

Ocena zmienności rytmu serca pod wpływem muzyki na podstawie sygnału fotopletyzmoграфicznego

Streszczenie. W artykule opisano algorytm opracowany do wyznaczania zmienności rytmu serca (tzw. sygnału HRV) na podstawie wartości chwilowych okresu sygnału PPG, który reprezentuje falę tętna obwodowego. Sygnał PPG został zarejestrowany podczas oddziaływania muzyki. Do wydzielenia składowych sygnału HRV (tj. fluktuacji i nieliniowego trendu) zastosowano dyskretną transformatę falkową. Do oceny wpływu muzyki na częstość pracy serca przyjęto parametry opisujące zarówno zmienność fluktuacji rytmu serca, jak i wolnozmiennego trendu.

Abstract. In this article, the algorithm developed for determination of HRV based on the PPG signal representing the peripheral pulse wave was described. The PPG signal was recorded under the influence of music. The components of HRV signal (i.e. a nonlinear trend and fluctuations) were extracted by using the DWT. The parameters representing variability of the HRV fluctuations as well as trend were applied to assessment of HRV. (Assessment of heart rate variability under the influence of music based on the photoplethysmographic signal).

Słowa kluczowe: sygnał PPG, zmienność rytmu serca (HRV), DWT, analiza fluktuacji i trendu HRV

Keywords: PPG signal, heart rate variability (HRV), DWT, analysis of HRV fluctuations and trend

Wstęp

W warunkach prawidłowej pracy serca występuje rytm zatokowy [1], tzn. o częstości skurczów serca (ang. HR) decyduje węzeł zatokowo-przedsionkowy. Węzeł ten pełni rolę naturalnego rozrusznika serca. Tworzy go grupa wyspecjalizowanych komórek mięśniowych, które cechuje zdolność do cyklicznego generowania bodźca (tj. impulsu elektrycznego) inicjującego cykl pracy serca. Wytworzona pod wpływem tego bodźca fala depolaryzacyjna rozprzestrzenia się wzdłuż układu bodźco-przewodzącego powodując skurcz najpierw przedsionków, a następnie komór serca. Częstość generowania bodźców przez węzeł zatokowo-przedsionkowy wynosi 70 /min (tj. 70 bpm).

Autonomiczny układ nerwowy (AUN) jest złożoną siecią neuronalną, która odpowiada za utrzymanie homeostazy w organizmie oraz regulację czynności różnych narządów, w tym układu sercowo-naczyniowego. Stymulacja części przywspółczulnej autonomicznego układu nerwowego powoduje zmniejszenie wartości HR, natomiast pobudzenie części współczulnej AUN przyspiesza rytm pracy serca. Zmienność rytmu serca w zależności od trybu oddychania (tzw. zatokowa niemiaryowość oddechowca) jest wynikiem czynności nerwu błędnego, który należy do części przywspółczulnej autonomicznego układu nerwowego. W czasie wydechu następuje wydłużenie czasu trwania ewolucji serca. Wpływ oddychania na częstość pracy serca jest większy podczas wolnego rytmu oddychania (mniej niż 6 cykli oddechowych w ciągu jednej minuty). Zmiany częstości rytmu serca zależne od fazy oddychania mają bezpośredni wpływ na ciśnienie tętnicze krwi. Natomiast mechanizm kontroli i regulacji ciśnienia tętniczego krwi w sposób wtórny wpływa na częstość pracy serca.

Od dawna prowadzone są prace badawcze dotyczące wpływu muzyki na układ sercowo-naczyniowy [2, 3, 4]. Pierwsza publikacja o wpływie muzyki na częstość pracy serca ukazała się w 1918 roku. Liczne badania wykazały, że dźwięki wywołują pozytywne bądź negatywne emocje. Za powstawanie emocji oraz kierowanie zachowaniem emocjonalnym jest odpowiedzialny układ limbiczny, który obejmuje struktury położone poniżej poziomu kory mózgowej, w środkowej części mózgowia [1]. U zdrowego człowieka bodźce emocjonalne pobudzają autonomiczny układ nerwowy, co prowadzi m.in. do zmian ciśnienia tętniczego krwi, rytmu serca oraz częstości oddychania.

W pracach przeglądowych [2], [3] dokonano oceny stanu badań, które zostały przeprowadzone w ostatniej dekadzie w zakresie oddziaływania muzyki na układ

sercowo-naczyniowy z uwzględnieniem różnych grup słuchaczy (m.in. muzyków i nie-muzyków, zdrowych i pacjentów kardiologicznych). Uzyskano już wiele informacji o wpływie stylu muzyki (tj. jej struktury: harmoniczej, melodycznej, rytmicznej oraz tempa utworu) oraz czasu trwania utworu muzycznego na reakcje układu sercowo-naczyniowego. Wykazano także zalety zastosowania muzykoterapii u pacjentów kardiologicznych pod warunkiem wyboru odpowiedniego utworu muzycznego.

W ostatnich latach podejmowane są również liczne prace badawcze dotyczące możliwości rozpoznawania emocji wywołanych słuchaniem muzyki na podstawie analizy zmienności rytmu serca (np. [5]), a także w zakresie wykorzystania nowych metod do oceny zmienności rytmu serca [6].

Ocenę zmienności rytmu zatokowego serca (tzw. HRV) przeprowadza się na podstawie analizy zmienności czasów trwania poszczególnych cykli pracy serca za pomocą różnych metod w dziedzinie czasu, częstotliwości oraz czas-częstotliwość, a także rzadziej stosowanych metod nieliniowych [7].

Metody statystyczne i geometryczne bazują na tachogramie, który reprezentuje czasy trwania kolejnych ewolucji serca. Analizę widmową przeprowadza się na podstawie równomiernie próbkowanego sygnału HRV, który otrzymuje się po odpowiednim przekształceniu tachogramu. Głównym celem analizy widmowej sygnału HRV jest wydzielenie składowych związanych z różnymi mechanizmami sterującymi pracą serca i dokonanie na ich podstawie ilościowej oceny czynności układów współczulnego i przywspółczulnego. Zakres wysokich częstotliwości (ang. HF) w widmie mocy sygnału HRV, tj. przedział częstotliwości (0,15–0,5) Hz reprezentuje niemiaryowość oddechową, która jest wynikiem oddechowej modulacji czynności nerwu błędnego należącego do układu przywspółczulnego. Zakres niskich częstotliwości (ang. LF) (0,04–0,15) Hz jest związany z mechanizmem regulacji ciśnienia i odzwierciedla działanie zarówno układu współczulnego, jak i przywspółczulnego.

Zazwyczaj przyjmuje się, że czas trwania cyklu pracy serca jest równy odcinkowi czasu pomiędzy sąsiednimi szczytami załamek R, które występują w sygnale EKG.

W przypadku prawidłowej pracy serca czas trwania ewolucji serca można określić także na podstawie sygnału reprezentującego falę tętna obwodowego [8].

Do rejestracji fali tętna obwodowego najczęściej wykorzystuje się czujnik fotopletyzmoграфiczny (tzw. PPG)

umieszczony na palcu ręki. Czujnik PPG reaguje na zmiany objętości krwi w naczyniu tętnicznym, które zachodzą w czasie cyklu pracy serca. Główne elementy czujnika PPG to dioda LED pełniąca rolę fotonadajnika oraz fotoodbiornik.

W czujniku PPG wykorzystuje się oddziaływanie promieniowania optycznego o długości fali z zakresu (600–1200) nm na warstwę tkanek. W zależności od położenia fotoodbiornika względem diody LED odbierane jest światło odbite lub po przejściu przez tkanki palca. Składowa zmienna sygnału fotopletyzmoграфического (tzw. sygnału PPG) reprezentuje przebieg czasowy fali tętna obwodowego.

W niniejszym artykule opisano metodę opracowaną do wyznaczenia sygnału HRV na podstawie sygnału PPG, który został zarejestrowany podczas ciszy oraz słuchania utworu instrumentalnego. Do wydzielenia wolnozmiennego trendu oraz fluktuacji z sygnału HRV zastosowano dyskretną transformatę falkową. Do oceny wpływu muzyki na częstość pracy serca przyjęto zarówno parametry opisujące zmienność trendu sygnału HRV, jak i parametry reprezentujące zmienność fluktuacji sygnału HRV.

Stanowisko pomiarowe

Do rejestracji fali tętna obwodowego wykorzystano czujnik PPG wraz z modułem kondycjonującym LabLinc V71-40 firmy Coulbourn. Czujnik PPG w wersji odbiciowej, w postaci klipsa zakładano na wskazujący palec prawej ręki badanej osoby. Sygnał PPG rejestrowano za pomocą karty pomiarowej PCI-6251 (z 16-bitowym przetwornikiem A/C) podczas testów, które opracowano do badania wpływu muzyki na zmienność rytmu serca. Sygnały PPG próbkowano z częstotliwością 500 Hz i zapisywano do plików tekstowych.

Do rejestracji sygnału PPG za pomocą wspomnianej karty pomiarowej oraz jednoczesnej realizacji testu obejmującego etapy ciszy i etap odtwarzania utworu muzycznego opracowano odrębny program w środowisku LabVIEW. W czasie każdego testu utwór instrumentalny o określonym tempie poprzedzał i kończył etap ciszy, który trwał 60 s. Czas trwania utworu muzycznego wynosił 90 s. W testach wykorzystano własną bibliotekę utworów muzycznych o różnym tempie wykonanych na wirtualnym instrumencie perkusyjnym oraz gitarze basowej. Utwory muzyczne zostały zarejestrowane za pomocą mikrofonu i karty dźwiękowej komputera klasy PC, a następnie zapisane jako pliki *.wave. Stymulacja utworem muzycznym bez tekstu pozwala na wyeliminowanie wpływu tekstu utworu na emocje słuchacza. W eksperymentach wzięło udział kilka zdrowych osób w różnym wieku. W ten sposób spełniono warunek, że zarejestrowane cykle pracy serca reprezentują tylko rytm zatokowy, co pozwala na wyznaczenie sygnału HRV na podstawie wartości chwilowych okresu sygnału PPG.

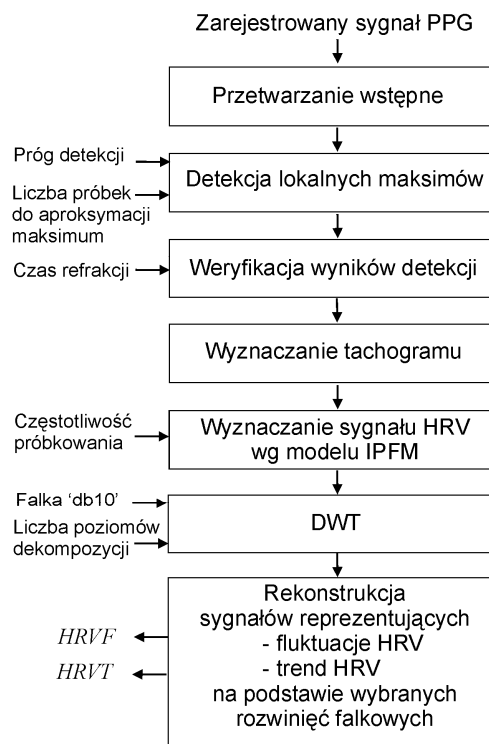
Podczas rejestracji sygnału PPG zwrócono szczególną uwagę, aby ograniczyć wpływ zakłóceń wywołanych ruchem ręki, na której umieszczono czujnik PPG. Artefakty ruchowe znacznie utrudniają, a nawet mogą uniemożliwić poprawną detekcję poszczególnych cykli pracy serca.

Metoda wyznaczenia sygnału HRV i jego składowych na podstawie sygnału PPG

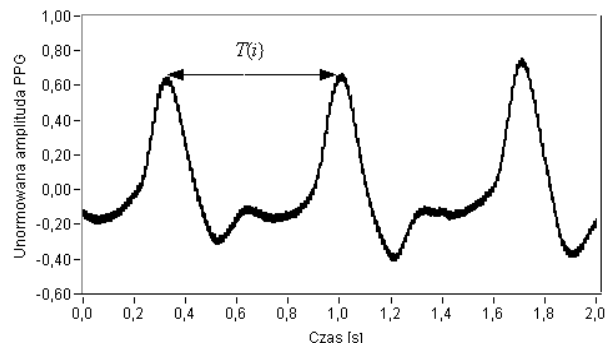
Na rysunku 1 przedstawiono algorytm opracowany do przetwarzania sygnału PPG w celu wyznaczenia sygnału HRV oraz jego składowych, tj. fluktuacji i wolnozmiennego trendu.

Przyjęto, że czas trwania cyklu pracy serca jest równy okresowi sygnału PPG (tj. $T(i)$ na rys.2), który oblicza się na podstawie lokalizacji czasowej sąsiednich maksimum występujących w sygnale PPG. Lokalizacja czasowa

lokalnego maksimum w sygnale zarejestrowany za pomocą czujnika PPG w wersji odbiciowej reprezentuje moment powstania fali ciśnieniowej w chwili wyrzutu krwi do aorty podczas skurczu lewej komory serca.



Rys. 1. Algorytm wyznaczenia sygnału HRV i jego składowych na podstawie sygnału PPG



Rys. 2. Wybrany segment sygnału PPG po operacji wstępnego przetwarzania

W ramach wstępnego przetwarzania sygnał PPG poddawany jest wielorazdzielczej dekompozycji wg algorytmu Mallata za pomocą falki „db10”. Podczas rekonstrukcji sygnału pomijane są składowe, które reprezentują wolnozmienny trend sygnału (tj. aproksymacja na poziomie dziewiątym) oraz szum i zakłócenia o dużej częstotliwości (tj. detale na poziomach 1 ÷ 4). Uzyskany sygnał stanowi dostatecznie gładką aproksymację sygnału PPG, co znacznie ułatwia ustalenie lokalizacji czasowej szczytów fali tętna. Następnie sygnał ten poddawany jest operacji unormowania amplitudy wg wzoru:

$$(1) \quad PPG_{un}(n) = \frac{PPG(n)}{\max|PPG(n)|},$$

co zapewnia ograniczenie zakresu zmian amplitudy tego sygnału do wartości z przedziału [-1,1].

Sygnal uzyskany w wyniku wstępnego przetwarzania jest wykorzystywany do detekcji lokalnych maksimów za pomocą metody, która polega na aproksymacji wielomianem drugiego stopnia wartości próbek sygnału leżących w okolicy wartości szczytowej, powyżej założonego progu.

Weryfikacja wyników detekcji umożliwia odrzucenie tzw. „fałszywych szczytów” (np. leżących zbyt blisko siebie). Jako kryterium weryfikacji przyjęto minimalny czas refrakcji. Na podstawie lokalizacji czasowej zweryfikowanych maksimów obliczane są czasy trwania wszystkich cykli pracy serca (tj. wartości chwilowe okresu sygnału PPG) oraz wykreślany jest tachogram.

W celu uzyskania równomiernie próbkowanego sygnału HRV tachogram jest przekształcany zgodnie z powszechnie stosowanym modelem stymulatora kardiologicznego (tzw. całkowym impulsowym modulatorem częstotliwości, IPFM) opisanym m. in. w pracy [9].

W sygnale HRV można wyróżnić wolnozmienny, nieliniowy trend wraz ze składową stałą oraz fluktuacje rytmu serca (tj. składową zmienną). Wymienione składowe można wydzielić za pomocą dyskretnej transformaty falkowej z wykorzystaniem falki „db10”. W przypadku sygnału HRV próbkowanego z częstotliwością 2,4 Hz, składową stałą i wolnozmienny trend dobrze przybliża aproksymacja na poziomie szóstym. Metody aproksymacji nieliniowego trendu za pomocą funkcji liniowej lub wielomianu wyższego rzędu cechuje znacznie większa złożoność obliczeń. Sygnal reprezentujący fluktuacje rytmu serca otrzymuje się na drodze syntezy wszystkich detali występujących w tym rozwinięciu falkowym. Metoda ta nie wprowadza żadnych opóźnień do składowych sygnału HRV, co gwarantuje poprawną segmentację tych składowych z zachowaniem relacji czasowych pomiędzy poszczególnymi etapami testu oddziaływania muzyką na słuchacza.

Parametry przyjęte do oceny zmienności rytmu serca

W tabeli 1 podano definicje parametrów przyjętych do oceny zmienności rytmu serca podczas ciszy oraz w czasie słuchania muzyki.

Tabela 1. Parametry przyjęte do oceny zmienności HRV

Oznaczenie	Definicja
Parametry obliczone na podstawie trendu HRV	
<i>HRVT</i> <i>śr</i> [ms]	Wartość średnia
<i>HRVT</i> <i>max</i> [ms]	Wartość maksymalna
<i>HRVT</i> <i>min</i> [ms]	Wartość minimalna
Parametry obliczone na podstawie fluktuacji HRV	
<i>HRVF</i> <i>max</i> [ms]	Wartość maksymalna
<i>HRVF</i> <i>min</i> [ms]	Wartość minimalna
<i>HRVF</i> <i>SD</i> [ms]	Odchylenie standardowe
Parametry obliczone na podstawie tachogramu reprezentującego czasy trwania wszystkich okresów <i>T</i>	
<i>T</i> <i>śr</i> [ms]	Wartość średnia cyklu pracy serca
<i>SDNN</i> [ms]	Odchylenie standardowe
<i>T</i> <i>min</i> [ms]	Wartość minimalna cyklu pracy serca
<i>T</i> <i>max</i> [ms]	Wartość maksymalna cyklu pracy serca
<i>RMSSD</i> [ms]	Pierwiastek kwadratowy ze średniej sumy kwadratów różnic między kolejnymi cyklami pracy serca
<i>pNN50</i> [%]	Odsetek różnic między kolejnymi cyklami pracy serca, które przekraczają wartość 50 ms
Parametry obliczone na podstawie wykresu Poincaré	
<i>SD1</i> [ms]	Długość małej półosi elipsy
<i>SD2</i> [ms]	Długość wielkiej półosi elipsy
<i>SD2/SD1</i>	Wartość stosunku <i>SD1</i> do <i>SD2</i>

Do oceny zmienności czasu trwania ewolucji serca wykorzystano także parametry obliczone na podstawie wykresu Poincaré. Wspomniany wykres tworzą punkty o

współrzędnych ($T(i), T(i+1)$). Na wykresie Poincaré zazwyczaj wykreśla się elipsę, której półoś wielka jest równoległa do prostej $y=x$, a półoś mała jest prostopadła do prostej $y=x$. Długość półosi małej jest równa odchyleniu standardowemu $SD1$, które jest miarą rozproszenia odległości punktów wykresu od prostej $y=x$. Odchylenie standardowe $SD2$ będące miarą rozrzutu odległości punktów wykresu od prostej $y=-x+2T$ *śr* odpowiada wartości półosi wielkiej.

Ponadto, dla składowej HRV reprezentującej tylko fluktuacje rytmu serca wyznaczono spektrogram metodą STFT (tj. za pomocą krótkoczasowej transformaty Fouriera [10]) w celu przeprowadzenia oceny czynności układów współczulnego i przywspółczulnego.

Przykładowe wyniki

W tabelach 2 i 3 podano przykładowe wyniki uzyskane dla dwóch osób poddanych stymulacji muzyką o różnym tempie (tj. 120 bpm oraz 160 bpm).

Otrzymane wyniki świadczą o zróżnicowanym wpływie utworu muzycznego na zmienność rytmu serca badanych osób. Tylko w przypadku osoby S1 zaobserwowano istotny wpływ tempa utworu muzycznego na zmienność czasu trwania cyklu pracy serca, o czym świadczą przede wszystkim wartości parametrów *SDNN*, *HRVF* *SD*, *SD2*, *SD2/SD1*.

Tabela 2. Wyniki oceny HRV dla osoby S1

Parametr	Cisza	M 120 bpm	M 160bpm
<i>HRVT</i> <i>śr</i> [ms]	805	776	829
<i>HRVT</i> <i>max</i> [ms]	861	843	858
<i>HRVT</i> <i>min</i> [ms]	686	721	810
<i>HRVF</i> <i>max</i> [ms]	88	64	45
<i>HRVF</i> <i>min</i> [ms]	-90	-174	-54
<i>HRVF</i> <i>SD</i> [ms]	40	35	20
<i>T</i> <i>śr</i> [ms]	789	777	822
<i>SDNN</i> [ms]	74	43	25
<i>T</i> <i>min</i> [ms]	602	678	770
<i>T</i> <i>max</i> [ms]	912	860	900
<i>RMSSD</i> [ms]	41,2	23	25
<i>pNN50</i> [%]	28	2	3
<i>SD1</i> [ms]	29	17	18
<i>SD2</i> [ms]	101	58	31
<i>SD2/SD1</i>	0,29	0,27	0,59

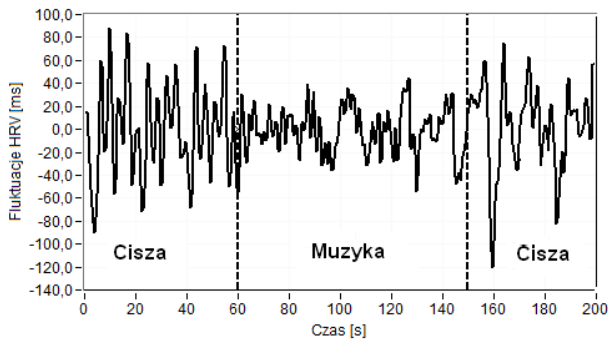
Tabela 3. Wyniki oceny HRV dla osoby S2

Parametr	Cisza	M 120 bpm	M 160bpm
<i>HRVT</i> <i>śr</i> [ms]	813	821	760
<i>HRVT</i> <i>max</i> [ms]	855	856	816
<i>HRVT</i> <i>min</i> [ms]	789	805	692
<i>HRVF</i> <i>max</i> [ms]	68	70	85
<i>HRVF</i> <i>min</i> [ms]	62	-80	55
<i>HRVF</i> <i>SD</i> [ms]	26	33	24
<i>T</i> <i>śr</i> [ms]	810	822	770
<i>SDNN</i> [ms]	32	34	29
<i>T</i> <i>min</i> [ms]	762	732	720
<i>T</i> <i>max</i> [ms]	908	890	850
<i>RMSSD</i> [ms]	22	22	14
<i>pNN50</i> [%]	7	3	0
<i>SD1</i> [ms]	16	15	10
<i>SD2</i> [ms]	42	46	39
<i>SD2/SD1</i>	0,38	0,33	0,25

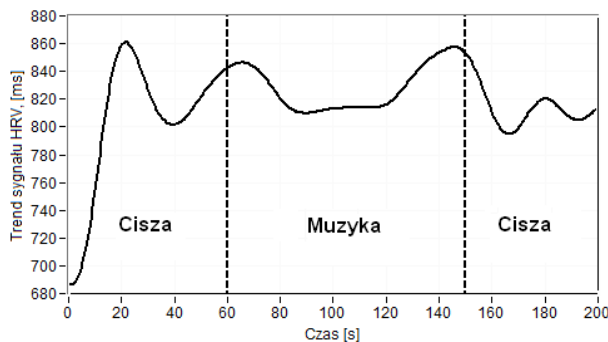
Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono składowe sygnały HRV (tj. fluktuacje oraz wolnozmienny trend), które zostały wyznaczone na podstawie sygnału PPG zarejestrowanego dla słuchacza S1 (muzyka amatora) podczas stymulacji utworem muzycznym o dużym tempie, tj. 160 bpm.

Łatwo zauważyć, że pod wpływem muzyki znacznie zmalała amplituda fluktuacji rytmu serca oraz nastąpił chwilowy zanik charakterystycznych oscylacji trendu.

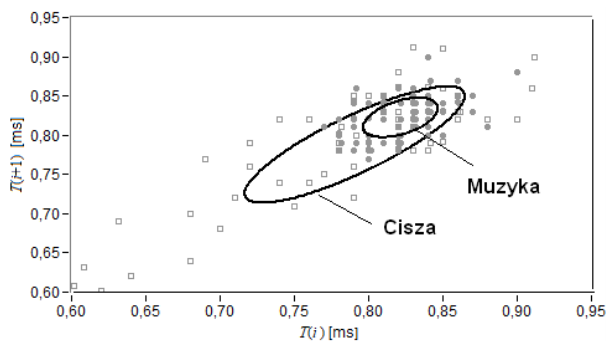
Wykresy Poincaré zaprezentowane na rysunku 5 dobrze ilustrują zmiany czasu ewolucji serca w etapach testu.



Rys. 3. Fluktuacje HRV - słuchacz S1, test M 160 bpm

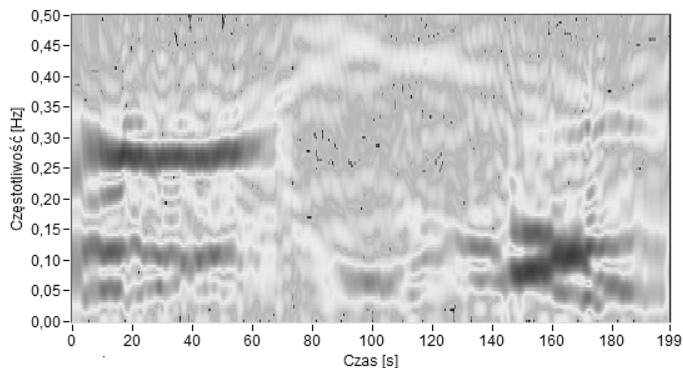


Rys. 4. Wolnozmienny trend HRV - słuchacz S1, test M 160 bpm



Rys. 5. Wykresy Poincaré - słuchacz S1, test M 160 bpm

Natomiast złożoną strukturę czasowo-częstotliwościową fluktuacji rytmu serca dla osoby S1 podczas całego testu przedstawia spektrogram (rys.6).



Rys. 6. Spektrogram fluktuacji HRV - słuchacz S1, test M 160 bpm

Na podstawie tego spektrogramu można określić wartość częstości oddychania badanej osoby podczas poszczególnych etapów testu.

Jak już wspomniano, składowa dominująca w paśmie częstotliwości (0,15–0,5) Hz jest wynikiem oddechowej modulacji czynności nerwu błędnego należącego do układu przywspółczulnego. Przed stymulacją częstość oddychania słuchacza S1 zmieniała się w zakresie od 0,25 Hz do 0,3 Hz. Natomiast pod wpływem szybkiego tempa utworu muzycznego częstość oddychania wzrosła do około 0,45 Hz. Ponadto pod wpływem muzyki w dużym stopniu zmniejszyła się wartość amplitudy składowej dominującej w paśmie częstotliwości (0,15–0,5) Hz (zmiana koloru z ciemnego na jasny w spektrogramie), co świadczy o spadku aktywności układu przywspółczulnego.

Podsumowanie

W artykule zaprezentowano stanowisko pomiarowe oraz algorytm zaimplementowany w środowisku LabVIEW do przetwarzania sygnału PPG reprezentującego falę tętna obwodowego w celu badania wpływu muzyki na zmienność rytmu serca. Do oceny zmienności rytmu serca zaproponowano parametry wyznaczone na podstawie składowych sygnału HRV wydzielonych za pomocą DWT, tj. fluktuacji HRV oraz wolnozmiennego trendu.

Wstępne badania przeprowadzone z udziałem kilku osób wykazały, że reakcja układu sercowo-naczyniowego na stymulację muzyką ma charakter indywidualny. Parametry obliczone na podstawie wykresu Poincaré dla poszczególnych etapów testów dobrze ilustrują zmienność rytmu serca w czasie ciszy oraz podczas oddziaływania muzyki. Spektrogram fluktuacji rytmu serca uzyskany za pomocą metody STFT można wykorzystać do obserwacji zmian aktywności układu przywspółczulnego oraz współczulnego w czasie trwania poszczególnych etapów testu.

Autorzy: dr inż. Barbara Wilk, Politechnika Rzeszowska, Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych, ul. W. Pola A, 35-959 Rzeszów, E-mail: bmwilki@prz.edu.pl inż. Patryk Post, E-mail: patryk_post@wp.pl

LITERATURA

- [1] Jaworek J., Podstawy fizjologii medycznej, Wydawnictwo Medycyna Praktyczna, Kraków (2012)
- [2] Trappe H. J., Music and medicine: The effects of music on the human being, *Applied Cardiopulmonary Pathophysiology*, 16 (2012), 133-142
- [3] Iyendo T. O., Exploring the effect of sound and music on health in hospital settings: A narrative review, *International Journal of Nursing Studies*, 63 (2016), 82-100
- [4] Bernardi L., et al, Cardiovascular, cerebrovascular, and respiratory changes induced by different types of music in musicians and non-musicians: the importance of silence, *Heart*, 92 (2006), 445-452
- [5] Nardelli M., et al, Recognizing Emotions Induced by Affective Sounds through Heart Rate Variability, *IEEE Trans. on Affective Computing*, 6 (2015), n.4, 385-394
- [6] Orini M., et al, A method for continuously assessing the autonomic response to music-induced emotions through HRV analysis, *Med. Biol. Eng. Comput.*, 48 (2010), n.5, 423- 433
- [7] Acharya R. U., et al, Heart rate variability: a review, *Med Bio Eng Comput* 44 (2006), 1031-1051
- [8] Pinheiro N, et al, Can PPG be used for HRV analysis?, *The 38th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, (2016), 2945-2949
- [9] Wilk B., Analiza widmowa zmienności rytmu serca z wykorzystaniem dyskretnej transformaty falkowej, *PAK*, (2006), n.12, 7-9
- [10] Zieliński T. P., Cyfrowe przetwarzanie sygnałów – od teorii do zastosowań, WKŁ, Warszawa (2012)