

doi:10.15199/48.2018.01.02

## Moc odkształcenia wsadów rurowych z matrycą przewodzącą w procesie elektrodynamicznego ściskania metali

**Streszczenie.** W pracy opisano ściskanie wsadów rurowych w procesie elektrodynamicznego formowania metali. Przeprowadzone obliczenia umożliwiły wyznaczenie bilansu mocy, a następnie mocy użytej na odkształcenie wsadu. Analizę przeprowadzono dla różnych grubości wsadów rurowych.

**Abstract.** In the paper compression of the tubular charge in the electro-dynamical forming is presented. The calculations made it possible to determine the power balance and consequently the power used for charge strain. The analysis was carried out for different thicknesses of tubular charges. (Power related to strain in tubular charges with conductive dies in the process of electro-dynamical metal forming).

**Słowa kluczowe:** formowanie polem magnetycznym, pole magnetyczne, analiza numeryczna, moc.

**Keywords:** electromagnetic forming, electromagnetic field, numerical analysis, power.

### Wstęp

W przypadku kształtowania przewodzącego wsadu rurowego impulsowe pole magnetyczne jest polem zewnętrznym w stosunku do rury ma jedną składową wzdłuż osi  $z$  (rys.1) i określa się je następującym wzorem:

$$(1) \quad H^{zew}(t) = 1_z H_z^{zew}(t)$$

w którym składowa natężenia pola magnetycznego wzdłuż osi  $z$

$$(2) \quad H_z^{zew}(t) = H_0 e^{-\eta t} \sin(\omega t + \psi)$$

gdzie:  $H_0$  - amplituda pola magnetycznego przy braku tłumienia w  $A \cdot m^{-1}$ ,  $\omega$  - pulsacja drgań własnych układu kształtowany element – głowica robocza – bateria kondensatorów w  $rad \cdot s^{-1}$ ,  $\eta$  - współczynnik tłumienia pola magnetycznego w  $s^{-1}$ ,  $\psi$  - faza początkowa natężenia pola magnetycznego w rad.[1,2,6]

Wyznaczenie pola elektromagnetycznego i prądów wirowych w formowanym wsadzie umożliwi wyznaczenie sił ponderomotorycznych kształtujących wsad, ciśnienia oraz dokonanie bilansu mocy, co z kolei pozwoli obliczyć moc zużyta na kształtowanie detalu[1-7,11].

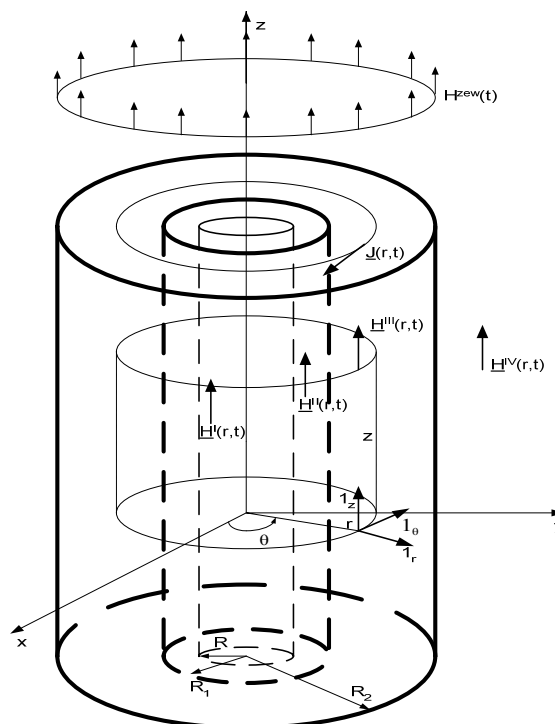
Całkowita energia dostarczona przez cewkę pobierana jest przez kształtowany wsad rurowy o promieniu wewnętrznym  $R_1$  i zewnętrznym  $R_2$  (rys.1) jako energia odkształcenia i energia strat cieplnych. W przypadku zaś matrycy przewodzącej o promieniu  $R$  (rys.1) dodatkową energię pobiera ona sama i jest to energia strat cieplnych w matrycy. Energia odkształcenia jest różnicą energii dostarczonej pomniejszonej o energię strat cieplnych we wsadzie i przewodzącej matrycy.

### Całkowita moc we wsadzie rurowym

Wektor gęstości powierzchniowej strumienia mocy chwilowej w rozważanym przypadku ma jedną składową

$$(3) \quad P_r^{III}(r,t) = \frac{1}{\gamma} J_{\theta}^{III}(r,t) H_z^{III}(r,t)$$

gdzie  $J_{\theta}^{III}(r,t)$  jest gęstością prądu zaś  $H_z^{III}(r,t)$  jest natężeniem pola magnetycznego we wsadzie rurowym wyznaczone w pracach [6,9], na podstawie których wyznacza się także siły i ciśnienie magnetyczne we wsadzie.



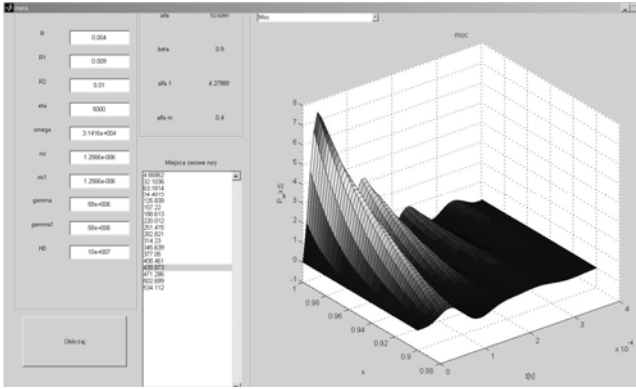
Rys.1. Przewodzący wsad rurowy z matrycą przewodzącą umieszczony w polu magnetycznym o charakterze sinusoidy tłumionej

Z powyższego wzoru wynika, że moc chwilowa dostarczana do wsadu jest przebiegiem sinusoidalnym tłumionym, dla którego pulsacja i tłumienie są równe podwójnej wartości odpowiednich wielkości dla zewnętrznego pola magnetycznego.

Powyższy wzór pozwala na przedstawienie czasowo – przestrzennego rozkładu gęstości powierzchniowej mocy, jej wnikanie i tłumienie we wsadzie rurowym dla zadanych parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ . Wykres przedstawiono dla wartości względnych  $(x = \frac{r}{R_2}, \beta = \frac{R_1}{R_2})$ [6], tzn. w odniesieniu do

$\frac{R_2 \gamma}{H_0^2} = \frac{\alpha \gamma}{k H_0^2}$ , czyli jako funkcję:

$$(4) \quad P_w(x,t) = \frac{\gamma \alpha}{k H_0^2} P_r^{III}(x,t)$$



Rys. 2. Rozkład czasowo – przestrzenny gęstości powierzchniowej mocy w przewodzącym wsadzie rurowym;  $R=0.004$ ,  $R_1=0.009$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.4$ ,  $\alpha_m = 0.4$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4$  rad·s<sup>-1</sup>,  $\eta = 5 \cdot 10^3$  s<sup>-1</sup>,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6$  S·m<sup>-1</sup>

Moc dostarczana do wsadu rurowego pobierana jest przez jego powierzchnię zewnętrzną. Następnie zostaje zamieniona na moc odkształcenia i moc strat ciepłych. Grubość tej warstwy związana jest ściśle z głębokością wnikania fali elektromagnetycznej do ośrodka dobrze przewodzącego oraz z promieniem zewnętrznym wsadu, czyli ze współczynnikiem  $\alpha$ . Czym większa jest wartość tego współczynnika, tym mniejsza jest ta warstwa „naskórkowa”.

Moc chwilową dostarczaną do wsadu rurowego o długości  $l$  poprzez jego powierzchnię boczną wyznacza się z następującego wzoru :[8-9]

$$(5) P_r(t) = \frac{2 \pi R_2 l}{\gamma} J_{\theta}^{III}(r = R_2, t) H_z^{III}(r = R_2, t) \mathbf{1}(t)$$

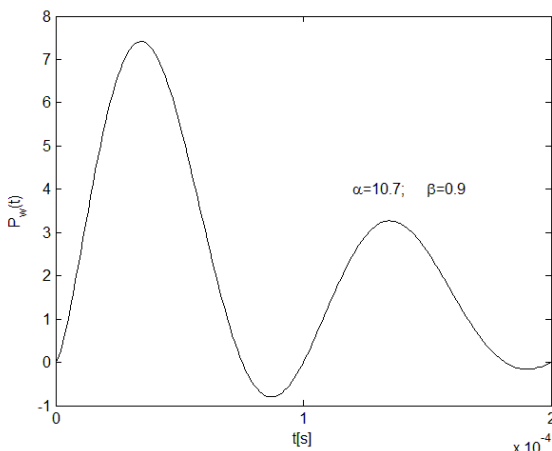
lub też w jednostkach względnych(x)

$$(6) P_r(t) = \frac{2 \pi l \alpha}{\gamma k} J_{\theta}^{III}(x = 1, t) H_z^{III}(x = 1, t) \mathbf{1}(t)$$

Jej przebieg czasowy przedstawiono na rysunku 3 w

odniesieniu do  $\frac{\gamma}{2 \pi l H_0^2}$ , czyli jako funkcję

$$(7) P_w(t) = \frac{\gamma}{2 \pi l H_0^2} P_r(t)$$



Rys.3. Całkowita moc chwilowa dostarczana do wsadu rurowego;  $R=0.004$ ,  $R_1=0.009$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.4$ ,  $\alpha_m = 0.4$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4$  rad·s<sup>-1</sup>,  $\eta = 5 \cdot 10^3$  s<sup>-1</sup>,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6$  S·m<sup>-1</sup>

### Moc strat ciepłych w formowanym wsadzie

W celu wyznaczenia rozkładu temperatury we wsadzie należy określić tzw. wewnętrzne źródła ciepła, które określone są poprzez gęstość objętościową mocy przetwarzanej na ciepło. Zgodnie z twierdzeniem Poyntinga chwilowa gęstość objętościowa mocy przetwarzanej na ciepło w obszarze  $V$  w [W·m<sup>-3</sup>][10]

$$(8) P_{cal}^{III}(r, \theta, z, t) = \frac{1}{\gamma} \left[ J_{\theta}^{III}(r, \theta, z, t) \right]^2$$

i wtedy moc chwilowa w [W]

$$(9) P_{cal}^{III}(t) = \int_V P_{cal}^{III}(r, \theta, z, t) dV = \frac{1}{\gamma} \int_V \left[ J_{\theta}^{III}(r, \theta, z, t) \right]^2 dV$$

W przypadku gęstości prądu zależnej tylko od zmiennej  $r$  walcowego układu współrzędnych, czyli dla  $J(r, t) = J_{\theta}^{III}(r, t) \mathbf{1}_{\theta}$ , moc ta określona jest wzorem:

$$(10) P_{cal}^{III}(t) = \frac{1}{\gamma} \int_0^l \int_0^{R_2} \int_0^{R_1} \left[ J_{\theta}^{III}(r, \theta, z, t) \right]^2 r dr d\theta dz = \frac{2 \pi l}{\gamma} \int_{R_1}^{R_2} \left[ J_{\theta}^{III}(r, \theta, z, t) \right]^2 r dr$$

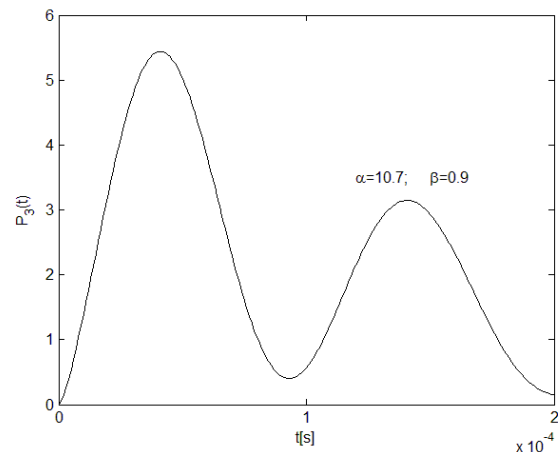
Wprowadzając zmienną względną(x) otrzymujemy[10]

$$(11) P_{cal}^{III}(t) = \int_V P_{cal}^{III}(x, t) dV = \frac{2 \pi l \alpha^2}{\gamma k^2 \beta} \int_{\beta}^1 \left[ J_{\theta}^{III}(x, t) \right]^2 x dx$$

Przebieg mocy chwilowej przetwarzanej na ciepło w przewodzącym wsadzie rurowym przedstawiono na rysunku 4. Wykres ten przedstawiono dla wartości względnych, w

odniesieniu do  $\frac{\gamma}{2 \pi l H_0^2}$ , czyli jako funkcję:

$$(12) P_3(t) = \frac{\gamma}{2 \pi l H_0^2} P_{cal}^{III}(t)$$



Rys.4. Przebieg mocy chwilowej przetwarzanej na ciepło we wsadzie rurowym;  $R=0.004$ ,  $R_1=0.009$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.4$ ,  $\alpha_m = 0.4$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4$  rad·s<sup>-1</sup>,  $\eta = 5 \cdot 10^3$  s<sup>-1</sup>,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6$  S·m<sup>-1</sup>

Moc przetwarzana na ciepło we wsadzie stanowi około 60% mocy całkowitej[10].

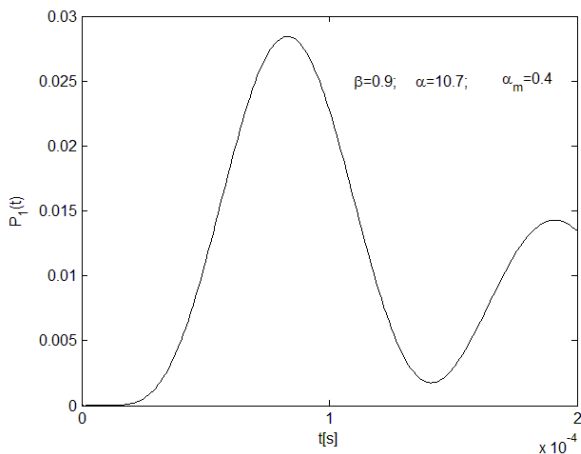
### Moc strat ciepłych w przewodzącej matrycy

Moc w przewodzącej matrycy jest jedynie mocą strat ciepłych. Postępując podobnie jak w przypadku przewodzącego wsadu rurowego otrzymujemy:

$$(13) \quad P_{cal}^I(t) = \int_V P_{cal}^I(y,t) dV = \frac{2\pi l \alpha_1^2}{\gamma_1 k_1^2} \int_0^1 [J_0^I(y,t)]^2 y dy$$

Przebieg mocy chwilowej przetwarzanej na ciepło w przewodzącej matrycy walcowej przedstawiono na rysunku 5. Wykres ten przedstawiono dla wartości względnych, w odniesieniu do  $\frac{\gamma}{2\pi l H_0^2}$ , czyli jako funkcję:

$$(14) \quad P_1(t) = \frac{\gamma}{2\pi l H_0^2} P_{cal}^I(t)$$



Rys.5. Przebieg mocy chwilowej przetwarzanej na ciepło w przewodzącej matrycy walcowej;  $R=0.004$ ,  $R_1=0.009$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.4$ ,  $\alpha_m = 0.4$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\eta = 5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

Moc przetwarzana na ciepło w matrycy przewodzącej zależy od stopnia wy tłumienia pola elektromagnetycznego we wsadzie. W praktyce elektrodynamicznego formowania metali mamy do czynienia przede wszystkim z wsadami aluminiowymi bądź miedzianymi. Wtedy tłumienie pola we wsadzie jest duże i w konsekwencji moc strat ciepłych w przewodzącej matrycy jest niewielka – można ją pominąć w ogólnym bilansie mocy.

### Moc odkształcenia w formowanym wsadzie

Aby obliczyć moc odkształcenia wsadu, należy od mocy całkowitej dostarczanej do układu *wsad-matryca* wnikającej przez powierzchnię boczną wsadu odjąć straty mocy wywołane przez prądy wirowe w przewodzącym wsadzie rurowym i przewodzącej matrycy walcowej. Wtedy też przy wsadach cienkościennych ( $0.8 < \beta < 0.95$ ) całkowita moc chwilowa odkształcenia wyraża się wzorem:

$$(15) \quad P_k(t) = P_r(t) - P_{cal}^{III}(t) - P_{cal}^I(t)$$

Przebieg mocy chwilowej odkształcenia wsadu rurowego przedstawiono na rysunku 6. Wykres ten przedstawiono dla

wartości względnych, w odniesieniu do  $\frac{\gamma}{2\pi l H_0^2}$ , czyli jako

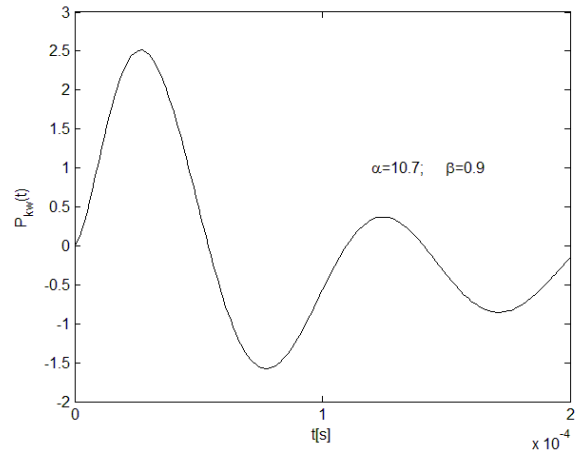
funkcję:

$$(16) \quad P_{kw}(t) = \frac{\gamma}{2\pi l H_0^2} P_k(t)$$

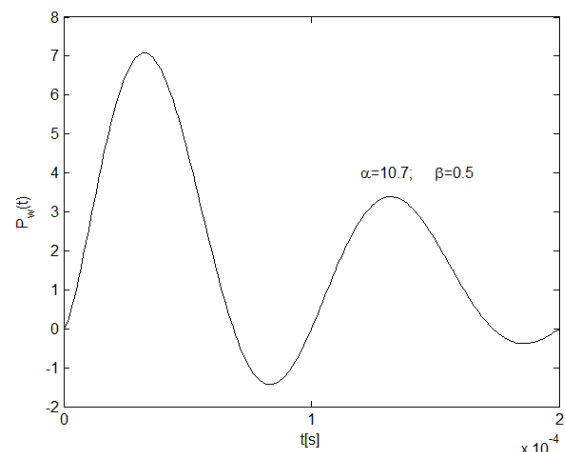
Przy formowaniu wsadów grubościennych ( $0.2 < \beta < 0.8$ ) matrycę przewodzącą rzadko się stosuje, a nawet jeśli, to ze względu na grubość wsadu straty ciepłe w matrycy przewodzącej nie występują lub są pomijalnie małe. Zatem całkowita moc chwilowa odkształcenia wyraża się wzorem:

$$(17) \quad P_k(t) = P_r(t) - P_{cal}^{III}(t)$$

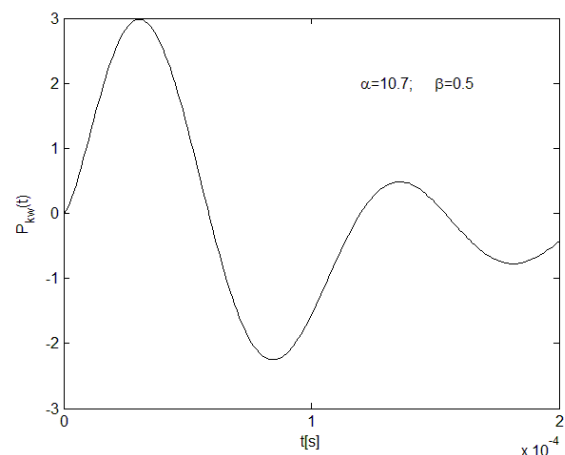
Podobnie jak w poprzednim przypadku korzystając z wzorów (7),(12),(16) przebieg mocy chwilowej i mocy użytej na odkształcenie przedstawiono na rysunkach 7,8.



Rys. 6. Całkowita moc chwilowa przetwarzana na odkształcenie wsadu rurowego;  $R=0.004$ ,  $R_1=0.009$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.4$ ,  $\alpha_m = 0.4$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\eta = 5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$



Rys. 7. Całkowita moc chwilowa dostarczana do wsadu rurowego;  $R_1=0.005$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta_1 = 0.2$ ,  $\alpha_m = 0.2$ ,  $\eta = 5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$



Rys. 8. Całkowita moc chwilowa przetwarzana na odkształcenie wsadu rurowego;  $R_1=0.005$ ,  $R_2=0.01$ ,  $\alpha = 10.7$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta_1 = 0.2$ ,  $\alpha_m = 0.2$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\eta = 5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 58 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

## Wnioski

Moc odkształcenia osiąga wartość największą w chwili  $t_0 = T/4$ . Następnie moc ta ulega zmniejszeniu osiągając wartości ujemne, a stąd wypływa wniosek, że w chwili  $t_0$  proces formowania wsadu powinien się zakończyć. Po tym czasie generator prądów udarowych w praktyce jest wyłączany, aby uniknąć efektu „odsprężynowania”.

Wyznaczone moce chwilowe pozwolą na określenie energii całkowitej dostarczonej do układu *wsad-matryca*, energii strat ciepłych (ciepła) we wsadzie i matrycy oraz energii odkształcenia plastycznego w przedziale czasu  $0 \leq t \leq t_0$ , gdzie czas  $t_0$  przyjmowany jest zazwyczaj jako  $1/4$  okresu drgań własnych generatora udarów prądowych. Wielkości te będzie można wyznaczyć z ogólnego wzoru:

$$(18) \quad W = \int_0^{t_0} p(t) dt$$

**Autorzy:** dr inż. Borys Borowik, Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki, Instytut Technologii Mechanicznych, ul. Armii Krajowej 21, 42-200 Częstochowa, E-mail: borys\_b@poczta.fm

## LITERATURA

- [1] Dobrogowski J., Kołaczkowski Z., Tychowski F., Tłoczenie metali impulsowym polem magnetycznym, PWN, Warszawa Poznań 1979
- [2] Batygin Y., Daehn., The pulse magnetic fields for progressive technologies. *Ohio State University.*, Kharkov – Columbus 1999
- [3] Bednarczyk J., Elektrodynamiczna obróbka metali, *Wydawnictwa AGH*, Kraków 2007
- [4] Bednarczyk J., Distributions of forces in the inductors used in metal processing in the pulse magnetic field, *Journal of Materials Processing Technology*, 133(2003), pp.340-347
- [5] Borowik B., Odkształcenie wsadów rurowych wybranych materiałów w procesie elektrodynamicznego formowania metali, *Przegląd Elektrotechniczny.*, 12b/2011 pp. 19-21
- [6] Borowik B., Ściskanie wsadów rurowych w procesie elektrodynamicznego formowania metali – analiza numeryczna, *Przegląd Elektrotechniczny.*, 12/2015 pp. 56-58
- [7] Piątek Z., Borowik B., Electromagnetic field in a cylindrical conductor in the process of metal forming using impulse magnetic field., *XXVII IC SPETO*, 2005 pp. 43-46
- [8] Tegopoulos J. Kriezis E., Eddy Currents in Linear Conducting Media. *Elsevier.*, New York 1985
- [9] Borowik B., Gęstość prądu wewnątrz przewodzącego wsadu rurowego z matrycą przewodzącą w procesie kształtowania impulsowym polem magnetycznym, *Przegląd Elektrotechniczny.*, 08/2011 pp. 264-268
- [10] Borowik B., Zastosowanie zmodyfikowanej metody Monte Carlo do obliczenia mocy strat ciepłych w przewodzącym wsadzie rurowym formowanym elektrodynamicznie., *Przegląd Elektrotechniczny.*, 01/2017 pp. 249-252
- [11] McLachlan N., Funkcje Bessela dla inżynierów, PWN, Warszawa 1964