

doi:10.15199/48.2018.03.17

## Wybór parametrów dla optymalnej strategii sterowania silnikiem synchronicznym z magnesami trwałymi

**Streszczenie.** W pracy zaproponowano metodę wyboru parametrów silnika (indukcyjności  $L_d$  i  $L_q$ ) dla metody pozwalającej na wygenerowanie maksymalnej wartości momentu elektromagnetycznego na jednostkę prądu (ang. MTPA) w silniku z magnesami trwałymi. Wartości indukcyjności oraz strumienia od magnesów trwałych są wyznaczone przy użyciu obserwatora. W pracy wykazana została waga poprawnego wyboru parametrów na pracę silnika. Jako platformę sprzętową zastosowano przekształtnik laboratoryjny (własna konstrukcja) ze sterowaniem opartym na module FPGA i karcie dSpace. Praca zawiera rezultaty badań eksperymentalnych na stanowisku laboratoryjnym.

**Abstract.** This paper presents method of selection the motor parameters (inductances  $L_d$  and  $L_q$ ) for MTPA method (Maximum Torque Per Ampere) for permanent-magnet synchronous motor. The inductances and magnet flux of the motor are identified using observer method based on mathematical model. Using the technique, performance of the MTPA algorithm can be improved. This paper presents an idea and a procedure of the proposed algorithm. Hardware platform is based on laboratory power inverter with control block using FPGA and dSpace card. Result of experiment are presented to validate the proposed method. (Selection of the parameters for the optimal control strategy for permanent-magnet synchronous motor).

**Słowa kluczowe:** silnik synchroniczny z magnesami trwałymi, MTPA, identyfikacja parametrów.

**Keywords:** permanent-magnet synchronous motor, MTPA, parameter identification.

### Wstęp

Silniki z magnesami trwałymi ze względu na ich szereg zalet, takich jak wysoka sprawność, i bezawaryjność, znajdują coraz szersze możliwości zastosowań we współczesnych układach napędowych. Są one wykorzystywane w wielu przemysłowych aplikacjach mając opinię maszyn pozwalających na uzyskanie niezakłóconego przebiegu momentu. Jednak większość algorytmów sterowania tego typu silnikami wykorzystuje model silnika. Skuteczność działania algorytmu będzie więc zależała od dokładności wyznaczenia wszystkich parametrów modelu. Większość metod służących do wyznaczania parametrów silnika spotykanych w literaturze np. [1], [2] wykorzystuje skomplikowane algorytmy. Badania eksperymentalne potwierdzają, że niektóre parametry (ogólnie w literaturze przyjmowane jako stałe) mogą zależeć np. od prądu płynącego przez uzwojenia silnika. W klasycznych układach sterowania pracą silnika (np. w metodzie bezpośredniego sterowania momentem ang. DTC) strumień i moment elektromagnetyczny silnika mogą być regulowane niezależnie od siebie na drodze odpowiedniego wyboru współrzędnych wektora przestrzennego napięcia zasilającego. Bardzo ważnym zagadnieniem jest właściwy wybór wartości zadanych momentu i strumienia. Wartość zadana momentu jest zwykle wprowadzana do algorytmu bezpośrednio (tylko z ograniczeniem co do wartości znamionowych lub dopuszczalnych, przeciążeniowych) lub wypracowywana przez regulator prędkości. Wartość zadana strumienia jest zwykle przyjmowana na poziomie strumienia od magnesów trwałych. Z tym, że przy takim sterowaniu często nie można wykorzystać w pełni możliwości silnika. Przy założeniu, że indukcyjności  $L_q$  jest większa od indukcyjności  $L_d$  można zaproponować taki algorytm wyboru prądów  $i_q$  oraz  $i_d$ , przy którym wykorzystując moment reluktancyjny uda się zwiększyć całkowity moment silnika zachowując moduł prądu na tym samym poziomie. Metoda MTPA (ang. Maximum Torque Per Ampere) jest ogólnie znana i opisywana w literaturze np. w [3], [4] lub [5]. W celu skutecznej implementacji algorytmu wymagana jest znajomość trzech parametrów: indukcyjności  $L_d$ ,  $L_q$  oraz wartości strumienia od magnesów trwałych. O ile identyfikacja strumienia od magnesów jest prosta (parametr jest zwykle podawany przez producenta silnika), to już określenie poprawnej wartości indukcyjności

stanowi pewien problem. Indukcyjności  $L_d$  oraz  $L_q$  są w modelach przyjmowane jako stałe i wyznaczone w statycznym stanie pracy silnika, przy niewielkich wartościach prądów. Jednak badania eksperymentalne pokazują istotny zmiany wartości indukcyjności (szczególnie  $L_d$ ) w funkcji prądu. Typowy algorytm MTPA jest wrażliwy na zmiany wartości różnicy indukcyjności. Trajektoria wygenerowana w oparciu o niedokładne wartości parametrów będzie odbiegała od optymalnej.

W dalszej części artykułu podany zostanie sposób określania parametrów wymaganych do algorytmu MTPA z użyciem obserwatora jak również pewna modyfikacja samego algorytmu tak, aby w realnym silniku można było uzyskać maksimum generowanego momentu elektromagnetycznego na jednostkę prądu.

### Opis algorytmów

W podstawowym algorytmie sterowania wartość zadana prądu  $i_d$  przyjmuje się na poziomie zera. W konsekwencji moment generowany przez silnik zależy tylko od prądu  $i_q$  oraz strumienia od magnesów trwałych. W ten sposób tracona jest składowa reluktancyjna momentu. Oczywiście wielkość tej składowej jest uzależniona od budowy samego silnika (większa w silnikach z magnesami zagłębionymi w wirniku), ale w większości przypadków można ją wykorzystać. Moment generowany przez silnik można wyrazić wzorem:

$$(1) \quad T_e = 2p((L_d - L_q)i_d i_q + i_q \lambda_m), \quad \lambda_m = \sqrt{\frac{3}{2}} k_e$$

Ponieważ celem jest wyznaczenie takiej trajektorii sterowania, przy której generowany jest możliwie największy moment elektromagnetyczny przy danej wartości prądu, można zaproponować funkcję  $I_s$  a następnie wyznaczyć prąd  $i_q$ :

$$(2) \quad i_q = \sqrt{I_s^2 - i_d^2}$$

Podstawiając (2) do (1) uzyskuje się funkcję, którą następnie należy zminimalizować:

$$(3) \quad T_e = 2p((L_d - L_q)i_d \sqrt{I_s^2 - i_d^2} + \sqrt{I_s^2 - i_d^2} \lambda_m)$$

Po wykonaniu różniczkowania względem prądu  $i_d$  i przyrównaniu funkcji wynikowej do zera wyznacza się optymalną zależność pomiędzy prądami  $i_d$  i  $i_q$ :

$$(4) \quad i_d = \frac{\lambda_m}{2(L_q - L_d)} - \sqrt{\frac{\lambda_m^2}{4(L_d - L_q)^2} + i_q^2}$$

Algorytm nie jest złożony i umożliwia wyznaczenie odpowiednich wartości zadanych prądu  $i_d$ , a dalej optymalnej trajektorii sterowania. Warunkiem jest znajomość poprawnych wartości indukcyjności i strumienia magnesów.

Ponieważ nie zawsze i nie wszystkie wartości są podawane przez producenta silnika w dalszej części pokazany zostanie sposób wyznaczenia parametrów.

### Identyfikacja parametrów napędu - wyznaczenie „map” strumienia

Przyjęto następujący opis matematyczny silnika:

$$(5) \quad \begin{aligned} L_d \frac{d}{dt} i_d &= \omega_e L_q i_q - R_s i_d + v_d \\ L_q \frac{d}{dt} i_q &= -\omega_e L_d i_d - \omega_e k_e \sqrt{\frac{3}{2}} - R_s i_q + v_q \end{aligned}$$

Strumienie w osiach d i q opisane są równaniami:

$$(6) \quad \begin{aligned} \Psi_d &= L_d i_d + k_e \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \Psi_q &= L_q i_q \end{aligned}$$

Zakładając dodatkowo, że strumienie  $\Psi_d$ ,  $\Psi_q$  są nieznanymi wielkościami w układzie, to (zgodnie z opisem obserwatora zamieszczonym w pracy [6]) obserwator i identyfikator mogą zostać opisane równaniami 7 i 8:

$$(7) \quad L_d \frac{d}{dt} i_{d_e} = \omega_e \Psi_{q_e} - R_s i_d + v_d + a(i_{d_e} - i_d)$$

$$L_d \frac{d}{dt} \Psi_{q_e} = -\omega_e m(i_{d_e} - i_d)$$

$$(8) \quad L_q \frac{d}{dt} i_{q_e} = -\omega_e \Psi_{d_e} - R_s i_q + v_q + a(i_{q_e} - i_q)$$

$$L_q \frac{d}{dt} \Psi_{d_e} = \omega_e m(i_{q_e} - i_q)$$

W proponowanej strukturze obserwatora „a” i „m” są parametrami projektowymi. Ich dobór decyduje o szybkości obserwatora i o jego prawidłowym działaniu. W celu zachowania stałej dynamiki błędu wartość parametru „m” została uzależniona od kwadratu prędkości. Przedstawiany obserwator będzie pracował poprawnie tylko przy prędkościach różnych od zera. Przeprowadzenie testu identyfikacji nie wymaga obciążania silnika. Jednak ze względu na odpowiedni dobór parametrów konstrukcyjnych obserwatora oraz dokładność, obliczenia powinny zostać wykonane np. na komputerze stacjonarnym. Na podstawie „map” strumieni można wyznaczyć wartość współczynnika  $k_e$ . Zwykle jednak ten parametr jest udostępniany przez producenta silnika. Skuteczność działania algorytmu generowania „map” wykazana została we wcześniejszych badaniach np. w [7].

### Identyfikacja parametrów napędu - wyznaczenie indukcyjności $L_d$ i $L_q$ silnika

Przyjmując, że strumienie w osiach d i q są opisane następująco:

$$(9) \quad \begin{bmatrix} \Psi_d(i_d) \\ \Psi_q(i_q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d(i_d) i_d + k_e \sqrt{\frac{3}{2}} \\ L_q(i_q) i_q \end{bmatrix}$$

Dysponując rozkładami strumieni, stosunkowo łatwo można wyznaczyć wartości indukcyjności w funkcji prądu.

W czasie wykonywania algorytmu wyznaczenia „mapy” strumienia dla każdego podprzedziału zmienności kąta wyznaczana jest funkcja  $\Psi=f(i)$  (aproxymująca dane pomiarowe). Wybierając wielomian aproxymujący stopnia drugiego otrzymamy:

$$(10) \quad \begin{aligned} \Psi_d(i_d) &= f(i_d) = L_{da} i_d^2 + L_{db} i_d + c_d \\ \Psi_q(i_q) &= f(i_q) = L_{qa} i_q^2 + L_{qb} i_q + c_q \end{aligned}$$

Po odrzuceniu wyrazu wolnego („c”), który odpowiada składowej strumienia od magnesów trwałych i wykonaniu dzielenia przez prąd otrzymujemy zależność indukcyjności od prądu:

$$(11) \quad \begin{aligned} L_d(i_d) &= \frac{f(i_d) - c_d}{i_d} = L_{da} i_d + L_{db} \\ L_q(i_q) &= \frac{f(i_q) - c_q}{i_q} = L_{qa} i_q + L_{qb} \end{aligned}$$

Ponieważ aproxymacja jest powtarzana dla każdego przedziału kąta, to przez odpowiednie przetworzenie danych można uzyskać zależność indukcyjności nie tylko od prądu, ale również od kąta. Jednak badania przeprowadzone na różnych silnikach wskazują na słabą zależność indukcyjności od kąta. Natomiast jak to zostanie pokazane dalej w postaci wyników eksperymentów, znacznie większy wpływ na te parametry ma wielkość prądu.

### Opis stanowiska laboratoryjnego

Stanowisko laboratoryjne powstało jako wynik współpracy Instytutu Automatyki oraz Instytutu Mechatroniki i Systemów Informatycznych Politechniki Łódzkiej. Układ napędowy składał się z badanego silnika IPM oraz prądnicy prądu stałego, połączonych ze sobą mechanicznie za pomocą momentomierza. Parametry silnika IPM zostały zamieszczone w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry badanego silnika

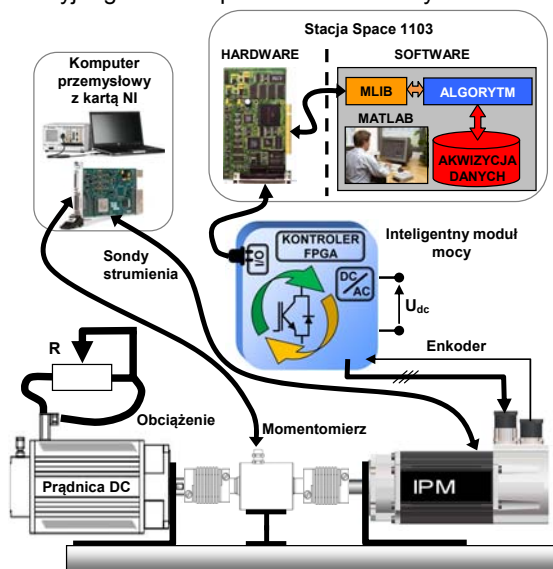
Silnik bezszczotkowy IPM (konstrukcja wykonana w Instytucie Mechatroniki PŁ)	$I_N$	12	A
	2p	2	-
	$I_d$	7	mH
	$I_q$	15	mH
	$R_s$	0,5	$\Omega$
	$k_e$	0,075	Vs/rad
	$\Omega_s$	25	obr/s

Silnik ten został zaprojektowany i wykonany w Instytucie Mechatroniki i Systemów Informatycznych PŁ. Jest to konstrukcja prototypowa wyposażona w sondy strumienia (zamontowane na każdym zębie stojana). Sondy umożliwiają pomiary strumienia w czasie pracy. Silnik w konfiguracji laboratoryjnej został pokazany na fotografii 1.

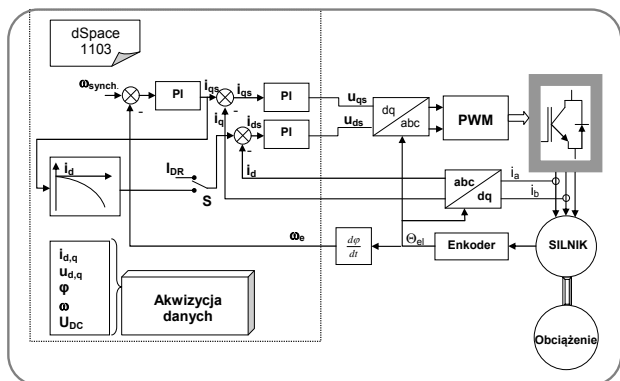


Fot. 1. Badany silnik

Badany silnik może być zasilany z sieci sztywnej (wymaga złożonej procedury rozruchu) lub za pomocą laboratoryjnego falownika napięcia. Falownik pracuje pod kontrolą systemu wbudowanego z interfejsem zrealizowanym na platformie dSpace. Urządzenie posiada własny system zabezpieczeń i pomiarów zrealizowany w układzie współpracy modułu FPGA i procesora ARM STM32. Na FPGA zbudowany został mechanizm zabezpieczeń i pomiarów (pomiarów prądów, napięć, kąta położenia wirnika, prędkości) oraz generator PWM. Głównym zadaniem procesora STM32 jest komunikacja z systemem dSpace. W pamięci procesora może zostać również zapisany algorytm sterowania. Falownik został skonstruowany w Instytucie Automatyki PŁ. Więcej na temat konstrukcji falownika można przeczytać w [8]. Obciążenie układu jest realizowane z wykorzystaniem prądnicy prądu stałego. Moment obciążenia układu napędowego jest regulowany przy pomocy rezystora mocy (obciążenie prądnicy). Konfiguracja stanowiska laboratoryjnego została przedstawiona na rysunku 1.



Rys.1. Konfiguracja stanowiska laboratoryjnego



Rys.2. Struktura sterowania MTPA

### Opis przeprowadzonych eksperymentów

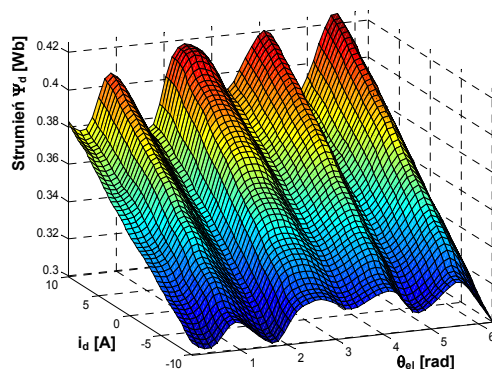
W ramach eksperymentu przeprowadzone zostało kilka prób. Przede wszystkim w oparciu o wcześniej przedstawione algorytmy, wykonana została pełna identyfikacja napędu. Korzystając z możliwości pracy z kontrolowanym obciążeniem, wykonany został też dodatkowy test polegający na wyznaczeniu optymalnej trajektorii MTPA. Układ sterowania został skonfigurowany tak jak na rysunku 2. Podczas testu układ pracował w trybie regulacji prędkości z wymuszeniem prędkości znamionowej

i stałym obciążeniem. Przełącznik „S” (rys 2) był ustawiony w pozycji umożliwiającej swobodne zadawanie prądu  $i_d$ . W początkowej fazie wartość zadana prądu  $i_d$  ( $i_{DR}$  na rysunku 2) ustawiona była na zero.

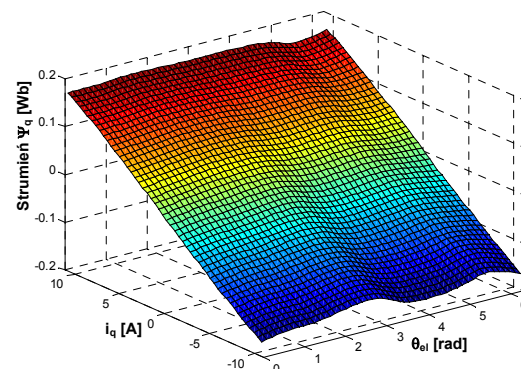
Następnie wartość tego prądu była obniżana do chwili, aż mierzony prąd  $i_q$  nie zaczynał rosnąć. W kolejnym kroku zwiększono obciążenie i powtarzano całą procedurę. Ponieważ test był dość czasochłonny próby wykonane zostały tylko dla kilku obciążeń, ale stanowią dobry punkt odniesienia w badań nad algorytmem MTPA i wyborem trajektorii optymalnej. Warto w tym miejscu zauważyć, że otrzymana w wyniku testu trajektoria różni się znacząco do tej wygenerowanej na podstawie zależności (4) przy wykorzystaniu parametrów podawanych przez projektanta, co również zostało pokazane na rysunku 7.

### Wyniki badań eksperymentalnych

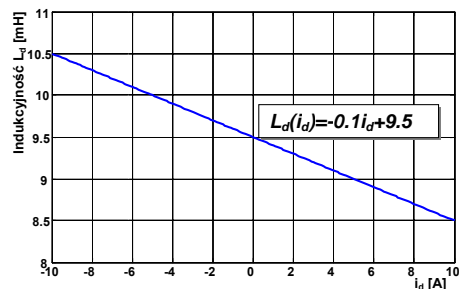
Na rysunkach 3 i 4 zostały przedstawione „mapy” strumieni zarejestrowane za pomocą obserwatora. Na ich podstawie można wyznaczyć oprócz indukcyjności również przebiegi siły elektromotorycznej oraz wartość współczynnika  $k_e$ .



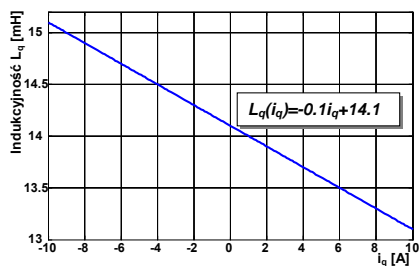
Rys.3. Zależność strumienia  $\Psi_d$  od prądu  $i_d$  i kąta  $\theta_{el}$



Rys.4. Zależność strumienia  $\Psi_q$  od prądu  $i_q$  i kąta  $\theta_{el}$   
Rysunki 5 i 6 przedstawiają przebiegi indukcyjności w funkcji prądu, wyznaczone na podstawie „map” strumieni i zależności (10) oraz (11).



Rys.5. Zależność indukcyjności  $L_d$  od prądu  $i_d$



Rys.6. Zależność indukcyjności  $L_q$  od prądu  $i_q$

### Modyfikacja algorytmu MTPA

Ponieważ indukcyjność  $L_d$  istotnie zależy od prądu (co wyraźnie widać na przedstawionych charakterystykach), równanie (1) może zostać zmodyfikowane w następujący sposób:

$$(12) \quad T_e = 2p \left( (L_{da}i_d + L_{db} - L_{qa}i_q - L_{qb})i_d i_q + i_q \lambda_m \right)$$

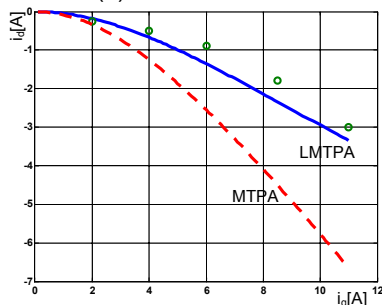
Parametry  $L_{da}$ ,  $L_{db}$ ,  $L_{qa}$  oraz  $L_{qb}$  opisują zmiany indukcyjności w funkcji prądów, zgodnie z wynikami testów.

Po zróżniczkowaniu funkcji (12) z założeniem (2) otrzymano następujące równanie:

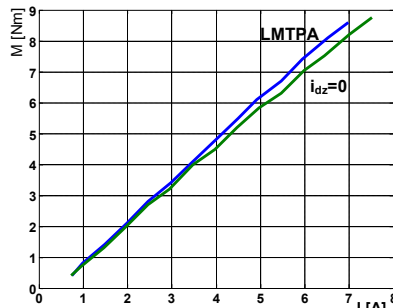
$$(13) \quad L_{da}i_d^3 + (\Delta L - 2i_q L_{qa})i_d^2 + (\lambda_m - 2L_{da}i_q^2)i_d + L_{qa}i_q^3 - \Delta L i_q^2 = 0$$

$$\Delta L = L_{db} - L_{qb}$$

Istnieje analityczne rozwiązanie równania (13) ze względu na prąd  $i_d$ . Można je rozwiązać również numerycznie. Poszukiwane są wartości ujemne i rzeczywiste oraz mniejsze od  $i_q$ . Rozwiązanie równania (13) przedstawione zostało na rysunku 7. Wyraźnie widać, że uzyskana trajektoria (oznaczona na rysunku 7 jako LMTPA) leży znacznie bliżej optymalnej w stosunku do tej, uzyskanej na podstawie równania (4).



Rys.7. Zależność pomiędzy prądami przy różnych wariantach wyboru strategii sterowania (punkty trajektorii wyznaczonej doświadczalnie zostały zaznaczone kółkami)



Rys.8. Zależność momentu mechanicznego (mierzonego momentomierzem) od wartości skutecznej prądu fazowego dla różnych strategii sterowania

Na rysunku 8 przedstawione zostały przebiegi prądu i momentu (pomiaru na stanowisku laboratoryjnym) dla dwóch strategii sterowania. Pierwsza strategia zakłada, że wartość zadana prądu  $i_d$  będzie regulowana na poziomie

zera (bez uwzględnienia momentu reluktancyjnego), natomiast druga uwzględnia trajektorię wyznaczoną z wykorzystaniem szczegółowej identyfikacji silnika (LMTPA).

### Podsumowanie

Na podstawie wyników eksperymentalnych można stwierdzić, że przyjęcie do obliczeń stałych wartości indukcyjności (wyznaczanych dla średnich prądów równych zero) nie jest poprawne. Jak zostało to pokazane na rysunkach 5 i 6 indukcyjności zależą od prądów. Algorytm MTPA jest bardzo wrażliwy na niedokładne oszacowanie wartości indukcyjności. W przypadku założenia stałych parametrów można otrzymać w miarę prostą zależność (4), ale otrzymana trajektoria może znacznie odbiegać od optymalnej (rys.7). Założenie zmienności indukcyjności pozwala na uzyskanie lepszych wyników, ale nieznacznie komplikuje obliczenia i wymaga przeprowadzenia dokładnej identyfikacji napędu. Dla badanego silnika udało się zwiększyć moment o około 7%. Trzeba jednak pamiętać, że jest to silnik z magnesami montowanymi na powierzchni wirnika i moment reluktancyjny jest tu niewielki.

### Symbole i oznaczenia

- $L_d, L_q$  - indukcyjność odpowiednio w osiach d i q
- $L_{da}, L_{db}, L_{qa}, L_{qb}$  - współczynniki równań opisujących zmienność indukcyjności w osiach d i q
- $i_d, i_q$  - prądy odpowiednio w osiach d i q
- $v_d, v_q$  - napięcia odpowiednio w osiach d i q
- $\Psi_d, \Psi_q$  - strumienie odpowiednio w osiach d i q
- $k_e$  - stała elektryczna silnika
- $\lambda_m$  - strumień od magnesów trwałych
- $2p$  - liczba par biegunów
- $T_e$  - moment elektromagnetyczny
- $I_s$  - moduł prądu
- $\Omega_s$  - znamionowa prędkość mechaniczna silnika
- $\omega_e$  - prędkość elektryczna silnika
- $\theta_{el}$  - kąt elektryczny
- $R_s$  - rezystancja uzwojenia stojana
- $I_N$  - prąd znamionowy
- $a, m$  - parametry obserwatora

**Autor:** dr inż. Tomasz Sobieraj Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, ul Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź e-mail: tomasz.sobieraj@p.lodz.pl

### LITERATURA

- [1] Hajime Kubo, Yugo Tadano; Parameter estimation of PMSM driven by PWM inverter based on discrete dynamic model, Industrial Electronics Society, IECON - 42nd Annual Conference of the IEEE, 2016, 2873-2878
- [2] Vesely I., Marcon P., Szabo Z., Zelulka F., Sajdl O.; Parameter identification of PMSM, Progress in Electromagnetic Research Symposium, 2016, 2921-2925
- [3] Phowanna P., Boonto S., Konghirun M.; "Online parameter identification method for IPMSM drive with MTPA", 18th International Conference on Electrical Machines and Systems, 2015, 1775-1780
- [4] Yu Miao, Matthias Preindl, Hao Ge, Bing Cheng, Ali Emadi; MTPA fitting and torque estimation technique based on a new flux-linkage model for interior permanent magnet synchronous machines, IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), 2016, 1-6
- [5] Amornwongpeeti S., Kiselychynk O., Wang J., Antaloae C, Soumelidis M., Shah N.; A combined MTPA and maximum efficiency control strategy for IPMSM motor drive systems, International Conference on Electrical Systems for Aircraft, Railway, Ship Propulsion and Road Vehicles & International Transportation Electrification Conference, 2016, 1-6
- [6] Sobieraj T.; Metody wyznaczania strumienia w silnikach bezszczotkowych z magnesami trwałymi, IV OWD, 2002
- [7] Sobieraj T.; Obserwator siły elektromotorycznej w silniku z magnesami trwałymi o strumieniu poprzecznym, *Przegląd Elektrotechniczny*, NR 6/2016, 53-56
- [8] Nowak R., Chudzik P., Sobieraj T., Wektorowy falownik napięciowy z pomiarem rzeczywistego napięcia wyjściowego, *Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne*, Nr 2/2013 (99)