

doi:10.15199/48.2017.08.20

Realizacja pamięci skojarzeniowej z zastosowaniem modelu uczenia maszynowego

Streszczenie. W pracy przedstawiono model systemu nauczania maszynowego wykorzystujący transformacje biortogonalne oparte na macierzach Hurwitza-Radona. Uniwersalne właściwości proponowanego modelu nauczania maszynowego zilustrowano przykładem analizy polegającym na rekonstrukcji obrazu na podstawie niepełnych danych.

Abstract. The paper presents a model of machine learning system using biorthogonal transformations based on Hurwitz-Radon matrices. The universal properties of the proposed machine learning model are illustrated by an example of an image reconstruction analysis based on incomplete data. (On Realization of Associative Memory Using Machine Learning).

Słowa kluczowe: inteligencja obliczeniowa, systemy uczenia maszynowego, rekonstrukcja obrazów, przetwarzanie sygnałów, transformacja biortogonalna, macierze Hurwitza-Radona

Keywords: computational intelligence, machine learning systems, image reconstruction, biorthogonal transformation, Hurwitz-Radon matrices

Wprowadzenie

W pracach [1, 2] zaprezentowano model nauczania maszynowego wykorzystując, oparte na macierzach Hurwitza-Radona transformacje biortogonalne i ortogonalne. Podstawową funkcją tego modelu jest implementacja pewnego odwzorowania $d = F(x)$, $d \in R^m$, $x \in R^n$, generowanego przez zbiór treningowy $S = \{x_i, d_i\}_{i=1}^N$. Ważną cechą modelu jest jego uniwersalność pozwalająca na realizację podstawowych funkcji systemów uczących się, takich jak kojarzenie wzorców (Pattern Association), rozpoznawanie i klasyfikacja wzorców (Pattern Recognition) oraz modelowanie odwrotne (Inverse Modelling). Własność kojarzenia wzorców została w niniejszej pracy zilustrowana przykładem rekonstrukcji obrazu Leny.

Kojarzenie/Rekonstrukcja wzorców (obrazów)

Struktura systemu uczenia maszynowego opartego na macierzach Hurwitza-Radona została zaprezentowana we wcześniejszych pracach w których pokazano zastosowania do predykcji ciągów czasowych generowanych w deterministycznych układach chaotycznych [2]. Badany system uczenia maszynowego można wykorzystać także do rekonstrukcji obrazów na podstawie niepełnych wzorców. W niniejszej pracy przedstawiono rekonstrukcję obrazów czarno-białych. Zakłada się zatem, że badany obraz czarno-biały zapisany jest w macierzy $X = \{x_1, \dots, x_N\}$ gdzie wektory x_i stanowią elementy kolumnowe obrazu lub i -ty obraz zapisany w wektorze kolumnowym. Macierz ta określa stopnie szarości poszczególnych pikseli obrazu i jest zbiorem treningowym dla którego wyznacza się macierz M będącą widmem Haara obrazu X :

$$(1) \quad M = WX$$

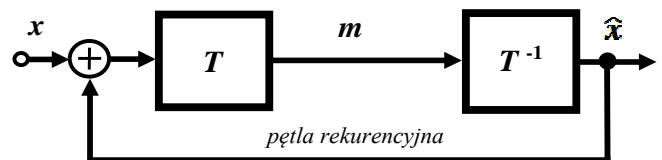
$$(2) \quad W = (H_{2^k} + 1)$$

gdzie: $M = \{m_1, \dots, m_N\}$ - macierz widm Haara wektorów x_i , $i = 1, \dots, N$

H_{2^k} - macierz Hurwitza-Radona, skośnie symetryczna, ortonormalna ($H_{2^k}^2 = -1$).

Ze względu na właściwości macierzy W transformacja opisana powyżej jest transformacją ortogonalną [3].

Strukturę systemu uczenia maszynowego służącego do rekonstrukcji obrazu, składającą się z dwóch podstawowych członów, przedstawiono na rysunku 1.



Rys.1. Struktura systemu nauczania maszynowego

Biortogonalna transformacja $T: x \rightarrow m$ wyznaczająca widmo składowych obrazu przyjmuje formę:

$$(3) \quad m = T(x) = (2 \cdot \mathbf{1} - M_s - H_{2^k})^{-1} x$$

gdzie:

$$(4) \quad M_s = M(M^T M)^{-1} M^T$$

$(M^T M)^{-1} M^T$ jest macierzą pseudoodwrotną macierzy M .

Natomiast ortogonalna transformacja odwrotna $T^{-1}: m \rightarrow x$ dana jest następująco:

$$(5) \quad x = T^{-1}(m) = (-H_{2^k} + 1)m.$$

Warto zauważyć, że dla $x = x_i$, $i = 1, \dots, N$, na wyjściu struktury z rysunku 1 otrzymuje się $\hat{x}_i = x_i$, $i = 1, \dots, N$. Struktura ta posiada zatem cechy transformacji bezstratnej. Rekonstrukcja/kojarzenie wzorców w przypadku gdy $x_i = \hat{x}_i$ jest wektorem (obrazem lub elementem obrazu) zniekształconym poprzez usunięcie niektórych składowych, odbywa się z zastosowaniem mechanizmu rekurencyjnego (pętla rekurencyjna na rysunku 1):

$$(6) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{x}_i^{(k)} = x_i$$

gdzie: $\hat{x}_i^{(k)}$ - kolejne wersje obrazu dla k -tej iteracji $k = 1, 2, \dots$.

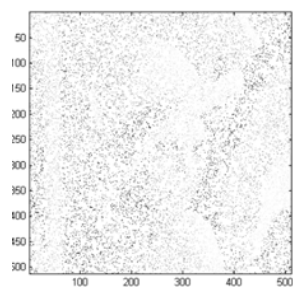
Przykład obliczeniowy

Opisaną strukturę uczenia maszynowego zastosowano do rekonstrukcji obrazów na podstawie niepełnych wzorców. Jako obraz testowy wykorzystano czarno-białe zdjęcie Leny o rozdzielczości 512×512 pikseli, często wykorzystywane do badania algorytmów kompresji i przetwarzania obrazów (rys.2).

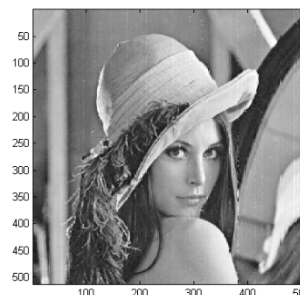


Rys.2. Obraz testowy

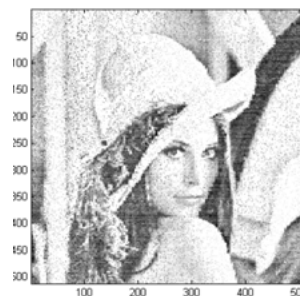
Zdjęcie to zostało zapisane w programie Matlab w postaci macierzy X_{lena} o rozmiarze 512×512 , określającej stopnie szarości poszczególnych pikseli. W przedstawionym przykładzie zastosowano system uczenia maszynowego, który został zrealizowany w oparciu o macierz Hurwita-Radona H_{512} zgodnie z równaniem (2). W wykonanych doświadczeniach numerycznych oryginalny obraz został podzielony na części składające się z grup wektorów. Analiza pełnego obrazu była zatem sekwencją analiz cząstkowych. Takie podejście do zagadnienia rekonstrukcji obrazu wynika z właściwości proponowanego systemu uczenia maszynowego. W przypadku jednoczesnej analizy całego obrazu wymiar 2^k systemu uczenia maszynowego należałoby odpowiednio zwiększyć. Na rysunku 3 przedstawiono przebieg procesu rekonstrukcji obrazu z którego usunięto w sposób losowy 90% informacji. Analizowano zbiory 4 kolumn $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, zatem pełna rekonstrukcja obrazu była w tym wypadku sumą 128 analiz cząstkowych. Zilustrowana jest zbieżność procesu iteracyjnego, poszczególne obrazy przedstawiają wyniki rekonstrukcji obrazu odpowiednio po 5, 20 i 100 iteracjach. Na rysunku 4 zamieszczono wyniki analizy tego samego obrazu ale z zastosowaniem grup 16-kolumnowych $X = \{x_1, \dots, x_{16}\}$, pełen obraz był zatem sumą 32 analiz cząstkowych. Wyniki rekonstrukcji obrazu po takiej samej liczbie iteracji są wyraźnie gorsze. Dalsze zwiększanie liczby iteracji nie powodowało zauważalnej poprawy jakości rekonstrukcji. W kolejnym przykładzie analizowano ten sam obraz pierwotny (90% zakłóceń), zastosowano taką samą liczbę iteracji rekurencyjnych (100 iteracji), zmieniano natomiast liczbę kolumn składających się na pojedynczą sekwencję a co za tym idzie ilość analiz cząstkowych koniecznych do pełnej rekonstrukcji obrazu. Na rysunku 5 pokazano wyniki uzyskane gdy użyto w każdej sekwencji 64, 32, 16 i 4 kolumn. Najlepszy rezultat osiągnięto gdy użyto 128 sekwencji po 4 kolumny w grupie, co się pokrywa ze wcześniejszymi doświadczeniami. W kolejnym doświadczeniu z analizowanego obrazu usunięto część informacji zostawiając tylko wąski pasek. Z formalnego punktu widzenia w macierzy X_{lena} pozostawiono wiersze pomiędzy 200 a 280-tym. Obraz pierwotny oraz wyniki rekonstrukcji po 5, 20 i 100 iteracjach przedstawiono na rysunku 5.



a)



b)

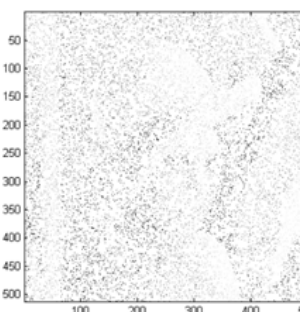


c)

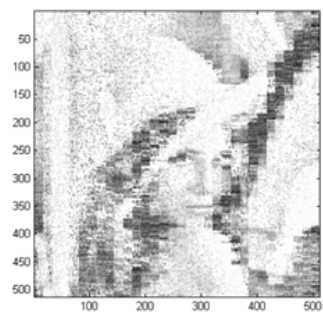


d)

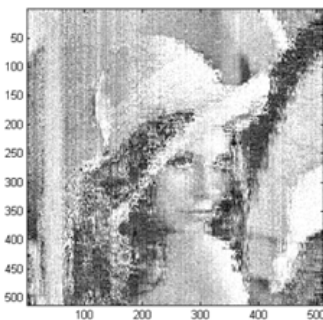
Rys.3. Rekonstrukcja obrazu – poziom zakłóceń 90%, zbiory 4 kolumnowe
a) obraz pierwotny, b) wynik rekonstrukcji po 5 iteracjach, c) wynik rekonstrukcji po 20 iteracjach, d) wynik rekonstrukcji po 100 iteracjach



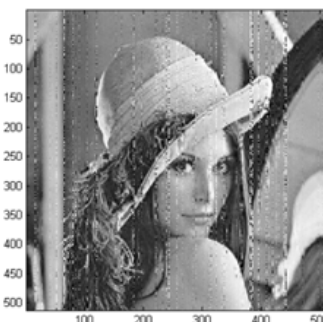
a)



b)



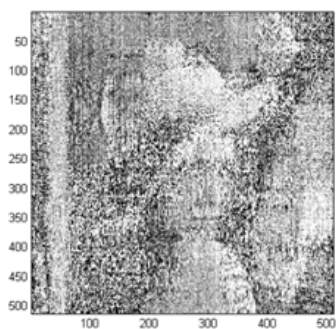
c)



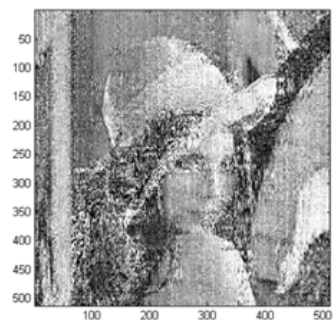
d)

Rys.4. Rekonstrukcja obrazu – poziom zakłóceń 90%, zbiory 16 kolumnowe

a) obraz pierwotny, b) wynik rekonstrukcji po 5 iteracjach, c) wynik rekonstrukcji po 20 iteracjach, d) wynik rekonstrukcji po 100 iteracjach



a)



b)



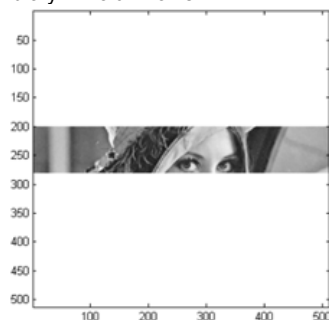
c)



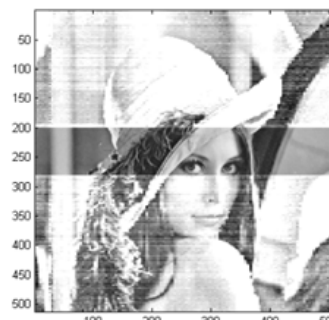
d)

Rys.5. Rekonstrukcja obrazu – poziom zakłóceń 90%, wynik po 100 iteracjach

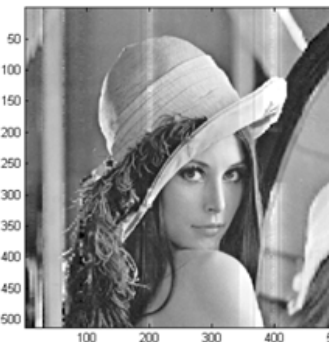
a) zbiory 64 kolumnowe, b) zbiory 32 kolumnowe, c) zbiory 16 kolumnowe, d) zbiory 4 kolumnowe



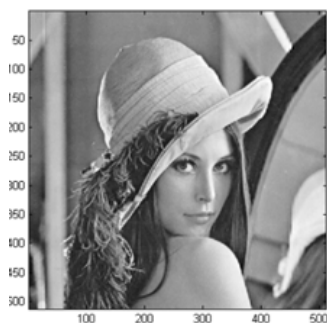
a)



b)



c)



d)
Rys.6. Rekonstrukcja obrazu – w oryginalnym obrazie pozostawiono wiersze 200-280
a) obraz pierwotny, b) rekonstrukcja po 5 iteracjach, c) rekonstrukcja po 20 iteracjach, d) rekonstrukcja po 100 iteracjach

Podsumowanie

W pracy został zaproponowany ogólny model systemu nauczania maszynowego w strukturze którego wykorzystano transformacje biortogonalne. Model ten ma charakter uniwersalny, pozwala na realizację typowych, podstawowych funkcji systemów uczących się takich jak

kojarzenie, rozpoznawanie i klasyfikacja wzorców, modelowanie odwrotne. W artykule zajmowano się jednym z aspektów zastosowań prezentowanego modelu, a mianowicie wykazano jego przydatność do rekonstrukcji obrazów na podstawie niepełnych wzorców. Ten aspekt zastosowań został zilustrowany wynikami analiz, które wykazały, że możliwa jest rekonstrukcja obrazu nawet w przypadku gdy usunięto z niego losowo 90% informacji.

Autorzy: Wiesław Citko, Wiesław Sieńko, Akademia Morska w Gdyni, Wydział Elektryczny, ul. Morska 81-87, 81-225 Gdynia, E-mail: wcitko@am.gdynia.pl.

LITERATURA

- [1] Citko W., Sieńko W., Modele optymalnego przetwarzania sygnałów losowych, *Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Gdyni*, nr 90/2015, 2015
- [2] Citko W., Sieńko W., Zastosowanie macierzy Hurwitza-Radona w uczeniu maszynowym, *Elektronika : konstrukcje, technologie, zastosowania*, (10) (2016), 28–30
- [3] Eckmann B., Topology, Algebra, Analysis-Relations and Missing Links, *Notices of the AMS*, vol. 46 (1999), No 5