

Układ sterowania z korektorem przekształcającym obiekty oscylacyjne w obiekty o dynamice quasi-inercyjnej

Streszczenie. W pracy przedstawiono sterowanie klasycznego obiektu oscylacyjnego przez człon korygujący z wielokrotnym opóźnieniem. Pozwala to na zamianę oscylacyjnej odpowiedzi skokowej obiektu w odpowiedź zbliżoną do odpowiedzi układów inercyjnych oraz wyznaczenie zastępczego modelu wieloinercyjnego o jednakowych stałych czasowych. W oparciu o taki model uproszczony można łatwo określić np. parametry odpowiedniego regulatora PID gwarantujące krótki czas regulacji przy małym przeregulowaniu.

Abstract. The paper presents the control of the classic oscillatory object by the corrector with multiple delays. The oscillatory response is converting into the response similar to the inertial systems. It allows to replaced the system by the multi-inertial model with equal time constants. The parameters of the PID controller, for such system, can be easily determined by using one of the well known methods. (The control system with corrector transforming the oscillatory object into the quasi-inertial dynamics).

Słowa kluczowe: układ oscylacyjny; układ wieloinercyjny; korektor z wielokrotnym opóźnieniem; PID.

Keywords: oscillating system; multi-inertial system; corrector with multiple delays; PID.

Wstęp

W syntezie układów sterowania często stosuje się metody inżynierskie pozwalające w prosty sposób wyznaczyć parametry regulatorów. Metody te bazują na uproszczonych modelach dynamiki i klasycznych regulatorach PID:

$$(1) \quad K_r(s) = K_r \left(I + \frac{I}{sT_c} + \frac{sT_r}{s\frac{T_r}{N} + I} \right)$$

gdzie: k_r – wzmacnienie proporcjonalne, T_c – stała całkowania, nazywana też czasem zdwojenia, T_r – stała różniczkowania, nazywana też czasem wyprzedzenia, N – współczynnik bezwymiarowy z zakresu od 2 do 30 [1]. Przy wyborze wartości N np. firma Siemens zaleca przedział od 5 do 10 [2].

Stosowanie modeli uproszczonych w syntezie układów regulacji wynika z łatwości identyfikacji ich parametrów oraz wielości najczęściej prostych metod doboru parametrów regulatora. Jednym ze stosowanych modeli uproszczonych jest model wieloinercyjny zwany modelem Strejca:

$$(2) \quad K(s) = \frac{k}{(I + sT)^n}$$

gdzie: k jest wzmacnieniem statycznym, T – czasem całkowania, a n – rzędem inercji. Model taki jest między innymi używany w sterownikach firmy Siemens w procesie automatycznego strojenia regulatorów [3].

Ze względu na typową odpowiedź czasową i standardowe parametry modelu (2), istnieje szereg metod pozwalających na proste określenie optymalnych nastaw regulatora PID dla tego typu obiektu. Chmura w swojej pracy [4] podał rozwiązanie dla optymalnego modułu transmitancji oraz dla kryterium w sensie stabilności aperiodycznej bez przeregulowań. W pracy [5] zaproponowano zależności określające wartości parametrów regulatora PID dla modelu Strejca trzeciego rzędu i dla kryterium minimalnego czasu regulacji bez przeregulowań. Podobne kryterium jakości zastosowano w pracy [6] w której rozważono modele wieloinercyjne rzędu nie mniejszego niż trzy. Dla kryterium minimalnej całki z iloczynu czasu i wartości bezwzględnej uchybu (ITAE), zapewniającego uzyskanie minimalnego przeregulowania i czasu ustalania porównywalnego z innymi wskaźnikami

całkowymi, optymalny dobór nastaw regulatora PID podano w pracach [7, 8]. W pracach tych podano również metodę strojenia regulatora PID w sposób eksperymentalny, w sytuacji gdy znane jest tylko wzmacnienie statyczne modelu (2). We wszystkich powyższych metodach wartości parametrów regulatora PID, unormowane względem stałej inercji T , są prostymi funkcjami rzędu inercji n .

W pracy zaproponowano zastosowanie do obiektu oscylacyjnego członu korekcyjnego, który sprowadzi odpowiedź takiego układu do postaci pozbawionej oscylacji. Pozwala to na wyznaczenie modelu uproszczonego w postaci inercji n – tego rzędu (2) oraz zastosowanie znanych powszechnie reguł do wyznaczenia odpowiedniego regulatora PID.

Korekcja dynamiki układu oscylacyjnego

Jednymi z często spotykanych obiektów regulacji są układy oscylacyjne o transmitancji:

$$(3) \quad K(s) = \frac{k}{I + \frac{2\beta}{\omega_0} s + \frac{I}{\omega_0^2} s^2}$$

gdzie k jest współczynnikiem wzmacnienia, β – stopniem tłumienia, a ω_0 – pulsacją drgań swobodnych.

Charakterystykę skokową $h(t)$ obiektu oscylacyjnego drugiego rzędu przedstawioną na rysunku 1 określa wzór:

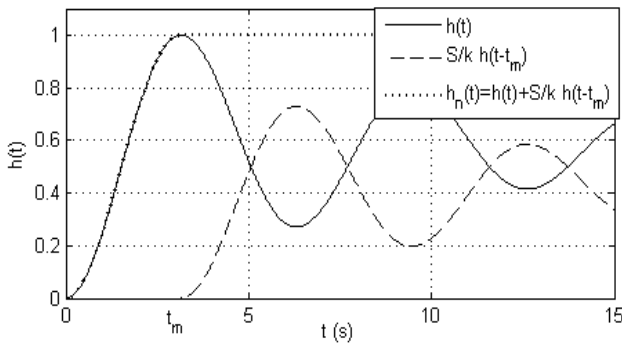
$$(4) \quad h(t) = k \left(1 - e^{-\beta\omega_0 t} \left(\cos\omega_0\sqrt{1-\beta^2} t + \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \sin\omega_0\sqrt{1-\beta^2} t \right) \right)$$

Wartość ustalona charakterystyki skokowej równa k zostaje

w chwili $t_m = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\beta^2}}$ przekroczona o wielkość zwaną przeregulowaniem $S = h(t_m) - k$:

$$(5) \quad S = ke^{\left(\frac{-\pi\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)}$$

Przy czym im mniejsza jest wartość β tym wielkość przeregulowania jest większa, a czas ustalania dłuższy.



Rys. 1 Odpowiedź skokowa układu oscylacyjnego $h(t)$ wraz z przesuniętym sygnałem korygującym $S/k h(t-t_m)$ i skorygowanym $y_n(t)$

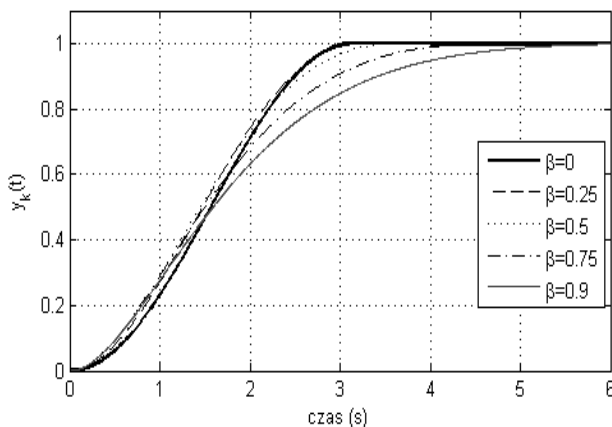
Jeżeli do przedstawionej na rysunku 1 charakterystyki skokowej układu oscylacyjnego, wykonanej dla pewnej wartości tłumienia $\beta \in (0, 1)$, dodać w chwili t_m taką samą charakterystykę, ale o współczynniku wzmocnienia S , to poczynając od chwili t_m suma obu składowych pozostaje stała i równa $k(I+S/k)$. Efekt ten można uzyskać podając na wejście obiektu sygnał

$$(6) \quad x(t) = I(t) + \frac{S}{k} I(t - t_m)$$

Jest to równoważne sterowaniu obiektu za pomocą skoku jednostkowego podanego przez człon korekcyjny o transmitancji:

$$(7) \quad K_k(s) = \frac{I}{I + \frac{S}{k}} \left(I + \frac{S}{k} e^{-st_m} \right)$$

Po upływie czasu t_m uzyska się stan ustalony $h(t > t_m) = k$ niezależnie od wartości β . Jest to prawdziwe nawet dla $\beta = 0$, choć wtedy należy się liczyć z tym, że składowe układu są niestabilne. Zaproponowany korektor jest szczególnym przypadkiem korektora z wielokrotnym opóźnieniem, tzw. korektora Gukowa. Na rysunku 2 pokazano przebiegi skorygowanych charakterystyk skokowych dla różnych wartości β , przy $\omega_0 = 1$ i $k = 1$.



Rys. 2. Odpowiedź układu oscylacyjnego skorygowanego, dla różnych wartości współczynnika tłumienia β

Przedstawione na rysunku 2 przebiegi mają charakter podobny do odpowiedzi skokowych obiektów inercyjnych, stąd można je zastąpić modelem wieloinercyjnym o jednakowych stałych czasowych:

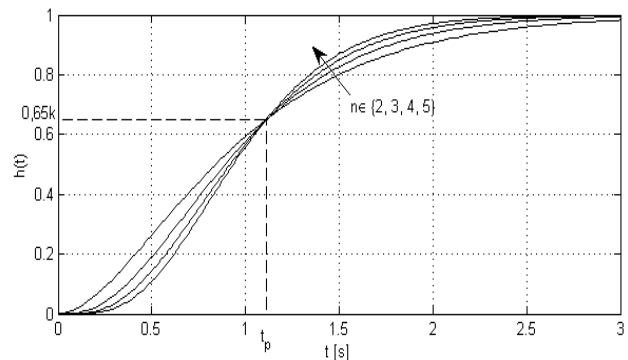
$$(8) \quad K_m(s) = \frac{k}{(I + sT)^n}$$

Zastępcze wartości parametrów będące odpowiednio funkcjami: $n(\beta)$, $T(\beta, \omega_0)$ można wyznaczyć za pomocą jednej z wielu znanych metod. Bardzo często wykorzystuje się do tego celu odpowiedź skokową identyfikowanego obiektu [9 – 12], inną możliwością jest zastosowanie kryteriów całkowych [13], bądź też metod sztucznej inteligencji [14].

W pracy wykorzystano metodę opartą o punkt wspólny odpowiedzi skokowej, zawartą w pracy [15]. Metoda ta bazuje na tym, iż charakterystyki skokowe, przy $k = const$ i $T = const$, dla różnych wartości rzędu inercji n przecinają się praktycznie w jednym punkcie o współrzędnych:

$$(9) \quad \begin{aligned} t_p &= 1,11T \\ h(t_p) &= 0,65k \\ k &= h(\infty) \end{aligned}$$

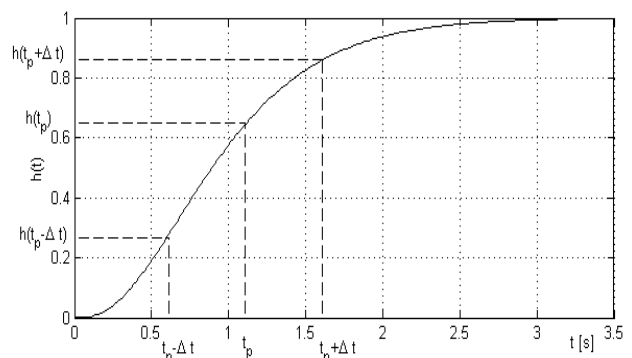
Zostało to pokazane na rysunku 3. Powyższe równania pozwalają na wyznaczenie wartości parametrów k i T .



Rys. 3. Charakterystyki skokowe układu wieloinercyjnego (8) dla różnych wartości rzędu inercji n

Przyjmując arbitralny czas Δt , o który zgodnie z rysunkiem 4 odchyłony zostanie czas t_p , można wyznaczyć wartość rzędu inercji n korzystając z przybliżonej zależności:

$$(10) \quad 0,735 \frac{n^{0,56}}{1 + 0,006 n^{1,36}} \cong \frac{(h(t_p + \Delta t) - h(t_p - \Delta t)) t_p}{k \Delta t}$$



Rys. 4. Wyznaczenie rzędu inercji n w oparciu o odpowiedź skokową układu wieloinercyjnego

Otrzymany ułamkowy rząd inercji n można zaokrąglić do wartości całkowitej n_z przy równoczesnej korekcie stałej inercji z T na T_z i spełnieniu zależności:

$$(11) \quad nT = n_z T_z$$

W tabeli 1 przedstawiono uzyskane wartości parametrów wraz z zaokrągleniami n do wartości całkowitej n_z .

Tabela 1. Parametry modelu wieloinercyjnego dla różnych wartości współczynnika tłumienia β

β	n	$T\omega_0$	n_z	$T_z\omega_0$
0,0	5,58	0,3024	6	0,2813
0,1	5,05	0,3226	5	0,3296
0,2	4,65	0,3488	5	0,3244
0,3	4,34	0,3700	4	0,4015
0,4	4,04	0,3917	4	0,3852
0,5	3,67	0,4398	4	0,4035
0,6	3,22	0,507	3	0,5445

Przykład zastosowania zastępczego modelu wieloinercyjnego do układu z regulatorem PID

Po skorygowaniu układu oscylacyjnego, do postaci zastępczego modelu wieloinercyjnego, zastosowano jedną z inżynierskich metod określania parametrów regulatora PID. Dla kryterium minimalnego czasu regulacji, przy przeregulowaniu nie przekraczającym 10%, nastawy regulatora w funkcji rzędu inercji przedstawione zostały w tabeli 2.

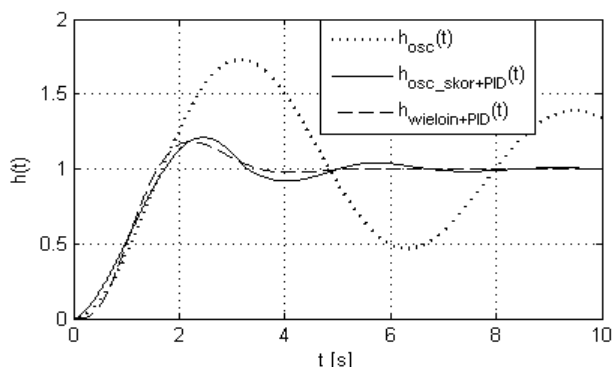
Tabela 2. Nastawy regulatora PID dla modelu wieloinercyjnego dla kryterium minimalnego czasu regulacji przy przeregulowaniu nie przekraczającym 10%

n	3	4	5	6
V_k	2,40	1,70	1,26	1,11
T_c/T	2,66	3,26	3,78	4,33
T_r/T	0,80	1,14	1,32	1,60

Powyższą metodę zastosowano do układu oscylacyjnego drugiego rzędu o współczynniku tłumienia $\beta = 0,1$, $\omega_0 = 1$ i $k = 1$, a więc obiektu o transmitancji:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + 0,2s + 1}$$

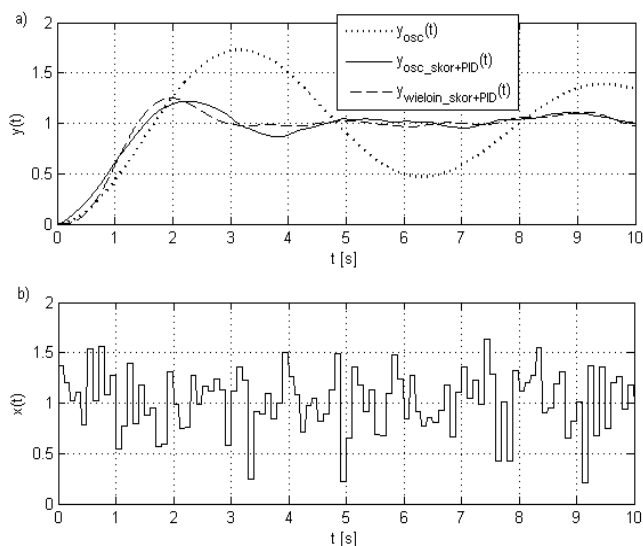
Uzyskane odpowiedzi skokowe: układu oscylacyjnego $h_{osc}(t)$, układu ze skorygowanym obiektem i regulatorem PID $h_{osc_skor}(t)$ i układu regulacji z zastępczym modelem wieloinercyjnym oraz regulatorem PID $h_{wieloin_skor}(t)$ przedstawiono na rysunku 5. Zastosowanie korektora z opóźnieniem oraz regulatora PID pozwoliło na znaczną poprawę właściwości dynamicznych układu. Przedstawiona na rysunku 5 odpowiedź układu z zastępczym modelem wieloinercyjnym $h_{wieloin_skor}(t)$, która może być traktowana jako swego rodzaju wzorzec, pokazuje, iż zastosowany model uproszczony (2) jest pewnym przybliżeniem, nie wprowadzającym znaczących błędów w trakcie procesu projektowania układu regulacji automatycznej.



Rys. 5 Odpowiedź skokowa obiektu oscylacyjnego $h_{osc}(t)$, układu regulacji ze skorygowanym obiektem i regulatorem PID $h_{osc_skor}(t)$ oraz układu regulacji z modelem uproszczonym wieloinercyjnym i regulatorem PID $h_{wieloin_skor}(t)$.

Na rysunku 6 pokazano zachowanie się układu regulacji w przypadku występowania szumów na wejściu układu. Rysunek 6.a pokazuje odpowiedzi: układu oscylacyjnego $h_{osc}(t)$, układu ze skorygowanym obiektem oscylacyjnym i regulatorem PID $h_{osc_skor}(t)$ oraz układu regulacji z zastępczym modelem wieloinercyjnym z regulatorem PID $h_{wieloin_skor}(t)$, na zaszumiony sygnał wejściowy (rysunek 6.b). Układy reagują na losowe wymuszenie działając jak filtr dolnoprzepustowy, co wynika z charakterystyki częstotliwościowej układu wieloinercyjnego. Zachowanie obu układów, skorygowanego oscylacyjnego i wzorcowego wieloinercyjnego, jest bardzo zbliżone, a występujące różnice wynikają jak poprzednio z zastosowania modelu uproszczonego.

Na rysunku 7 pokazano zachowanie się układu regulacji w przypadku występowania szumów na wejściu obiektu oscylacyjnego. Widać, że układ ze skorygowanym obiektem oscylacyjnym zachowuje się podobnie jak wzorcowy układ wieloinercyjny, choć różnica w odpowiedzi jest zdecydowanie większa niż w przypadku pokazanym na rysunku 6. Jest to wynikiem tego, iż szumy występują wewnątrz układu regulacji, a nie na jego wejściu jak było poprzednio. Występuje tu różnica w budowie wewnętrznej układów i zakłócenia podawane są w różnych miejscach, co skutkuje wystąpieniem większego błędu.



Rys. 6. a) Odpowiedź na zaszumiony sygnał skokowy obiektu oscylacyjnego $y_{osc}(t)$, układu regulacji ze skorygowanym obiektem i regulatorem PID $y_{osc_skor}(t)$ oraz układu regulacji z modelem uproszczonym wieloinercyjnym i regulatorem PID $y_{wieloin_skor}(t)$; b) zaszumiony sygnał wejściowy $x(t)$

Wnioski

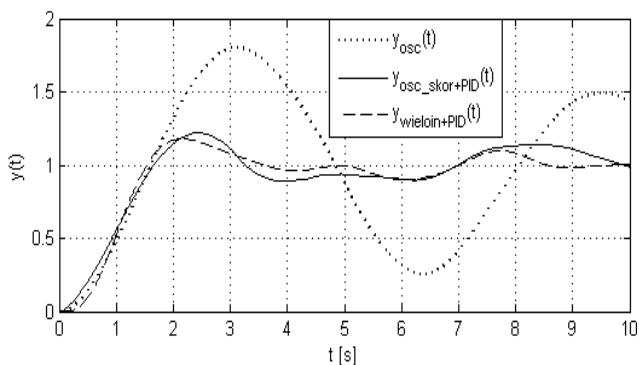
Zastosowanie korektora z wielokrotnym opóźnieniem do korekcji układu oscylacyjnego pozwoliło na zmianę charakteru odpowiedzi układu z oscylacyjnej na inercyjną oraz zastosowanie znanych — inżynierskich metod doboru nastaw regulatora PID. W tym celu skorygowany obiekt prototypowy został jako układ wieloinercyjny.

Zaproponowana metoda jest metodą inżynierską, a jej stosowanie, przy znajomości transmitancji układu oscylacyjnego, sprowadza się do odczytu odpowiednich danych z tabeli 1 i 2.

Przy wyznaczaniu modelu zastępczego oraz parametrów regulatora PID można nie ograniczać się do zaproponowanych w pracy metod, ale skorzystać z dowolnej innej metody. W takim przypadku zaproponowaną w pracy metodykę należy traktować jako pewną meta-

regulę pozwalającą na wykorzystanie szerokiej wiedzy i doświadczenia projektanta układu regulacji.

Przedstawiony w pracy przykład ilustruje skuteczność zaproponowanej metody zarówno w przypadku braku jak i przy występowaniu zakłóceń.



Rys. 7 Odpowiedź układu z regulatorem PID w przypadku wystąpienia zakłóceń na wejściu: obiektu oscylacyjnego $y_{osc}(t)$, układu regulacji ze skorygowanym obiektem oscylacyjnym i regulatorem PID $y_{osc_skor}(t)$ oraz układu regulacji z modelem uproszczonym wieloinercyjnym i regulatorem PID $y_{wieloin_skor}(t)$

Autorzy: prof. dr hab. inż. Adam Żuchowski, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Katedra Sterowania i Pomiarów, ul. 26 Kwietnia 10, 70-126 Szczecin; dr inż. Janusz Papliński, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Katedra Sterowania i Pomiarów, ul. 26 Kwietnia 10, 70-126 Szczecin, E-mail: janusz.paplinski@zut.edu.pl.

LITERATURA

- [1] O'DWYER, A., *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, London: Imperial college press, (2009)
- [2] SIMATIC Standard PID Control - Siemens Industry Online https://cache.industry.siemens.com/dl/files/084/1137084/att_27126/v1/Stdpid_e.pdf (dostęp 2016.05.12)
- [3] Preuss H. P., Robuste adaptation in processreglern, *Automatisierungstechnische Praxis*, 33 (1991), 178 – 187
- [4] Chmura L., Optymalizacja nastaw regulatorów oparta na modelu obiektu typu inercja n-tego rzędu, *Pomiary Automatyka Kontrola* 1 (1984), 12-15
- [5] Halawa, J., Dobór nastaw regulatora PID dla obiektu opisanego modelem Strejca trzeciego rzędu, *Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji* 45 (1999), nr 3-4, 315-320.
- [6] Trybus, L., A set PID tuning rules, *Archives of Control Sciences* 15 (2005) nr 1, 5-17.
- [7] Wciślík, M., Łaskawski M., Propozycja metody nastaw regulatora PI oraz PID dla modelu Strejca, *Zeszyty Naukowe, Elektryka/Politechnika Łódzka* 124 (2012), 233-240.
- [8] Wciślík, M., Łaskawski M., Metoda doboru nastaw regulatorów PI i PID w układzie regulacji z modelem Strejca jako obiekt, *Przegląd Elektrotechniczny* 89 (2013), 280-283
- [9] Jakoubek, P., Experimental identification of stabile non oscillatory systems from step responses by selected methods, *Konferencja Studencka Tvuurci-Cinnosti* (2009)
- [10] Skoczowski, S., Evaluation of order and the spread of time constants for aperiodic processes using step response, *Control Engineering Practice* 5 (1997), n.8, 1077-1089.
- [11] Żuchowski, A., Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w oparciu o pomiar charakterystyki skokowej, *Pomiary, Automatyka, Kontrola* 46 (2000) nr 7: 6-9.
- [12] Ahmed, S., HUANG, B. and Shah, S.L., Novel identification method from step response, *Control Engineering Practice*, 15 (2007) n.5, 545-556,.
- [13] Papliński, J. P., Żuchowski, A., The Strejca model parameters identification with analysis of influence of random disturbances. *In Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 18th International Conference IEEE* (2013), 666-671.
- [14] Hoczek, T., "Identyfikacja prostych modeli dynamiki poprzez iterowany algorytm genetyczny, *Pomiary, Automatyka, Kontrola* 58 (2012) nr 10, 850-853.
- [15] Żuchowski, A., On methods of evaluation of parameters of Strejca's model with the use of measurement data representing system step response, *Metrology and Measurement Systems* 11 (2004) n.4, 345-361.