

Zapotrzebowanie na moc bierną – weryfikacja założenia o rozkładzie normalnym wartości

Streszczenie. W pracy przeanalizowano dane pomiarowe zapotrzebowania na moc (energię) bierną kilku, różnego rodzaju odbiorców. Postawiono hipotezę o normalnym rozkładzie tych wartości. Dla każdego z analizowanych przypadków, zastosowane metody sprawdzenia przyjętej hipotezy, zarówno ilościowe (w tym testy statystyczne: Shapiro-Wilka, Kolmogorowa-Smirnowa, Lillieforsa i chi-kwadrat), jak i jakościowe, dostarczają przesłanek do odrzucenia hipotezy o rozkładzie normalnym wartości zapotrzebowania na moc bierną.

Abstract. In the paper the measurement data of reactive power demand of several different loads were analyzed. Normal distribution of these values was hypothesised. Each of the analyzed cases, for which one used both a quantitative testing method of the hypothesis (including the Shapiro-Wilk test, Kolmogorov-Smirnov test, Lilliefors test and Chi-square test) and qualitative ones, provided conditions to reject the hypothesis of normal distribution values of reactive power demand. (**Reactive power demand – verification of a hypothesis of normal distribution values**).

Słowa kluczowe: moc bierna, rozkład normalny, testy statystyczne, rozkład wartości mocy biernej, weryfikacja hipotezy statystycznej

Keywords: reactive power, normal distribution, statistical tests, distribution of reactive power values, statistical hypothesis testing

Wstęp

Wiele zmiennych, badanych doświadczalnie, posiada rozkład normalny, stąd modele oparte na takim rozkładzie odgrywają znaczącą rolę w naukach przyrodniczych. Charakterystyczny kształt funkcji opisującej rozkład normalny (krzywa dzwonowa) jest determinowany dwoma parametrami, mianowicie wartością średnią i odchyleniem standardowym. Możliwość przyjęcia rozkładu danej zmiennej jako normalnego, determinuje m.in. poprawność wyboru testów statystycznych istotności różnic poszczególnych grup w ramach badanej zmiennej [1], [2]. Na podstawie założonego charakteru rozkładu konkretnej zmiennej, tworzone są również modele wykorzystywane w prognozowaniu lub zarządzaniu złożonymi strukturami.

Rozkład normalny jest odpowiednim modelem rozkładu wartości zmiennej losowej w sytuacji, gdy spodziewana jest tendencja do skupiania się tychże wartości w określonym przedziale i wokół jednego, charakterystycznego punktu (środka rozkładu).

Każdy z odbiorców energii elektrycznej ma indywidualne preferencje użytkownika odbiorników energii, determinowane wieloma czynnikami, również losowymi. Przy czym, spodziewanym jest, że indywidualny profil poboru energii zawiera wartości podobne lub powtarzające się, tworzące określony rozkład. W [3] opierając się na wynikach statystycznych testów normalności, pokazano, że w przypadku energii czynnej, rejestrowane przez systemy pomiarowe wielkości jej poboru nie muszą tworzyć rozkładów normalnych. W niniejszym artykule, zbadano hipotezę normalności rozkładu wartości zapotrzebowania odbiorców na moc bierną. Analizy przeprowadzono w oparciu o rzeczywiste dane obciążeń, pochodzące z certyfikowanych układów pomiarowych, zainstalowanych u wybranych odbiorców. Dane dotyczyły zarejestrowanego zapotrzebowania na moc bierną pojemnościową lub indukcyjną, dostarczoną do odbiorcy przez sieć dystrybucyjną. Wartości były uśredniane przez układy pomiarowe w okresach 15-minutowych lub 1-godzinnych.

Moc bierna – zarys problemów

Moc bierna, jako efekt przesunięcia fazowego prądu i napięcia, jest charakterystyczna dla obwodów prądu zmiennego. W przeciwieństwie do mocy czynnej, nie jest związana z wykonywaniem pracy użytecznej, ale jest niezbędna do prawidłowego funkcjonowania, zarówno pojedynczych urządzeń, wymagających wzbudzenia pola elektromagnetycznego, jak i całego systemu elektroenergetycznego. Klasyczne utożsamianie mocy

biernej z efektem istnienia zmiennych pól elektromagnetycznych w elementach obwodów elektrycznych nie wyczerpuje jednak pełnej złożoności jej przejawów, zwłaszcza we współczesnych układach energoelektrycznych. Zapotrzebowanie na moc bierną zależy od indywidualnych uwarunkowań użytkowanych urządzeń i z uwagi na konieczność bilansowania mocy w sieci elektroenergetycznej, za jej użytkowanie są naliczane opłaty. Kwestie związane z problemem stanowiącym opłat za użytkowanie mocy (energii) biernej i ich adekwatności do wymogów i kosztów funkcjonowania systemu są odrębnym zagadnieniem ([4], [5], [6]). Złożoność problemu zwiększają kwestie poprawności definiowania i interpretacji fizycznej w ramach teorii mocy obwodów [7], [8].

W Polsce, kwestie rozliczeń za energię bierną reguluje tzw. rozporządzenie taryfowe [9]. Obecnie odczuwalny jest brak jednolitego podejścia w stosunku do podmiotów użytkujących moc bierną w zakresie ich rozliczania, ponadto nie jest wykorzystywany ich potencjał w zakresie możliwości bilansowania mocy biernej na rzecz sieci elektroenergetycznej [10], [11], [12]. Bezpośrednie odwołanie do pojęcia mocy biernej znalazło się w ustawie o efektywności energetycznej (art.19 ust. 1 pkt 5 lit. a) [13]. W prawie krajowym nie ma jednak żadnych odwołań odnośnie definicji i sposobu wyznaczania energii biernej w rozumieniu konkretnej koncepcji teorii mocy. Urządzenia pomiarowe powinny zatem odpowiadać zaleceniom odpowiednich norm. Tymczasem, do 2010 roku standard IEEE uznawał jako obowiązującą, powszechnie krytykowaną ([14]) koncepcję Budeanu.

W praktyce do celów rozliczeniowych pomiar oraz wyznaczanie mocy biernej jest ograniczane do składowej podstawowej (zgodnie z definicją wg IEEE Std 1459-2010). Stosowane dotychczas liczniki zużycia energii biernej zgodnie z obowiązującymi normami (np. PN-EN 62053-23:2006) nie muszą rejestrować mocy (energii) biernej wyższych harmonicznych [12].

Korzystając z danych, pochodzących z układów pomiarowych, wykorzystywanych do rozliczeń przez dostawców energii elektrycznej, rejestrujących obciążenia mocą bierną, w dalszej części pracy przedstawiono wyniki sprawdzania poprawności hipotezy o normalności rozkładu obciążeń mocą bierną dla wybranych grup odbiorców.

Metody weryfikacji hipotezy o normalności rozkładu

Identyfikacja rozkładu polega na porównaniu rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym. Osiąga się to porównując częstości uzyskanych danych rzeczywistych do

częstości oczekiwanych w rozkładzie teoretycznym. Zazwyczaj wykorzystuje się do tego celu znane testy statystyczne. Formalnie, polega to na postawieniu statystycznej hipotezy nieparametrycznej o normalnym rozkładzie badanej zmiennej.

Test to reguła postępowania przyporządkowująca próbie losowej decyzję o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy. Rezultatem jest wyznaczenie określonej statystyki, a następnie na jej podstawie, prawdopodobieństwa testowego p . Jeżeli wspomniany parametr p jest niższy od przyjętego poziomu istotności α (zazwyczaj przyjmowanego $\alpha=0,05$), to hipotezę o normalności rozkładu odrzuca się, zaś w przypadku przeciwnym stwierdza się brak podstaw do jej odrzucenia.

Inny sposób określenia czy dany rozkład badanej zmiennej jest normalny, to wykorzystanie właściwości miar statystycznych, przyjmujących dla rozkładu normalnego ustalone, charakterystyczne wartości. Uzyskanie innej wartości świadczy o odstępstwie analizowanego rozkładu od normalnego. Istnieje też możliwość jakościowej oceny uznania rozkładu za normalny poprzez wizualną analizę wykresów odwzorowujących rozmieszczenie wartości danych empirycznych na tle rozkładu wyznaczonego teoretycznie przy tych samych parametrach.

Charakterystyczne miary statystyczne

Kurtoza to bezwymiarowy współczynnik koncentracji wyników obserwacji wokół wartości centralnej ([1], [2]). Wartość ujemna informuje o rozkładzie platykurtycznym (spłaszczonym), tzn. szczyt dla średniej jest bardziej spłaszczony niż przy rozkładzie normalnym o takich samych wartościach średniej i odchylenia standardowego; dodatnia – o leptokurtycznym (wysmukłym), tzn. szczyt dla średniej jest bardziej ostry niż przy rozkładzie normalnym o takiej samej wartości średniej i odchylenia standardowego. Kurtoza dla rozkładu normalnego wynosi 0.

Skośność to bezwymiarowy współczynnik, będący miarą asymetrii rozkładu analizowanej zmiennej ([1], [2]). Wartość dodatnia charakteryzuje rozkład prawoskośny zaś ujemna – lewoskośny. Rozkład normalny jest symetryczny, tzn. jego skośność wynosi 0.

Testowanie statystyczne

Testami statystycznymi do sprawdzenia hipotezy o normalności rozkładu są testy nieparametryczne. Najpopularniejsze z nich to testy Shapiro-Wilka, Kołmogorowa-Smirnowa, Lillieforsa i chi-kwadrat. Obliczony wynik testu porównuje się do wartości krytycznej dla odpowiedniego poziomu istotności. Przyjmuje się, że jeżeli:

- $p < 0,05$, to rozkład różni się istotnie od normalnego, tzn. istnieją przesłanki do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu (przyjmowanej jako hipoteza zerowa);
 - $p \geq 0,05$, to obserwacja nie daje podstaw do stwierdzenia, że populacja generalna nie tworzy rozkładu normalnego.
- Test Shapiro-Wilka [15] jest testem preferowanym ze względu na dużą moc (tzn. prawdopodobieństwo odrzucenia fałszywej hipotezy, przyjmowanej jako zerowa).

Test Kołmogorowa-Smirnowa wykorzystuje maksymalną wartość różnicy między dystrybucją z próby, a założoną dystrybucją, oblicza wartość prawdopodobieństwa testowego na podstawie tabeli Maseya [16]. Procedura wymaga założenia, że znane jest odchylenie standardowe i średnia testowanego rozkładu. W praktyce wielkości te są wyznaczone na podstawie danych z próby, więc statystyka Kołmogorowa-Smirnowa powinna wykorzystywać tzw. prawdopodobieństwo Lillieforsa (test Lillieforsa) [17].

Test chi-kwadrat (Pearsona) można wykorzystać do porównania zaobserwowanego rozkładu analizowanej zmiennej z rozkładem teoretycznym, w tym przypadku –

rozkładem normalnym. Stopnie swobody testu df zależą od dobranej liczby kategorii (klas) oraz liczby parametrów charakteryzujących rozkład teoretyczny.

Ocena na podstawie wykresów

Dopasowanie rozkładu empirycznego do teoretycznego można ocenić jakościowo za pomocą obserwacji i analizy wykresów dopasowania:

- Wykres P-P (prawdopodobieństwo-prawdopodobieństwo), gdzie dystrybucja empiryczna jest wykreślona w funkcji dystrybucji teoretycznej dla rozkładu normalnego. Rozkład teoretyczny dobrze przybliży rozkład empiryczny, gdy wszystkie punkty leżą na przekątnej wykresu.
- Wykres normalności, w którym wartości zmiennej są porządkowane rosnąco, a następnie obliczane są dla nich (na podstawie przyporządkowanych rang) wartości standaryzowane według rozkładu normalnego. Wartości te odkładane są na osi pionowej wykresu dla właściwych obserwacji, odkładanych z kolei na osi poziomej. Jeżeli punkty układają się na linii prostej, oznacza to iż dane podlegają rozkładowi normalnemu.

Sposobem oceny zgodności rozkładu jest też porównanie histogramu rozkładu zarejestrowanych wartości do kształtu wynikającego z teoretycznego rozkładu normalnego dla wyznaczonej wartości średniej i odchylenia standardowego. Znaczące odchylenia od odpowiednich wartości wyznaczonych teoretycznie sugerują, że analizowana zmienna podlega rozkładowi innemu niż normalny.

Sprawdzenie hipotezy o normalności rozkładów wartości zapotrzebowania na moc bierną przez odbiorców

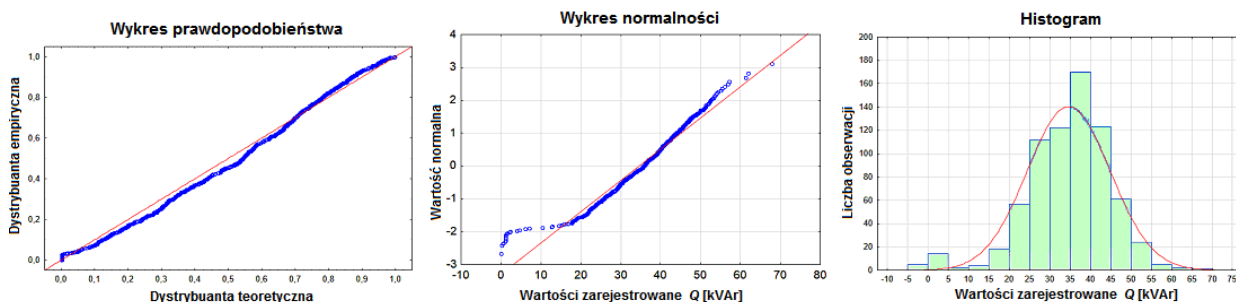
Dla zgromadzonych danych pomiarowych zapotrzebowania na moc bierną przez wybranych, czterech odbiorców różnego typu, dokonano obliczeń wyżej wspomnianych miar statystycznych a także przeprowadzono testy statystyczne. Przeanalizowane zostały profile obciążenia dla:

- odbiorcy A, tj. gospodarstwa ogrodniczego, gdzie dane obciążenia mocą bierną dotyczą jednego pełnego miesiąca i uśredniane były w 1-no godzinnych kwantach czasu (liczebność próbek: 720);
- odbiorcy B, tj. wielokondygnacyjnego budynku o przeznaczeniu biurowym, gdzie dane o obciążeniu mocą bierną rejestrowane były przez dwa dni robocze i dwa dni weekendowe oraz uśredniane w 15-minutowych kwantach czasu (liczebność próbek: 480);
- odbiorcy C, tj. obiektu usługowego z branży gastronomicznej, gdzie dane o obciążeniu mocą bierną dotyczyły pełnego miesiąca i uśredniane były w 15-minutowych kwantach czasu (liczebność próbek: 2880);
- odbiorcy D, tj. większego przemysłowego zakładu produkcyjnego, zasilanego z linii 110 kV, gdzie dane o obciążeniu mocą bierną całego obiektu za pełny rok, uśredniane były w 1-no godzinnych kwantach czasu (liczebność próbek: 8760).

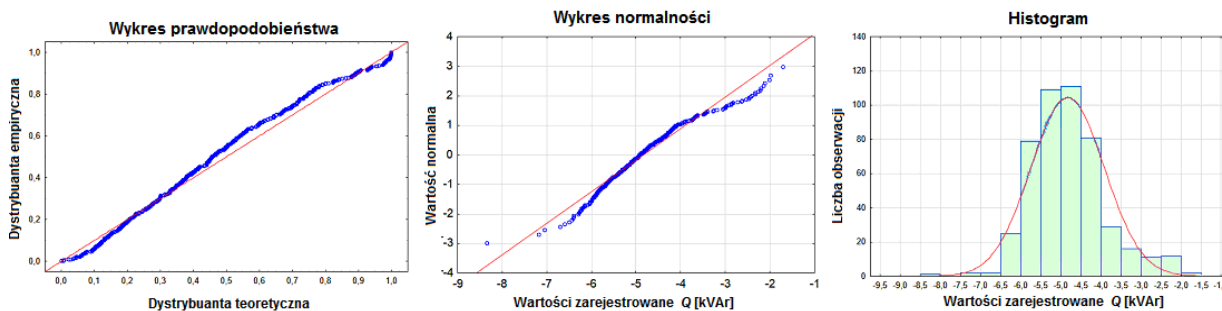
Rezultaty obliczeń miar statystycznych charakterystycznych dla rozkładu normalnego oraz parametry testów przedstawiono w tabeli 1. Na rysunkach 1-4 przedstawiono wykresy normalności oraz dystrybucji P-P, a także histogramy wartości obciążenia mocą bierną na tle teoretycznego rozkładu normalnego wartości zapotrzebowania na moc bierną w kVAr dla poszczególnych odbiorców. Prezentowane wyniki uzyskano wykorzystując pakiet oprogramowania *Statistica*® [18].

Tabela 1. Zestawienie wyników testów statystycznych (na poziomie istotności $\alpha=0,05$) oraz wartości charakterystycznych miar statystycznych rozkładów.

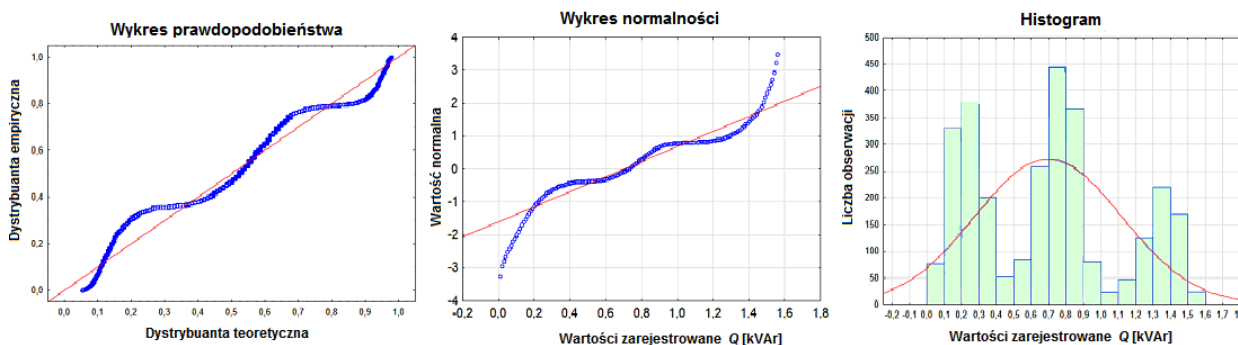
Odbiorca	Test Shapiro-Wilka		Test Lillieforsa	Test Kolmogorowa-Smirnowa		Test chi-kwadrat		Skośność	Kurtoza
	Statystyka	p	p	Statystyka	p	Statystyka	p		
A	0,9595	<0,001	<0,01	0,0536	0,031 < 0,05	39,664 (df=14)	0,00028	-0,7602	1,7056
B	0,9651	<0,001	<0,01	0,0686	0,021 < 0,05	34,179 (df=14)	0,00194	0,6368	1,1548
C	0,9311	<0,001	<0,01	0,1124	<0,001	1848,014 (df=17)	<0,001	0,3245	-0,9599
D	-	-	<0,01	0,0262	$1,2 \cdot 10^{-5}$	285,958 (df=8)	<0,001	0,7093	3,7325



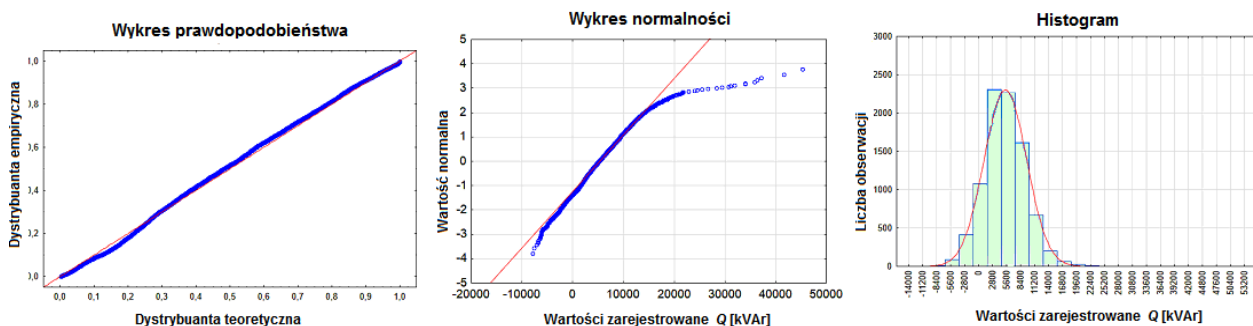
Rys.1. Wykresy analizy normalności rozkładu wartości zapotrzebowania na moc bierną dla odbiorcy A (gospodarstwo ogrodnicze).



Rys.2. Wykresy analizy normalności rozkładu wartości zapotrzebowania na moc bierną dla odbiorcy B (budynek biurowy)



Rys.3. Wykresy analizy normalności rozkładu wartości zapotrzebowania na moc bierną dla odbiorcy C (lokal gastronomiczny).



Rys.4. Wykresy analizy normalności rozkładu wartości zapotrzebowania na moc bierną dla odbiorcy D (zakład przemysłowy).

Podsumowanie

Zarejestrowane i poddane analizie wartości obciążenia mocą bierną (tj. pobranej z sieci dystrybucyjnej energii biernej) dotyczą mocy (energii) zarówno o charakterze indukcyjnym jak i pojemnościowym, przy czym dla każdego z odbiorców zazwyczaj obserwuje się dominację wartości o jednym charakterze. W przypadku odbiorcy B (budynek biurowy) pobierana przez obiekt energia bierna ma charakter jedynie pojemnościowy.

Uzyskane wyniki liczbowe analizy, mającej na celu weryfikację hipotezy o normalności rozkładów wartości zapotrzebowania na moc bierną przez odbiorców pozwalają na sformułowanie następujących konkluzji:

- Dla każdego z odbiorców, wszystkie zastosowane testy statystyczne dostarczyły przesłanek do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu (w każdym przypadku prawdopodobieństwo p jest poniżej przyjmowanego poziomu istotności α , tzn. 5%; przy czym większość wyników była poniżej 0,1%, co uważa się za statystycznie „wysoko istotne”).
- Wyznaczone wartości zarówno kurtozy, jak i skośności dla każdego z przypadków były różne od wartości charakteryzujących rozkład normalny, tzn. 0.

Jakościowa analiza wykresów uwidacznia brak dokładnego pokrycia histogramów wartości z odpowiadającym im kształtem rozkładu normalnego. Na każdym z otrzymanych wykresów normalności obserwuje się grupy punktów leżące wyraźnie poza sugerowaną prostą. Podobne obserwacje można poczynić w przypadku wszystkich uzyskanych wykresów prawdopodobieństwa.

Najliczniejszym zbiorem danych pomiarowych dysponowano dla odbiorcy D (liczebność: 8760). W tym przypadku, choć histogram i wykres prawdopodobieństwa (rys. 4) jakościowo potwierdziłyby rozkład normalny, to wyniki pozostałych analiz każą tę hipotezę odrzucić. Najwyraźniejsza różnica między teoretycznym rozkładem normalnym a uzyskanym empirycznie, uwidacznia się dla odbiorcy C (rys. 3), dla którego liczebność próbki wynosiła 2880.

Problemem podstawowym w analizach statystycznych skończonej zbiorowości jest określenie empirycznego rozkładu zmiennej. Dane zawierające wartości ujemne najczęściej bywają modelowane za pomocą rozkładu normalnego. Założenie normalności rozkładów wartości obciążenia mocą elektryczną ma znaczenie przy rozwiązywaniu problemów badawczych m.in. z zakresu:

- zadań analizy istotności różnic między grupami porównawczymi z danymi nt. obciążeń (metodologicznie, weryfikacja założenia determinuje wybór właściwego testu istotności);
- modelowania zakresów i zmienności zapotrzebowania na energię przez odbiory;
- wyznaczania rozplywów mocy metodami probabilistycznymi (założenie normalności rozkładu obciążeń przy określaniu ich własności numerycznych na podstawie funkcji błędu Laplace'a [19]);
- optymalnego doboru mocy urządzeń kompensujących w sieci do spodziewanych obciążeń.

Zaprezentowane w pracy wyniki analiz pomiarów obciążeń mocą bierną we wszystkich przypadkach odbiorców, wskazują na konieczność odrzucenia hipotezy o normalności rozkładów. Należy więc mieć na uwadze, że wartości pomiarowe obciążeń w sieci elektroenergetycznej mogą podlegać różnym rozkładom, różniącym się od normalnych w sposób statystycznie istotny.

Autor:

Dr inż. Sławomir Bielecki

e-mail: slawomir.bielecki@itc.pw.edu.pl

Instytut Techniki Ciepłej im. B. Stefanowskiego,

Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa,

Politechnika Warszawska,

00-665 Warszawa, ul. Nowowiejska 21/25

LITERATURA

- [1] Sobczyk M.: *Statystyka*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2016.
- [2] Domański Cz.: *Testy statystyczne*. PWE, Warszawa 1990.
- [3] Billewicz K.: *Test normalności rozkładu wartości poboru energii*. Przegląd Elektrotechniczny nr 04/2008, s.78-79.
- [4] Bielecki S., Skoczowski T.: *Potrzeba zmian rozliczeń za moc bierną*. Rynek Energii 4 (119)/2015, s.21-26.
- [5] Bielecki S.: *Przegląd metod rozliczeń za moc bierną*. Przegląd Elektrotechniczny 9/2015, s. 61-64.
- [6] Bielecki S.: *Problematyka rozliczeń za użytkowanie mocy biernej*. Energetyka Nr 11(737) / R. 68, 2015, s.702-705.
- [7] Czarniecki L.S.: *Meta-theory of electric powers and present state of power theory of circuits with periodic voltage and currents*. Przegląd Elektrotechniczny nr 6, 2013, s.26-31.
- [8] Czarniecki L.S.: *Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć*. OWPW Warszawa 2005.
- [9] Rozporządzenie Ministra Gospodarki z dnia 18 sierpnia 2011r. W sprawie szczegółowych zasad kształtowania i kalkulacji taryf oraz rozliczeń w obrocie energią elektryczną. Załącznik do Obwieszczenia Ministra Gospodarki z 7.06.2013 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu rozporządzenia. Dz. U. z 10.10.2013 r., poz. 1200.
- [10] Zajczyk R. (red.), Dobrzyński K., Klucznik J., Kowalak R., Lubośny Z., Łosiński M., Szczeciński P.: *Modele matematyczne do badania bezpieczeństwa systemu elektroenergetycznego. Tom 1-3*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2012.
- [11] *Energia bierna pojemnościowa nowym kosztem prosumentów?*
<http://www.gramzielone.pl/trendy/23005/energia-bierna-pojemnosciowa-nowym-kosztem-prosumentow>, dostęp: 5.11.2016r.
- [12] Kurkowski M., Popławski T., Mirowski J.: *Energia bierna a przepisy Unii Europejskiej*. Rynek Energii, nr 2 (111), 2014, s.18-23.
- [13] Ustawa o efektywności energetycznej z dnia 20 maja 2016 r. Dz.U z 2016 r., poz.831.
- [14] Czarniecki L.S.: *What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned*. IEEE Trans. Instr. Meas., vol. 36, no. 3, 1987, s.834-837.
- [15] Shapiro S. S., Wilk M. B., Chen, H. J.: *A comparative study of various tests of normality*. Journal of the American Statistical Association, 63, 1968, s.1343-1372.
- [16] Massey F. J., Jr.: *The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit*. Journal of the American Statistical Association, 46, 1951, s.68-78.
- [17] Lilliefors, H. W.: *On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown*. Journal of the American Statistical Association, 64, 1967, s.399-402.
- [18] StatSoft, Inc. STATISTICA (data analysis software system), version 12, 2014.
- [19] Golub I., Voitov O., Boloev E.: *Preventive Control of Electric Power System State Variables by the Methods of Probabilistic Load Flow*. Acta Energetica 1/14 (2013), s.18-25.