

## Monolityczna metoda planowania montażu dotyczącego wielowariantowego sprzętu elektrycznego i elektronicznego

**Streszczenie.** Skonstruowane matematyczne modele zadań programowania całkowitoliczbowego dotyczą harmonogramowania montażu wielowariantowych produktów w liniach montażowych bez maszyn równoległych. Uwzględniono linie montażowe z buforami międzyoperacyjnymi, a także bez tych magazynów lokalnych, w przypadku których operacje szeregowane są „bez czekania”. Wzięto pod uwagę planowane przestoje maszyn – w tym celu opracowano procedurę oszacowania długości uszeregowania. Zamieszczone wyniki eksperymentów obliczeniowych pokazują wpływ konfiguracji linii montażowej oraz rodzaju marszrut montażu (sztywnych lub alternatywnych) na wyznaczone harmonogramy.

**Abstract.** The constructed mathematical models of integer programming apply to assembly scheduling of multi-option products for assembly lines without parallel machines. The assembly lines with intermediate buffers with limited capacity and the lines without buffers – for “no-waiting scheduling” are regarded. The planned downtime of machines are provided and that’s why the procedure of estimate of length of schedule is constructed. The results of computational experiments show the influence of the configuration of the assembly line and the kind of routes (a fixed or an alternative) on constructed schedules. (A monolithic method of assembly planning for multi-option electric and electronic equipment).

**Słowa kluczowe:** harmonogramowanie montażu, programowanie całkowitoliczbowe, produkty wielowariantowe, szeregowanie operacji  
**Keywords:** assembly scheduling, integer programming, multi-option products, scheduling.

### Wprowadzenie

Montaż sprzętu elektrycznego oraz elektronicznego często musi uwzględniać indywidualne wymagania odbiorców. Produkty danego typu mogą różnić się np. mocą silnika, obudową (rodzajem, kolorem), czy liczbą części składowych (np. dodatkowe uchwyty). Oznacza to, że produkty te mogą być montowane w różnych wariantach.

W celu planowania wykonywania operacji montażowych dotyczących wielowariantowych produktów zbudowana została monolityczna metoda. Służy ona do budowy harmonogramów montażu wielowariantowego sprzętu elektrycznego oraz elektronicznego, a opisana została w następujących rozdziałach artykułu.

W budowie harmonogramów montażu stosuje się dwie koncepcje: monolityczną lub hierarchiczną [1]. W przypadku koncepcji hierarchicznej (wielopoziomowej) problem globalny (dotyczący zadania wyznaczenia harmonogramu montażu) dzielony jest na kolejno rozwiązywane zadania, np. najpierw rozdzielane są operacje montażowe pomiędzy maszyny, a następnie operacje rozdzielane są w czasie. Problematyka dotycząca hierarchicznego planowania przedstawiona jest m.in. w pracy [2]. Koncepcja taka stosowana jest przeważnie w przypadku problemów o relatywnie znacznych rozmiarach. Na każdym poziomie hierarchicznej metody rozwiązywane są zadania o mniejszej liczbie parametrów i zmiennych niż w przypadku koncepcji monolitycznej. Stosowanie koncepcji monolitycznej (jednopoziomowej) skutkuje bowiem równoczesnym uwzględnieniem wszystkich częściowych zadań, co oznacza, że wszystkie parametry są równocześnie wykorzystywane w relacjach matematycznych opisujących budowany harmonogram. Wybór koncepcji monolitycznej do budowy harmonogramów montażu wielowariantowych produktów, a także zastosowanie programowania całkowitoliczbowego (PC) przyczyniły się do wyznaczania harmonogramów optymalnych za pomocą opracowanej metody – przy uwzględnieniu kryterium czasowego, którym jest długość harmonogramów. Oznacza to, że metoda przeznaczona jest do wyznaczania najkrótszych harmonogramów. Wady i zalety obu koncepcji harmonogramowania montażu (monolitycznej i hierarchicznej) opisano szerzej w pracy [3].

Programowanie całkowitoliczbowe, które wykorzystano w opracowanej metodzie, jest coraz częściej stosowanym narzędziem w harmonogramowaniu montażu, co wykazują m.in. prace [3], [4] i [5]. Wynika to głównie z rozwoju tech-

niki komputerowej oraz oprogramowania (pakiety optymalizacji dyskretnej).

Opracowana metoda dotyczy więc optymalizacji procesu produkcji, która uwzględnia kryterium czasowe, mające jednak wpływ na ponoszone koszty. Innym istotnym obszarem optymalizacji jest etap projektowania produktu, mający wpływ na jego jakość [6], poprzedzający proces produkcji.

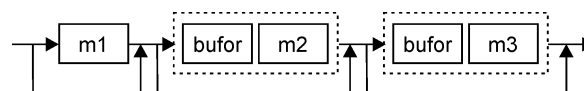
W dalszej części artykułu przedstawiono kolejno: ogólny opis metody, opis parametrów, model matematyczny zadania PC, wyniki eksperymentów obliczeniowych i wnioski.

### Ogólny opis metody

Metoda dotyczy jednokierunkowych linii montażowych bez maszyn równoległych. Uwzględniono dwa przypadki:

- między maszynami znajdują się bufory międzyoperacyjne o ograniczonych pojemnościach, w których produkty mogą oczekiwać na wykonanie kolejnych operacji;
- brak buforów między maszynami, operacje montażowe szeregowane są „bez czekania” – przerwy pomiędzy wykonywaniem operacji przeznaczone są wyłącznie na transport produktów i przebrojenia maszyn [7].

Przykładową konfigurację linii montażowej z buforami międzyoperacyjnymi zamieszczono na rysunku 1.



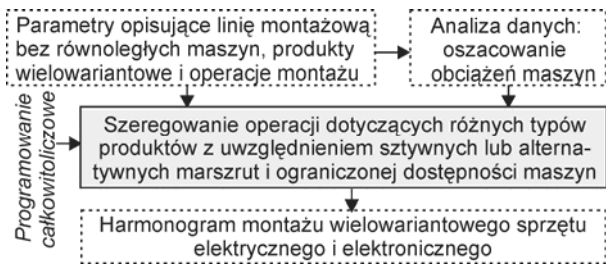
Rys. 1. Przykładowa konfiguracja linii montażowej

Przy uwzględnieniu opisanej konfiguracji linii montażowej należy zbudować jak najkrótszy harmonogram wykonywania operacji montażowych dotyczących wielowariantowego sprzętu elektrycznego i elektronicznego. Oznacza to, że równocześnie mogą być montowane nie tylko produkty różnych typów, ale również odmiennych wariantów. Każdy typ produktu może mieć przyporządkowane różne warianty.

W budowie harmonogramów uwzględniono dwa rodzaje marszrut montażu [8]:

- sztywne marszruty – każdy typ operacji przydzielany jest dokładnie do jednej maszyny;
- alternatywne marszruty – każdy typ operacji przydzielany jest do co najmniej jednej maszyny.

Schemat blokowy metody przeznaczonej do rozwiązania opisanego zadania przedstawiono na rysunku 2.



Rys.2. Schemat blokowy metody monolitycznej

Do danych wejściowych należą parametry opisujące linię montażową oraz montowane produkty. W związku z tym, że w metodzie uwzględniono planowane przestoje maszyn, opracowano procedurę oszacowania obciążeń maszyn. Te dane wejściowe, jak i również zdefiniowane zmienne, opisujące obciążenia poszczególnych maszyn, uwzględniono w zbudowanych modelach matematycznych zadań programowania całkowitoliczbowego. Modele te służą do wyznaczania jak najkrótszych harmonogramów montażu wielowariantowego sprzętu elektrycznego i elektronicznego. Opisane zostały w następnych rozdziałach.

### Parametry i zmienne

W celu matematycznego opisu zadania, przedstawionego w poprzednim rozdziale, zdefiniowano parametry i zmienne. Wyszczególniono je w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie oznaczeń

Podstawowe zbiory:	
$I$	– zbiór maszyn; $I = \{1, \dots, M\}$ ;
$J$	– zbiór typów operacji montażowych; $J = \{1, \dots, N\}$ ;
$K$	– zbiór typów produktów; $K = \{1, \dots, W\}$ ;
$L^*$	– zbiór przedziałów czasowych; $L^* = \{1, \dots, H^*\}$ ;
$S$	– zbiór indeksów produktów; $S = \{1, \dots, U\}$ ;
Pozostałe zbiory:	
$I_j$	– zbiór maszyn zdolnych do wykonania operacji $j$ ;
$J^C$	– zbiór operacji, w których domontowywane części są pobierane z podajników części, $J^C \subset J$ ;
$J^1$	– zbiór operacji podstawowych, $J^1 \subset J$ ;
$J^2$	– zbiór operacji dodatkowych, które różnicują wielowariantowe produkty, $J^2 \subset J$ ;
$O^1$	– zbiór par $(k, j)$ , w przypadku których operacja podstawowa $j \in J^1$ dotyczy produktu typu $k \in K$ ;
$O^2$	– zbiór par $(s, j)$ , w przypadku których operacja dodatkowa $j \in J^2$ dotyczy produktu $s \in S$ ;
$R^1$	– zbiór trójek $(k, r, j)$ , w przypadku których kolejno wykonywane operacje podstawowe $r, j \in J^1$ dotyczą produktu typu $k$ ;
$R^2$	– zbiór trójek $(s, r, j)$ , w których kolejno wykonywane operacje $r, j \in J$ dotyczą produktu $s$ , w przypadku których co najmniej jedna należy do zbioru $J^2$ ;
$T$	– zbiór par $(s, k)$ , w których produkt $s$ jest typu $k$ ;
Parametry:	
$a_{ij}$	– przestrzeń robocza maszyny $i$ wymagana dla wykonania operacji montażowej typu $j$ ;
$b_i$	– przestrzeń robocza maszyny $i$ ;
$d_i$	– pojemność bufora umieszczonego przed maszyną $i$ ;
$g_{ir}$	– czas transportu pomiędzy maszynami $i$ oraz $r$ ;
$p_{jk}^1$	– czas wykonywania operacji podstawowej $j \in J^1$ dotyczącej produktu typu $k$ ;
$p_{js}^2$	– czas wykonywania operacji dodatkowej $j \in J^2$ dotyczącej produktu $s$ ;
$\mu_{il}$	= 1, jeżeli maszyna $i$ jest dostępna w przedziale czasowym $l$ , inaczej $\mu_{il} = 0$ ;
Zmienne:	
$x_{ij}$	= 1, jeżeli wykonywanie operacji typu $j$ przydzielono maszynie $i$ , inaczej $x_{ij} = 0$ ;

$q_{ijsl} = 1$ , jeżeli na maszynie  $i$  wykonywana jest operacja montażowa typu  $j$  dla produktu  $s$  w przedziale czasowym  $l$ , inaczej  $q_{ijsl} = 0$ ;

Dotyczące wyłącznie linii z buforami międzyoperacyjnymi:

$y_{isl} = 1$ , jeżeli bufor znajdujący się przed maszyną  $i$  jest obciążony w przedziale czasowym  $l$  przez produkt  $s$ , inaczej  $y_{isl} = 0$ ;

$w_{is}$  – czas rozpoczęcia wykonywania operacji dotyczących produktu  $s$  na maszynie  $i$ ;

$z_{is}$  – czas zakończenia wykonywania operacji dotyczących produktu  $s$  na maszynie  $i$ . Jeżeli produkt  $s$  nie jest montowany na maszynie  $i$ , to  $w_{is} = z_{is} = 0$ .

W tabeli 1 wyszczególniono m.in. dwa zbiory operacji:  $J^1$  – zbiór operacji podstawowych, które wykonywane są dla produktów różnych typów, a także  $J^2$  – zbiór operacji dodatkowych, dzięki którym produkty danego typu mogą być zróżnicowane – montowane są w różnych wariantach. Przypisanie operacji podstawowych oraz dodatkowych poszczególnym produktom zakodowane jest za pomocą ciągów (zdefiniowanych w tabeli 1) należących do zbioru  $O^1$  i  $O^2$ . Kolejność wykonywania operacji dotycząca poszczególnych produktów znana jest dzięki zbiorom  $R^1$  i  $R^2$ .

Przykład: dany jest produkt typu  $k = 1$  który ma być montowany w 2 wariantach  $s = 1$  oraz  $s = 2$ . Zbiór  $T$  (zdefiniowany w tabeli 1) ma więc postać:  $T = \{(1,1), (2,1)\}$ . W przypadku tego produktu należy wykonać operacje podstawowe należące do zbioru  $J^1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  oraz operacje różnicujące produkty należące do zbioru  $J^2 = \{6, 7, 8\}$ . Wariant  $s = 1$  tego produktu charakteryzuje się zamontowaniem silnika – jest to operacja 6. Natomiast w przypadku wariantu  $s = 2$  należy zamontować silnik większej mocy (operacja 7), a także dodatkowy uchwyt (operacja 8). W przypadku produktu  $s = 1$  kolejno wykonywane są operacje: 1, 2, 6, 3, 4, 5, a montaż produktu  $s = 2$  wymaga wykonania kolejno operacji: 1, 2, 7, 3, 4, 5, 8. Zbiory opisujące ograniczenia kolejnościowe mają więc postać:  $R^1 = \{(1, 1, 2), (1, 3, 4), (1, 4, 5)\}$ ,  $R^2 = \{(1, 2, 6), (1, 6, 3), (2, 2, 7), (2, 7, 3), (2, 5, 8)\}$ .

Planowane przestoje maszyn są uwzględnione w oszacowanym okresie obciążenia maszyn  $LBP_{\max}$  wyznaczanym według następującej procedury [9]:

1) Wyznacz  $\delta_s$  minimalny czas montażu każdego produktu  $s$  stosując równania (1).

$$(1) \quad \delta_s = \sum_{k \in K: (s,k) \in T} \sum_{j \in J^1: (k,j) \in O_1} p_{jk}^1 + \sum_{j \in J^2: (s,j) \in O^2} p_{js}^2; \quad s \in S$$

2) Zgodnie z równaniem (2) oblicz średni czas obciążenia maszyn i zaokrąglij go do liczby całkowitej.

$$(2) \quad \bar{\delta} = \text{round} \left( \frac{1}{M} \sum_{s \in S} \delta_s \right) \quad (\text{round} - \text{funkcja zaokrągleń})$$

3) Dla każdej maszyny  $i$  oszacuj jej minimalne obciążenie  $\omega_i$ , w którym uwzględnione są planowane przestoje. W związku z tym przyjmij  $i:=1$  a następnie:

- Przyjmij  $\omega_i := 1$  i idź do kroku 3b.
- Jeżeli równanie (3) jest spełnione, idź do kroku 3d, w przeciwnym razie idź do kroku 3c.

$$(3) \quad \sum_{\tau=1}^{\omega_i} \mu_{i\tau} = \bar{\delta}$$

- Jeżeli  $\omega_i < H^*$ , to przyjmij  $\omega_i = \omega_i + 1$  i wróć do kroku 3b. Jeżeli  $\omega_i = H^*$  i warunek (3) nie jest zachowany

należy zmodyfikować dane w celu umożliwienia wykonania wszystkich operacji. W tym celu należy zwiększyć wartość  $H^*$  (wydłużyć okres planowania) lub zmienić harmonogram planowanych przestojów.

d) Jeżeli  $i < M$ , to wróć do kroku 3a, jeśli nie – idź do kroku 4.

4)  $LBP_{\max}$  wyznacz na podstawie równania (4).

$$(4) \quad LBP_{\max} = \max_{i \in I} \omega_i$$

Wyznaczona wartość  $LBP_{\max}$  została uwzględniona w wyznaczeniu liczby rozpatrywanych przedziałów czasowych  $H$ , gdzie  $H < H^*$  oraz spełnia równanie (5).

$$(5) \quad H = \begin{cases} 1, 3LBP_{\max} & \text{dla sztywnych marszrut} \\ 1, 2LBP_{\max} & \text{dla alternatywnych marszrut} \end{cases}$$

Wyznaczona liczba przedziałów czasowych  $H$  została zweryfikowana w eksperymentach obliczeniowych i okazała się wystarczająca. Dobór zbyt dużej wartości tej liczby wpłynąłby niekorzystnie na czasochłonność obliczeń. Jednakże jeżeli wartość  $H$  jest zbyt mała – zastosowany pakiet optymalizacji dyskretnej nie rozwiąże problemu – należy zwiększać liczbę przedziałów czasowych (co najmniej o jeden), dopóki sygnalizowane jest, że problem nie ma rozwiązania.

#### Model zadania programowania całkowitoliczbowego

Opisane parametry i zmienne wykorzystano w modelach matematycznych. Ich oznaczenia zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Oznaczenia modeli matematycznych

Uwarunkowania dotyczące linii montażowej	Szytywne marszrutu	Alternatywne marszrutu
z buforami międzyoperacyjnymi	M1	M2
szeregowanie „bez czekania”	M3	M4

Oto modele matematyczne M1–M4:

$$(6) \text{ Zminimalizować: } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \sum_{l \in L} l q_{ijsl}$$

$$(7) \text{ Przy ograniczeniach: } \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} q_{ijsl} \leq \mu_{il}; \quad i \in I; \quad l \in L$$

$$(8) \quad \sum_{i \in I, l \in L; \mu_{il}=1} \sum_{j \in J^1} q_{ijsl} = p_{jk}^1; \quad j \in J^1; (s, k) \in T; (k, j) \in O^1$$

$$(9) \quad \sum_{i \in I, l \in L; \mu_{il}=1} \sum_{j \in J^2} q_{ijsl} = p_{js}^2; \quad j \in J^2; s \in S; (s, j) \in O^2$$

$$(10) \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} q_{ijsl} \leq 1; \quad l \in L; s \in S$$

$$(11) \quad q_{ijsl} + q_{\bar{t}rsf} \leq 1; \quad i, \tau \in I; \tau \neq i; j \in J; l, f \in L; s \in S$$

$$(12) \quad x_{ij} \geq q_{ijsl}; \quad i \in I; j \in J; l \in L; s \in S$$

$$(13) \quad a_{ij} x_{ij} \leq b_i; \quad i \in I; j \in J^c$$

$$(14) \quad x_{ij} = 0; \quad i \notin I_j; j \in J$$

$$(15) \quad \sum_{i \in I_j} x_{ij} = 1; \quad i \in I - \text{tylko w przypadku M1 i M3}$$

$$(16) \quad l q_{ijsl} - f q_{\bar{t}rsf} \geq 1 + g_{\bar{t}} - (H+1)(1 - q_{ijsl}); \quad i, \tau \in I; f, l \in L;$$

$$\left( (s, k) \in T; (\kappa, r, j) \in R^1; \kappa = k \right) \vee (s, r, j) \in R^2$$

$$(17) \quad i q_{ijsl} \geq \bar{t} q_{\bar{t}rsf} \geq -(H+1)(1 - q_{ijsl});$$

$$i, \tau \in I; (s, k) \in T; l, f \in L; (k, r, j) \in R^1 \vee (s, r, j) \in R^2$$

$$(18) \quad l q_{ijsl} - f q_{\bar{t}rsf} \leq \sum_{\eta \in L; f < \eta < l} (q_{ijs\eta} + q_{irs\eta}) + 1 + (H+1)(1 - q_{ijsl});$$

$$i \in I; (s, k) \in T; l, f \in L; f < l; (k, r, j) \in R^1 \vee (s, r, j) \in R^2$$

$$(19) \quad q_{ijsl} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; j \in J; s \in S; l \in L$$

Kolejne ograniczenia dotyczą wyłącznie modeli M1 i M2:

$$(20) \quad w_{is} \geq l q_{ijsl} - \sum_{f \in L; r \in J} q_{irsf} + 1 - (H+1)(1 - q_{ijsl});$$

$$i \in I; j \in J; s \in S; l \in L$$

$$(21) \quad w_{is} \leq l q_{ijsl} + (H+1)(1 - q_{ijsl}); \quad i \in I; j \in J; s \in S; l \in L$$

$$(22) \quad z_{is} \geq l q_{ijsl} - (H+1)(1 - q_{ijsl}); \quad i \in I; j \in J; s \in S; l \in L$$

$$(23) \quad l q_{ijsl} - f q_{\bar{t}rsf} - 1 \leq g_{\bar{t}} \sum_{\eta \in L; f < \eta < l} (q_{ijs\eta} + q_{irs\eta}) + \sum_{\eta \in L} y_{is\eta} +$$

$$+ (1+H)(1 - q_{\bar{t}rsf}); \quad i, \tau \in I; \tau < i; (s, k) \in T;$$

$$f, l \in L; f < l; (k, r, j) \in R^1 \vee (s, r, j) \in R^2$$

$$(24) \quad l y_{is} \leq w_{is} - 1 + (H+1)(1 - y_{is}); \quad i \in I; s \in S; l \in L$$

$$(25) \quad l y_{is} \geq z_{is} + 1 + g_{\bar{t}} - (H+1)(1 - y_{is});$$

$$i, \tau \in I; \tau < i; s \in S; l \in L$$

$$(26) \quad \sum_{s \in S} y_{is} \leq d_i; \quad i \in I; l \in L; i > 1$$

$$(27) \quad y_{is} \in \{0, 1\}; \quad w_{is}, z_{is} \geq 0; \quad i \in I; s \in S; l \in L$$

Ograniczenie (28) dotyczy wyłącznie modeli M3 i M4:

$$(28) \quad l q_{ijsl} - f q_{\bar{t}rsf} - 1 \leq g_{\bar{t}} \sum_{\eta \in L; f < \eta < l} (q_{ijs\eta} + q_{irs\eta}) +$$

$$+ (1+H)(1 - q_{\bar{t}rsf}); \quad i, \tau \in I; \tau < i; (s, k) \in T;$$

$$f, l \in L; f < l; (k, r, j) \in R^1 \vee (s, r, j) \in R^2$$

Minimalizacja sumy (6) dokonywana w modelach matematycznych M1–M4 zapewnia przydział operacji do maszyn w przedziałach czasowych o jak najmniejszych indeksach. Dzięki temu nie tylko wyznaczane są harmonogramy montażu o najkrótszych długościach, ale także czasy zakończenia wykonywania operacji montażowych na poszczególnych maszynach są również minimalizowane. Kolejne ograniczenia dotyczące modeli M1–M4 zapewniają: (7) – wykonywanie co najwyżej jednej operacji przez każdą z maszyn w danym przedziale czasowym – w przypadku, w którym maszynie nie ograniczono dostępności (nie zaplanowano przestoju); (8) – rozdział operacji podstawowych pomiędzy maszynami; (9) – rozdział operacji dodatkowych pomiędzy maszynami; (10) – wykonywanie w danej chwili co najwyżej jednej operacji dotyczącej danego produktu; (11) – niepodzielność poszczególnych operacji pomiędzy maszynami; (12) – wyznaczenie przydziału poszczególnych typów operacji do maszyn; (13) – uwzględnienie ograniczonej przestrzeni roboczej każdej z maszyn; (14) – eliminację przydziału operacji do niewłaściwych maszyn; (15) – zachowanie sztywnych marszrut montażu – ograniczenie uwzględniane w przypadku modeli M1 i M3; (16) – wzięcie pod uwagę ograniczeń dotyczących kolejności wykonywania operacji i zarezerwowanie czasu na transport produktu pomiędzy maszynami; (17) – jednokierunkowość przepływu produktów przez linię montażową; (18) – niepodzielność w czasie poszczególnych operacji oraz zagwarantowanie, aby operacje wykonywane na danej maszynie dotyczące określonego produktu nie były rozdzielone operacjami przypisanymi innym produktom; (19) – binarność zmiennych.

Następny blok ograniczeń dotyczy wyłącznie modeli M1 i M2, w których uwzględniono bufor międzyoperacyjny. Ograniczenia należące do tego bloku zapewniają: (20) i (21) – wyznaczenie czasu rozpoczęcia wykonywania operacji dotyczących poszczególnych produktów na danych maszynach; (22) – wyznaczenie czasu zakończenia wykonywania operacji dotyczących poszczególnych produktów na danych maszynach; (23) – wyznaczenie liczby przedziałów czasowych, w których produkt musi przebywać w buforze umieszczonym przed określoną maszyną; (24) – obciążenie buforów przed wykonaniem operacji na maszynie, przed którą umieszczono bufor; (25) – obciążenie buforów międzyoperacyjnych po zakończeniu wykonywania operacji i po transporcie produktu do następnej maszyny; (26) – zweryfikowanie ograniczonej pojemności buforów; (27) – odpowiednie typy zmiennych.

Ograniczenie (28), które dotyczy wyłącznie modeli M3 i M4 gwarantuje, że przerwy pomiędzy wykonywaniem operacji dotyczących danego produktu, przeznaczone są wyłącznie na transport tego produktu pomiędzy maszynami.

### Eksperymenty obliczeniowe

Przeprowadzone eksperymenty obliczeniowe służyły przede wszystkim do weryfikacji zaprezentowanych modeli. W przypadku 4 grup testowych zadań wykorzystano solver GUROBI [10]. Każda z tych grup obejmowała 25 przykładów testowych. Parametry tych grup oraz wyniki opisanych poniżej eksperymentów zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Parametry grup zadań testowych i wartości średnie wskaźnika porównań długości harmonogramów [%]

Grupa	Parametry grupy zadań					Wartości średnie wskaźnika			
	M	N	W	H	S	$v_{M1,M2}$	$v_{M3,M4}$	$v_{M3,M1}$	$v_{M4,M2}$
1	3	10	3	16	6	4,9	5,4	9,8	7,2
2	3	12	4	18	8	5,2	6,3	9,6	7,0
3	4	14	5	20	10	7,3	8,5	7,4	6,3
4	4	16	5	24	10	7,6	8,9	6,7	5,4

Liczby: M – maszyn, N – typów operacji, W – typów produktów, H – przedziałów czasowych, S – produktów wielowariantowych

Dzięki przeprowadzonym eksperymentom można było określić wpływ konfiguracji linii montażowej (z buforami, bez buforów – szeregowanie „bez czekania”) a także rodzaju marszrut montażu na długość wyznaczanych harmonogramów montażu. Dokonano tego za pomocą wskaźników  $v_{fr}$  przeznaczonych do porównania wyznaczonych długości harmonogramów, a zdefiniowanych w równaniach (29). Natomiast w równaniach (30) zdefiniowano porównywane długości uszeregowania.

$$(29) v_{fr} = \frac{C_{\max}^f - C_{\max}^r}{C_{\max}^r} \cdot 100\%; f, r \in \{M1, M2, M3, M4\}; f \neq r$$

$$(30) C_{\max}^f = \max_{i \in I, j \in J, s \in S, l \in L} lq_{ijsl}; f \in \{M1, M2, M3, M4\}$$

Zamieszczone w tabeli 3 wartości wskaźników  $v_{M1,M2}$  i  $v_{M3,M4}$  wykazują, że w przypadku testowych przykładów harmonogramy dotyczące sztywnych marszrut były dłuższe – nawet o około 9% – od harmonogramów uwzględniających alternatywne marszrut montażu. Wskaźniki te przyjmują nieco niższe wartości w przypadku systemów z buforami niż w przypadku szeregowania „bez czekania” i rosną wraz z rozmiarem rozwiązywanego problemu.

Kolejne wskaźniki  $v_{M3,M1}$  i  $v_{M4,M2}$  dotyczą zbadania wpływu konfiguracji linii montażowej (wyposażonej w bufor lub bez tych lokalnych magazynów) na wyznaczone długości harmonogramów. W przypadku testowych przykładów har-

monogramy dotyczące szeregowania „bez czekania” były maksymalnie o prawie 10% dłuższe niż harmonogramy konstruowane dla przepływów produktów, w których dopuszczone są przerwy pomiędzy operacjami na różnych maszynach – dłuższe niż wymaga tego konieczność transportu produktów między stanowiskami montażowymi.

### Podsumowanie

Jedną z najważniejszych zalet opracowanej metody jest uwzględnienie przepływów wielowariantowych produktów, stanowiących sprzęt elektryczny i elektroniczny. W zbudowanej strukturze danych wzięto pod uwagę możliwość wielu wariantów produktów – wyszczególniono m.in. zbiory operacji podstawowych i dodatkowych (dzięki którym odzwierciedlona jest różnorodność produktów danego typu, ale montowanych w różnych wariantach. Taka struktura danych wpłynęła korzystnie na złożoność obliczeniową rozwiązywanych problemów, których dotyczą modele matematyczne.

Kolejną zaletą metody jest jakość wyznaczanych rozwiązań. Dzięki zastosowaniu programowania całkowitoliczbowego wyznaczone są rozwiązania optymalne – uwzględniające różne uwarunkowania montażu: rodzaje marszrut, linie montażowe z buforami lub bez buforów. Przeprowadzone eksperymenty obliczeniowe pokazały możliwość dokonywania symulacji – badania wpływu tych uwarunkowań na wyznaczone harmonogramy montażu.

Należy podkreślić, że uwzględniono planowane przestoje maszyn. W tym celu opracowano procedurę oszacowania obciążeń maszyn. Dzięki uwzględnieniu planowanych przestojów maszyn modele matematyczne lepiej odzwierciedlają rzeczywistość, w której mają miejsce m.in. przeglądy, konserwacje i przebrojenia maszyn.

Zbudowane modele matematyczne można oczywiście zmodyfikować, rozbudować. Mogą one stanowić bazę do budowy algorytmów przybliżonych, np. heurystyk relaksacyjnych dotyczących problemów o znaczących rozmiarach.

**Autor:** dr inż. Marek Magiera, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Katedra Badań Operacyjnych, 30-059 Kraków, al. Mickiewicza 30, e-mail: mmagiera@zarz.agh.edu.pl

### LITERATURA

- [1] Pinedo M.L. Scheduling. Theory, Algorithms, and Systems. Springer, New York (2008)
- [2] Schneeweiss Ch., Distributed Decision Making, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2003)
- [3] Magiera M. Wybrane metody planowania przepływów produktów przez linie produkcyjne i łańcuchy dostaw. Wydawnictwa AGH, Kraków (2016)
- [4] Sawik T., Loading and scheduling of a flexible assembly system by mixed integer programming. *European Journal of Operational Research*, 154 (2004), n.1, 1-19
- [5] Pochet Y., Wolsey L.A., Production planning by mixed integer programming. *Series in Operations Research and Financial Engineering*, Springer, New York (2006)
- [6] Bobalo Y., Nedostup L., Kiselychynk M., Melen M., Optimization of processes designed for ensuring the quality and reliability of electronics using cumulative models of defectiveness and total production expenses. *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016) n. 1, 155-158
- [7] Rother M., Harris R. 2008. Tworzenie ciągłego przepływu. Lean Enterprise Institute Polska, Wrocław (2008)
- [8] Magiera M., Comparative analysis of two hierarchical methods of assembly planning for producers of electric and electronic equipment. *Przegląd Elektrotechniczny*, 91 (2015) n. 4, 86-90
- [9] Magiera M., Hierarchiczna metoda planowania przepływów wielowariantowych produktów przez linie produkcyjne; w: *Automatyzacja procesów dyskretnych. Teoria i zastosowania*, tom I pod red. A. Świerniaka i J. Krystek, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice (2016), 171-183
- [10] www.gurobi.com (XI 2016)