Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, E-mail: Jerzy.Fiolka@polsl.pl.

LITERATURA

- [1] Winter D.A., „Human balance and posture control during standing and walking”, *Gait & Posture*, 3 (1995), n.4, 193-214
- [2] Chaudhry H., Bukiet B., Ji Z., Findley T., Measurement of balance in computer posturography. Comparison of methods. A brief review, *Journal of Bodywork & Movement Therapies*, 15 (2010) n.1, 82-91
- [3] Duarte M., Freitas S., Revision of posturography based on force plate for balance evaluation, *Rev Bras Fisioter*, 14 (2010) n.3, 183-92
- [4] Schubert P., Kirchner M., Ellipse area calculations and their applicability in posturography, *Gait & Posture*, 39 (2014), 518–522
- [5] Rocchi L., Chiari L., Cappello A., Feature selection of stabilometric parameters based on principal component analysis, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 42 (2004), 71-79
- [6] Baratto L., Morasso P.G., Re C., Spada G., A new look at posturographic analysis in the clinical context: sway-density vs. other parameterization techniques, *Motor Control* 6 (2002) n.3, 246–270
- [7] Fiołka J., Postural Stability Analysis: A Wavelet – Based Approach, *ICESES 2010 – The International Conference On Signals And Electronic Systems, Gliwice, Poland, September 7-10 (2010)*, Conference proceedings, 101-104
- [8] Łukaszewicz T., Kidoń Z., Kania D., Pethe-Kania K., Ocena symetrii postawy z wykorzystaniem miar stopnia symetrii bilateralnej i obrotowej trajektorii stabilograficznej, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 89 (2013), nr.7, 197-201
- [9] Fiołka J., Kidoń Z., Method for stabilogram characterization using angular-segment function, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences - Technical Sciences*, 61 (2013) n.2, 391-397
- [10] Kidoń Z., Fiołka J., Test stabilografii nadążnej, *Elektronika - konstrukcje, technologie, zastosowania*, 53 (2012), nr.9, 123-126
- [11] D’Anna C., Bibbo C., De Marchis C., Goffredo M., Schmid M., Comparing Different Visual Biofeedbacks in Static Posturography, *IEEE-EMBS International Conference on Biomedical and Health Informatics (BHI)*, (2014), 380-383
- [12] Pethe-Kania K., Stabilografia w procesie rehabilitacji osób po endoprotezoplastyce stawu biodrowego, *Rozprawa Doktorska*, Śląski Uniwersytet Medyczny w Katowicach, Katowice (2011)
- [13] Kidoń Z., Fiołka J., Ocena postępów rehabilitacji za pomocą testu stabilografii nadążnej, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr.9, 50-53
- [14] Kidoń Z., Kania D., Pethe-Kania K., Stabilografia nadążna w procesie przywracania symetrii postawy, *Przegląd Elektrotechniczny*, 89 (2013), nr.8, 86-94
- [15] Łukaszewicz T., Kania D., Kidoń Z., Pethe-Kania K., Posturographic methods for body posture symmetry assessment, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 63 (2015), n.4, 907-917
- [16] McGarva J., Mullineux G., Harmonic representation of closed curves, *Appl. Math. Modelling*, (1993), Vol. 17
- [17] Dalitz Ch., Brandt Ch., Goebbels S., Kolanus D., Fourier descriptors for broken shapes, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* (2013), 2013:161