

Minimalizacja wahań napięcia źródła stratnego w stanie nieustalonym - rozwiązanie w dziedzinie czasowej

Streszczenie: W artykule rozwiązano zadanie minimalizacji zmian sygnału napięcia wewnątrz stratnego źródła energii elektrycznej w stanie nieustalonym (zmodulowanym) przy użyciu rachunku operatorowego. Określono sposób deformacji operatorów rozwiązujących poprzez tzw. poprawkę modulacyjną oraz wyznaczono ich rozkłady czasowe. Przedstawiono przykład obliczeniowy z siłą elektromotoryczną $e(t,t)$, okresową względem zmiennej t , zmodulowaną według czasu t , zawierającą operator impedancji wewnętrznej typu RL.

Abstract: In the paper was solved the task of minimizing changes the voltage signal inside the lossy electrical power source in a transient state (modulated) by using the operational calculus. A deformation of the solving operators by the so-called modulation amendment was described and their time distributions was determined. The calculation example with the electromotive force $e(t,t)$, periodical respect to the variable t and modulated by time t , which contains an internal impedance operator type RL was presented. (**Minimizing the voltage fluctuations of lossy source in transient state – a solution in the time domain**)

Słowa kluczowe: wahania napięcia, jakość mocy, stan nieustalony, dziedzina czasowa

Key words: voltage fluctuations, power quality, transient state, time domain

Wstęp

Minimalizacja wahań napięcia jest istotnym zagadnieniem z punktu widzenia jakości energii elektrycznej [1,2,3,4,5]. Analiza energetycznych obwodów elektrycznych zwykle prowadzona jest w dziedzinie częstotliwości [6,7,8]. Jednak w przypadku sygnałów niesinusoidalnych, szybkozmiennych, na przykład impulsowych lepiej operować bezpośrednio w dziedzinie czasu [9]. Niniejsza praca jest rozszerzeniem artykułu [10] na stany nieustalone w układzie źródło – odbiornik. Przez stan ustalony rozumie się pracę układu przy okresowych sygnałach napięć i prądów. Dla sygnałów T-okresowych funkcjonuje szczególny rachunek operatorowy, który funkcji okresowej zadanej w przedziale $[0, T)$ przyporządkowuje funkcję wymierną wg. następującej odpowiedniości:

$$(1) \quad \frac{1}{\alpha + s} \rightarrow \frac{e^{\alpha T \left(\frac{1-t}{2}\right)}}{2sh\alpha \frac{T}{2}} = A_{\alpha}(t) \equiv A_{\alpha}$$

Operator sprzężony, oznaczony znakiem + u góry symbolu działa wg. transformacji:

$$(2) \quad s \rightarrow -s; \frac{t}{T} \rightarrow 1 - \frac{t}{T}; \frac{1}{2} - \frac{t}{T} \rightarrow -\left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T}\right)$$

tak więc

$$(3) \quad \frac{1}{\alpha - s} \rightarrow \frac{e^{-\alpha T \left(\frac{1-t}{2}\right)}}{2sh\alpha \frac{T}{2}} = A_{\alpha}^{+}; \frac{t}{T} \in [0,1)$$

Właściwa funkcja wymierna powstaje przez złożenie ułamków prostych w skończonej liczbie.

$$(4) \quad H(s) = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} \left(\frac{a_{\alpha}}{\alpha + s} + \frac{a_{\alpha}^{*}}{\alpha^{*} + s} \right)$$

Tak więc

$$(5) \quad H(s) \rightarrow \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} A_{\alpha}$$

$$(6) \quad H^{+}(s) \rightarrow \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} A_{\alpha}^{+}$$

W rozkładzie (4) zachodzi

$$\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Im} \alpha \geq 0.$$

Za pomocą funkcji wymiernej właściwej $Y(s)$ tworzy się dwa operatory: hermitowski (samosprężony)

$$(7) \quad G(s) = \frac{1}{2} (H(s) + H^{+}(s)) \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} (A_{\alpha} + A_{\alpha}^{+})$$

i antyhermitowski:

$$(8) \quad B(s) = \frac{1}{2} (H(s) - H^{+}(s)) \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} (A_{\alpha} - A_{\alpha}^{+})$$

Zachodzi:

$$(9) \quad A_{\alpha} + A_{\alpha}^{+} = \frac{ch\alpha T \left(\frac{1-t}{2} - \frac{t}{T}\right)}{sh\alpha \frac{T}{2}}$$

$$(10) \quad A_{\alpha} - A_{\alpha}^{+} = \frac{sh\alpha T \left(\frac{1-t}{2} - \frac{t}{T}\right)}{sh\alpha \frac{T}{2}}$$

dla $\frac{t}{T} \in [0,1)$

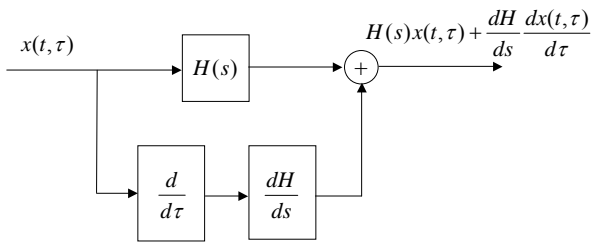
Stany nieustalone a zniekształcenia modulacyjne operatorów wymiernych

Stany nieustalone opisują sygnały okresowe zmodulowane, które są funkcjami dwóch zmiennych czasowych $x(t, \tau)$, gdzie $t \in [0, T)$ nazywany jest czasem „krótkim” a $\tau \in [-\infty, +\infty)$ to tzw. czas unoszenia. Modulacja powoduje zniekształcenie wymiernego operatora według reguły [11,12]:

$$(11) \quad H(s) \rightarrow H(s + \sigma)$$

Gdzie s, σ są odpowiednimi operatorami różniczkowania $s = d/dt$, $\sigma = d/d\tau$. Rozkład funkcji $H(s + \sigma)$ w szereg Taylora względem σ i ograniczenie go do pierwszej potęgi σ daje

$$(12) \quad H(s + \sigma) = H(s) + \frac{dH}{ds} \frac{d}{d\tau}$$



Rys. 1. Schemat blokowy zniekształconego operatora, przekształcającego sygnał zmodulowany

Na rys. 1 pokazano schemat blokowy zniekształconego operatora, który przekształca sygnał zmodulowany. Sygnał na wyjściu jest sumą dwóch składowych. Pierwszą jest sygnał, który pojawia się na wyjściu filtra periodycznego $H(s)$, drugą sygnał z wyjścia filtra periodycznego dH/ds poddany operacji różniczkowania podług czasu unoszenia. Cykliczną funkcję impulsową filtra pochodnego dH/ds można stosunkowo łatwo określić wykorzystując, że

$$(13) \quad \frac{d}{ds} \frac{1}{\alpha + s} = \frac{d}{d\alpha} \frac{1}{\alpha + s} \rightarrow \frac{d}{d\alpha} A_\alpha = -T d_\alpha A_\alpha$$

gdzie

$$(14) \quad d_\alpha(t) \equiv d_\alpha = \frac{\left(\frac{t}{T}\right) e^{\alpha \frac{T}{2}} + \left(1 - \frac{t}{T}\right) e^{-\alpha \frac{T}{2}}}{2sh\alpha \frac{T}{2}}$$

skąd w ogólności wynika, że

$$(15) \quad \frac{dH}{ds} \rightarrow -T \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} d_{\alpha} A_{\alpha}$$

Wyrażenie (15) jest funkcją impulsową filtra pochodnego dH/ds tak jak (4) i (5) dają funkcję impulsową filtra $H(s)$. Obydwa te filtry działają w czasie ciągłym według splotów cyklicznych w arytmetyce modulo T i mogą być łatwo zamienione na filtry cyfrowe.

W szczególności filtry hermitowskie $G(s)$ i antyhermitowskie $B(s)$ mają swoje funkcje impulsowe T -periodyczne określone następująco:

$$(16) \quad \frac{dG}{ds} = \frac{1}{2} \left(\frac{dH(s)}{ds} + \frac{dH(-s)}{ds} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{dH(s)}{ds} - \frac{dH(-s)}{d(-s)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{dH}{ds} - \left(\frac{dH}{ds} \right)^+ \right) \rightarrow -\frac{T}{2} \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} (d_{\alpha} A_{\alpha} - d_{\alpha}^+ A_{\alpha}^+)$$

$$(17) \quad \frac{dB}{ds} = \frac{1}{2} \left(\frac{dH}{ds} + \left(\frac{dH}{ds} \right)^+ \right) \rightarrow -\frac{T}{2} \operatorname{Re} \sum_{\alpha} a_{\alpha} (d_{\alpha} A_{\alpha} + d_{\alpha}^+ A_{\alpha}^+)$$

Minimalizacja wahań napięcia źródła w stanie nieustalonym

Ruchomy, albo czasowo zależny iloczyn skalarny dwóch sygnałów zmodulowanych $u(t, \tau)$, $i(t, \tau)$ okresowych podług zmiennej t o okresie T definiowany jest wzorem

$$(18) \quad (u, i)(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t, \tau) i(t, \tau) dt$$

Pokrywa się on z ruchomą mocą czynną. Zadanie minimalizacji zmian napięcia źródła w stanie nieustalonym określają dwa warunki

$$(19) \quad (\Delta u, \Delta u) \rightarrow \operatorname{MIN}$$

$$(20) \quad (e, i) - (Ri, i) - P = 0$$

gdzie:

$$\Delta u = Zi$$

$e(t, \tau)$ - zmodulowana siła elektromotoryczna źródła;

Z - liniowy, czasowo niezmienniczy operator impedancji wewnętrznej źródła;

$u(t, \tau)$, $i(t, \tau)$ - zmodulowane T -okresowe podług zmiennej t sygnały napięcia i prądu na zaciskach źródła;

$$R = \frac{1}{2} (Z + Z^+) - \text{operator stratności wewnątrz źródła};$$

$P = P(t)$ - ruchoma moc czynna przekazywana ze źródła do odbiornika energii.

"Ruchome zadanie minimum" rozwiązuje następujące równanie operatorowe:

$$(21) \quad (\gamma \mathbf{1} + A)i = \frac{1}{2} YY^+ e$$

w którym: $A = YY^+$, $Y = Z^1$ jest samosprężonym, dodatnio określonym operatorem, γ to czasowo zmienny skalar o statusie konduktacji odgrywający rolę nieoznaczonego mnożnika Lagrange'a dający się bezpośrednio wyznaczyć na zasadzie podobieństwa [13] ze wzoru:

$$(22) \quad \gamma = g \frac{\sqrt{1-x}}{x} (1 + \sqrt{1-x})$$

We wzorze (22) :

$$(23) \quad g = \frac{(YY^+ e, e)}{(R^{-1} e, e)}$$

YY^+ -operator samosprężony, dodatnio określony

$$(24) \quad P_{MAX} = \frac{1}{4} (R^{-1} e, e)$$

jest ruchomą mocą maksymalną źródła;

$$(25) \quad X = \frac{P}{P_{MAX}} - \text{ułamek obciążenia źródła.}$$

Operator rozwiązujący równanie optymalizacyjne może być zapisany z użyciem kreski ułamkowej ze względu na komutatywność operatorów składowych:

$$(26) \quad i_{opt} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{1}}{R + \gamma Z Z^+} e = G_{opt} e$$

Operator rozwiązujący - rezolwenta - ma postać:

$$(27) \quad G_{opt}(s, \gamma) = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{1}}{R(s) + \gamma Z(s)Z(-s)}$$

$$(28) \quad R(s) = \frac{1}{2}(Z(s) + Z(-s))$$

Wszystkie wyrażenia od (22) do (28) modyfikują się wskutek modulacji i wprowadzenia do nich poprawki modulacyjnej określonej wzorem transformacyjnym (12). We wzorach tych występują tylko operatory hermitowskie (samosprężone), które transformacja modulacyjna przekształca w niehermitowskie:

$$(29) \quad G(s) \rightarrow G(s) + \frac{dG}{ds} \frac{d}{d\tau} \equiv G + \dot{G} \frac{d}{d\tau}$$

Gdyż biorąc w niej udział poprawka dG/ds jest operatorem antyhermitowskim, bo funkcja:

$$\frac{dG}{ds} = \frac{dG(-s)}{ds} = -\frac{dG(-s)}{d(-s)}$$

jest nieparzysta, tj.:

$$\dot{G}(-s) = -\dot{G}(s)$$

Jednak operatory hermitowskie, jakie występują w formach kwadratowych w (23) i (24), podczas transformacji modulacyjnych zachowują swoją postać, gdyż:

$$(Ge, e) = (G^+e, e) = \left(\frac{1}{2}(G + G^+)e, e\right)$$

i dlatego, że:

$$G \rightarrow G + \dot{G} \frac{d}{d\tau} \quad G^+ \rightarrow G - \dot{G} \frac{d}{d\tau}$$

Tak więc operatory YY^+ i R^1 występujące w formach kwadratowych nie deformują się modulacyjnie, a jedynym operatorem, na który nakłada się antyhermitowska deformacja modulacyjna jest operator G_{opt} . Zatem operatory YY^+ i R^1 podlegają rozkładowi czasowym typu (7) podczas gdy operator $G_{opt}(s, \gamma)$ oprócz tego, że ma rozkład (7) doznaje też deformacji modulacyjnej określonej wzorem (16). We wzorach tych wartości α obiegają ujemne bieguny odpowiednich operatorów, a_α są ich punktami residualnymi.

Przykład: Rozważane jest źródło napięcia z siłą elektromotoryczną $e(t, t)$, okresową względem zmiennej t z okresem T , zmodulowaną według czasu unoszenia t oraz o operatorze impedancji wewnętrznej typu dwójnika szeregowo RL : $Z(s) = r + sL$. Poszczególne operatory wchodzące w skład algorytmu I_{opt} mają postać:

$$Y(s) = \frac{1}{r + sL}$$

$$Y(s)Y(s)^+ = Y(s)Y(-s) =$$

$$\frac{1}{(r + sL)(r - sL)} = \frac{1}{2r} \frac{r + sL + R - sL}{(r + sL)(R - sL)} =$$

$$= \frac{1}{2r} \left(\frac{1}{r + sL} + \frac{1}{r - sL} \right) = \frac{r^{-2}}{2\tau} \left(\frac{1}{\frac{1}{\tau} + s} + \frac{1}{\frac{1}{\tau} - s} \right) =$$

$$= \frac{1}{2}(H(s) + H^+(s))$$

gdzie:

$$a_\alpha = \frac{r^{-2}}{\tau}; \quad \alpha T = \frac{T}{\tau}; \quad \tau = \frac{L}{r}$$

T - okresową reprezentacją czasową operatora $Y(s)Y(s)^+$ jest funkcja:

$$(Y(s)Y(s)^+)(t) = \frac{1}{2} a_\alpha (A_\alpha + A_\alpha^+) =$$

$$\frac{1}{2} a_\alpha \frac{ch\alpha T \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right)}{sh\alpha T/2}; \quad \frac{t}{T} \in [0, T)$$

operator R^1 jest liczbą: $R^1 = r^{-1}$

Operator konduktancji optymalnej określa funkcja

$$G_{opt}(s, \gamma) = \frac{1}{2}(H(s) + H^+(s)); \quad H(s) = \frac{a_\alpha}{\alpha + s}$$

scharakteryzowana następującymi parametrami:

$$a_\alpha = \frac{1}{2r\alpha\gamma r\tau^2}; \quad \alpha T = \sqrt{\frac{1 + \gamma r}{\gamma r}}$$

Wspólnie, dla operatorów $Y(s)Y(s)^+$ i G_{opt} :

$$A_\alpha = A_\alpha(t) = \frac{e^{\alpha T \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right)}}{2sh\alpha T/2}; \quad \frac{t}{T} \in [0, 1)$$

Czasowa, T - okresowa forma operatora G_{opt} wraz z deformacją modulacyjną przyjmuje postać funkcji:

$$(G_{opt}(s, \gamma))(t) = \frac{1}{2} a_\alpha (A_\alpha + A_\alpha^+)(t) - \frac{T}{2} a_\alpha (d_\alpha A_\alpha - d_\alpha^+ A_\alpha^+)(t) \frac{d}{dt}$$

gdzie d_α jest czasowo-zależnym modulacyjnym czynnikiem deformacyjnym w formie następującej:

$$d_\alpha = \frac{\left(\frac{t}{T} \right) e^{\alpha T/2} + \left(1 - \frac{t}{T} \right) e^{-\alpha T/2}}{2sh\alpha T/2}$$

Operator $(G_{opt}(s, \gamma))(t)$ działa na sygnał $e(t, t)$ okresowy podług t splotem cyklicznym (modulo T), który wykonuje się względem zmiennej t .

Wnioski

Można wskazać dwie główne przyczyny stanu nieustalonego w układzie źródło-odbiornik. Pierwsza, pojawiająca się od strony odbiornika, to zmiana mocy czynnej przekazywanej ze źródła określona zadaną funkcją mocy ruchomej $P(t)$. Drugą przyczyną tkwi wewnątrz źródła i objawia się modulacją siły elektromotorycznej zadanej funkcją $e(t, \tau)$ na ogół okresową podług zmiennej t z okresem T . taki stan nieustalony opisuje homotopia:

$$(30) \quad e(t, \tau) = \left[1 - \varphi \left(\frac{\tau}{\Phi} \right) \right] e_{T1}(t) + \varphi \left(\frac{\tau}{\Phi} \right) e_{T2}(t)$$

gdzie: $\varphi(\tau / \Phi)$ jest tzw. funkcją homotopii, $e_{T_1}(t)$, $e_{T_2}(t)$ to sygnały periodyczne na ogół o różnych okresach T_1 i T_2 . Czas trwania homotopii utożsamiamy z czasem trwania stanu nieustalonego może być nieskończony i wówczas funkcja homotopii spełnia warunki:

$$\varphi(0) = 0 \quad , \quad \varphi(\infty) = 1$$

albo skończony przy spełnieniu warunków:

$$\varphi(0) = 0 \quad , \quad \varphi(1) = 1$$

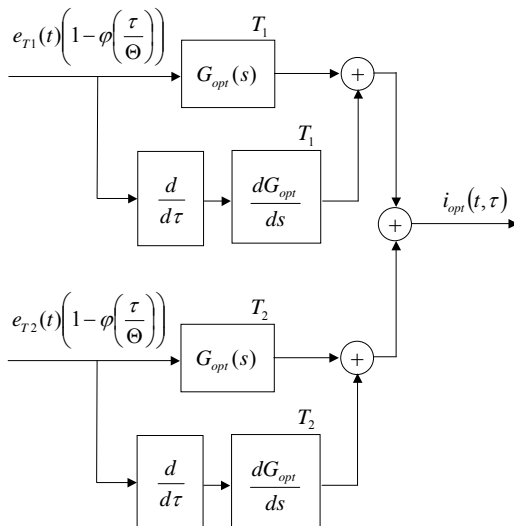
Parametr Φ jest czasowym parametrem stanu nieustalonego. Przykładem może tu być homotopia wykładnicza:

$$e(t, \tau) = e_{T_1}(t)e^{-\frac{\tau}{\Phi}} + e_{T_2}(t)(1 - e^{-\frac{\tau}{\Phi}})$$

albo prostoliniowa:

$$e(t, \tau) = e_{T_1}(t)\left(1 - \frac{\tau}{\Phi}\right) + e_{T_2}(t)\frac{\tau}{\Phi}$$

otrzymywana z wykładniczej przez rozwinięcie funkcji wykładniczych w szereg potęgowy z pominięciem jego potęg wyższych niż jeden.



Rys. 2. Schemat blokowy przetwarzania sygnału zmodulowanego $e(t, \tau)$ w sygnał prądu optymalnego.

Schemat blokowy przetwarzania sygnału siły elektromotorycznej źródła w prąd optymalny z uwzględnieniem toru zniekształcenia modulacyjnego pokazano na rysunku 2. Operatory: optymalnej konduktancji $G_{opt}(s)$ i do niego pochodny dG_{opt}/ds zależą od okresów sygnałów $e_{T_1}(t)$ i $e_{T_2}(t)$, tj. od T_1 , T_2 i działają na sygnał wejściowy według splotu cyklicznego.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Maciej Siwczyński, dr inż. Andrzej Drwał, dr inż. Sławomir Żaba, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej i Informatyki Technicznej, Kraków ul. Warszawska 24, E-mails: e-3@pk.edu.pl; adrwal@pk.edu.pl; szaba@pk.edu.pl

LITERATURA

- [1] Lange A., Pasko M.: Kompensacja mocy biernej i filtracja wyższych harmonicznych generowanych do sieci przez piece łukowe. nr 10a, 2012, 15
- [2] Mróz M., Hanzelka Z., Chmielowiec K.: Wahania napięć w sieciach z rozproszonymi źródłami energii, Przegląd Elektrotechniczny, R.90, nr 5, 2014, 222-228
- [3] Pasko M., Maciążek M., Buła D.: Metody poprawy jakości energii elektrycznej - kształtowanie prądu źródła, Wiadomości Elektrotechniczne R.75, 2007, nr 8, 17-25
- [4] Pasko M., Lange A.: Wpływ pracy pieców łukowych i indukcyjnych na jakość energii elektrycznej i możliwości jej poprawy, Przegląd Elektrotechniczny, R.85, nr 6, 2009, 67-70
- [5] Walczak J., Pasko M.: The Minimization of losses of active power and the symmetrization of power flow in the nonsinusoidal systems, *Jakość i użytkowanie Energii Elektrycznej*, 5 (1999), nr 1, 55-59
- [6] Czarnecki L. S.: Teorie mocy i metateoria mocy obwodów elektrycznych, Przegląd Elektrotechniczny, R.87, 2011, 198-201
- [7] Czarnecki L. S.: Discussion on 'a Uniform Concept of Reactive Power of Nonsinusoidal Currents in a TimeDomain, Przegląd Elektrotechniczny, R.85 nr 6, 2009, 164-166
- [8] Rens P.: Validation of popular nonsinusoidal power theories for the analysis and management of modern power systems. *North-West University, Potchefstroom Campus*, 2006.
- [9] Siwczyński, M: Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu – obwody jednofazowe. *Przegląd Elektrotechniczny*, R86 (2010), nr 6, 196-201
- [10] Siwczyński M., Drwał A.: Minimalizacja wahań napięcia źródła stratnego – rozwiązanie zagadnienia w dziedzinie czasu. *Przegląd Elektrotechniczny (w recenzji)*
- [11] Hawron K.: Rachunek operatorowy dla sygnałów impulsowych i okresowych w dziedzinie czasu. *Przegląd Elektrotechniczny*, 90, (2014), nr 9, 225-228
- [12] Siwczyński M., Hawron K.: Rozkłady G, B operatorów dwójników elektrycznych i ich zaburzenia modulacyjne. *Przegląd Elektrotechniczny*, 91, (2015), nr 10, 257-261
- [13] Siwczyński M., M. Jaraczewski: Zasada podobieństwa w równaniach optymalizacyjnych teorii mocy i energii. *Przegląd Elektrotechniczny* 2010 nr 11a.