

Metody komputerowe stosowane przy kształtowaniu pola magnetycznego przewodnika z prądem

Streszczenie. W artykule przedstawiono przykładowe metody komputerowe umożliwiające obliczenia pola magnetycznego przewodnika z prądem, oraz przykłady kształtowania pola magnetycznego.

Abstract. The article presents examples of computer methods that allow calculation of magnetic field of a conductor with current, and examples of magnetic field shaping. (Computer methods used to modelling the magnetic field of guide with electric current).

Słowa kluczowe: solenoid, pole magnetyczne przewodnika z prądem, modelowanie numeryczne pola magnetycznego.

Keywords: solenoids, magnetic field of the conductor with current, numerical modeling magnetic field.

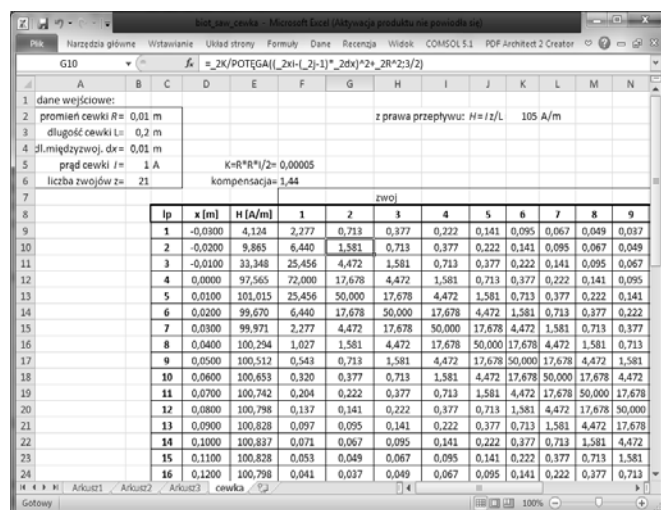
Wstęp

Przy wyznaczaniu pętli histerezy różnicowej [1],[2],[3] pojawiła się potrzeba uzyskania jednorodnego pola magnetycznego na całej długości solenoidu. Natężenie pola magnetycznego cewki wyznaczone z prawa przepływu Ampera jest uśrednione dla całej długości cewki i nie uwzględnia niejednorodności na jej końcach. Do uzyskania jednorodnego pola można zastosować wiele technik, najczęściej jest to dodatkowe uzwojenie kompensacyjne na końcach solenoidu. W niniejszej pracy przedstawiono wybrane sposoby analizowania pola magnetycznego oraz sposoby kształtowania pola magnetycznego przewodnika z prądem, przy założeniu że średnica przewodnika jest mała w porównaniu z wymiarami zwojów.

Pole wewnątrz solenoidu

Do wyznaczenia rozkładu pola natężenia magnetycznego można zastosować prawo Biota-Savarta (1) dla pojedynczego zwoju, które zostało zastosowane w aplikacji arkuszowej.

$$(1) \quad dH = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot \sin 90^\circ}{r^2} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{r^2}$$

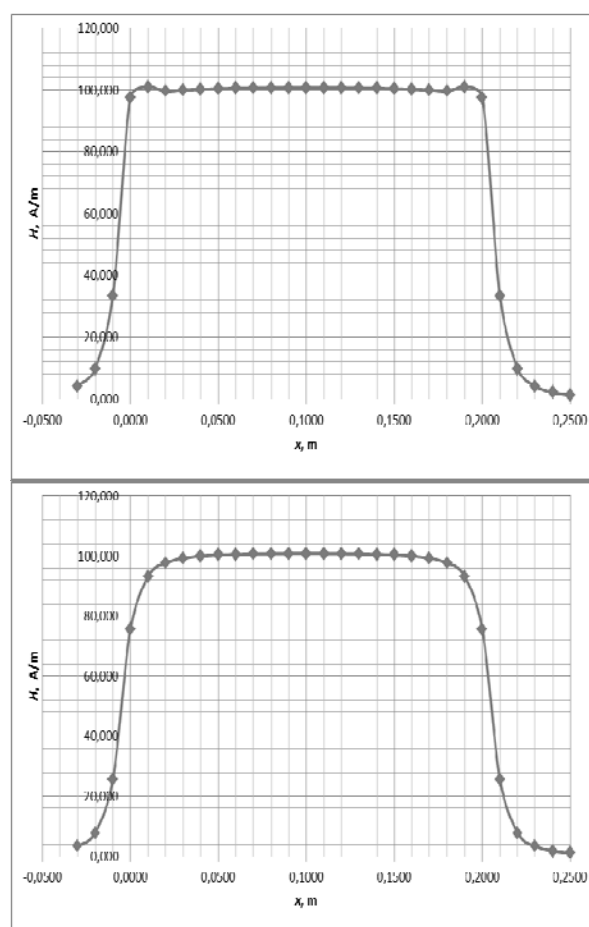


Rys.1. Aplikacja arkuszowa zastosowana do obliczeń numerycznych

po scałkowaniu:

$$(2) \quad H = \frac{I \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

gdzie: I – natężenie prądu, x – odległość od początku solenoidu, R – promień zwoju.



Rys.2. Rozkład natężenia pola magnetycznego H wzdłuż osi solenoidu z kompensacją - powyżej i bez kompensacji - poniżej

Rysunek 1 przedstawia wygląd aplikacji arkuszowej, z wybraną formułą w komórce G10, która zawiera zakodowane wyrażenie (2). Ta formuła wykorzystuje nazwy komórek przez to jest uniwersalna i może być kopiowana na wszystkie komórki obliczające wpływ danego zwoju.

W aplikacji arkuszowej wykonywane są iteracyjne obliczenia H w każdej kolumnie od konkretnego zwoju, a następnie wszystkie wyniki sumowane w kolumnie H natężenia dla odległości x od początku cewki. Przebieg natężenia pola magnetycznego H względem miejsca na osi x przedstawia rysunek 2. Przypadek

z kompensacją oznacza, że prąd w pierwszym i ostatnim zwoju jest 1,44 razy większy od prądu w pozostałych zwojach.

Rysunek 2 ilustruje znaczną poprawę, rzędu kilkunastu procent, jednorodności pola magnetycznego przez dobór odpowiednich parametrów kompensacji. Zmieniając wartości w komórce *kompensacja* można kształtować pole wewnątrz solenoidu.

W literaturze [4],[5] można znaleźć różne metody, głównie analityczne, wyznaczania natężenia pola magnetycznego w dowolnym miejscu cewki, nie tylko na osi. Dzięki dyskretyzacji można problem uprościć.

Pole wewnątrz pojedynczego zwoju na planie okręgu

W porównaniu do poprzedniego punktu modyfikacja polega na zastosowaniu prawa Biota-Savarta w jego ogólnej postaci oraz zastosowaniu metody dyskretyzacji dla fragmentu przewodnika z prądem. Dzięki temu można wyznaczyć rozkład pola dla każdego przewodnika z prądem w postaci krzywej zamkniętej, na przykład dla elipsy.

Dla pojedynczego zwoju lub fragmentu przewodnika z prądem można zastosować prawo Biota-Savarta (1) w postaci ogólnej:

$$(3) \quad dH = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot \sin \theta}{r^2}$$

gdzie: I – natężenie prądu, r – odległość punktu od odcinka z prądem, θ – kąt między odcinkiem przewodnika a odległością r .

Podając ten wzór dyskretyzacji różniczka dH jest traktowane jako przyrost dH . Dla pojedynczego przyrostu dH pochodzącego od odcinka z prądem dl można wyznaczyć zależność w postaci:

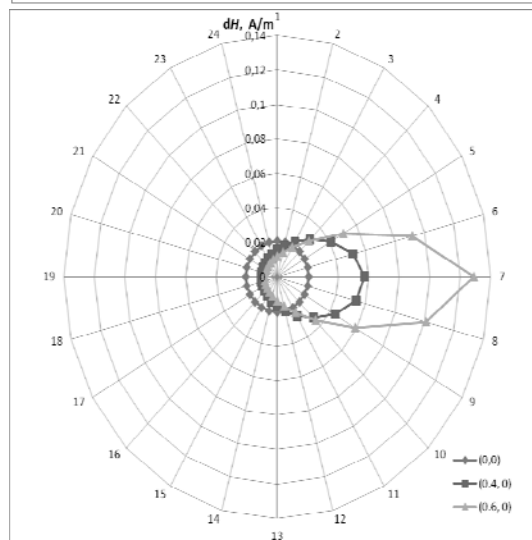
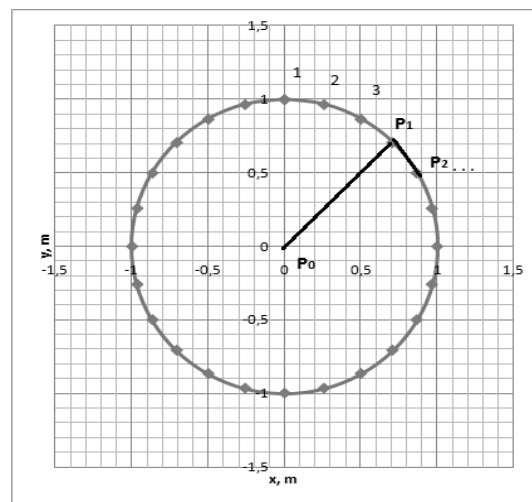
$$(4) \quad dH = \frac{K \cdot dl}{r^2} \frac{A_1 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

gdzie: $K = I/(2\pi)$, A_1, B_1 - współczynniki prostej przechodzącej przez punkty P_0 i P_1 , A_2, B_2 - współczynniki prostej przechodzącej przez punkty P_1 oraz P_2 , (patrz rysunek 4.).

Rys.3. Aplikacja arkuszowa do obliczeń H zwoju na planie okręgu i elipsy

Dzieląc przewodnik z prądem na odpowiednią liczbę odcinków dl , w tym przykładzie dwadzieścia cztery, można wyznaczyć od każdego wkład dH do ogólnej wartości natężenia pola magnetycznego H w danym punkcie P_0 . Na rysunku 3. przedstawiony jest fragment aplikacji arkuszowej realizującej obliczenia, selektor wskazujący na komórkę AB7 zawiera formułę zakodowaną części wzoru (4).

Komórki zaznaczone kolorem żółtym zawierają współrzędne kolejnych punktów na dyskretyzowanym przewodniku, w tym przypadku na planie okręgu z rysunku 4. W tym miejscu można zdefiniować dowolny kształt przewodnika w płaskim układzie współrzędnych kartezjańskich. Kolumny tabeli o nazwie $P0, x, y$ zawierają współrzędne punktu w którym obliczane jest natężenie H pola magnetycznego. Poprzez zmianę tych współrzędnych można umieścić badany punkt w dowolnym miejscu. Na potrzeby tego artykułu na średnicy okręgu lub na osi wielkiej elipsy.



Rys.4. Powyżej przewodnik z prądem na planie okręgu, poniżej składniki natężenia pola magnetycznego H pochodzące od fragmentów dl przewodnika w trzech wybranych punktach promienia

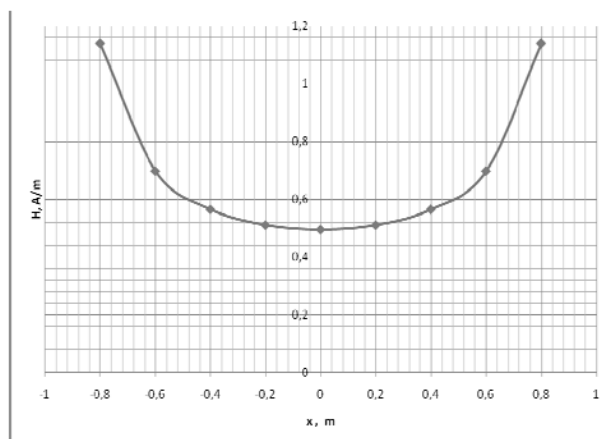
Każdy wiersz w aplikacji zawiera obliczenia dla pojedynczego fragmentu przewodnika dl reprezentowanego na rysunku 4. przez odcinek oznaczony jako P_1P_2 . Kolejne wiersze zawierają obliczenia dla następnych odcinków, czyli kolejne iteracje.

Aplikacja arkuszowa umożliwia wyznaczenie natężenia pola magnetycznego H w danym punkcie P_0 ze wzoru (5)

$$(5) \quad H = \oint dH \approx \sum_{i=1}^n dH_i$$

Wartość ta jest obliczona w komórce AA3 aplikacji arkuszowej pokazanej na rysunku 3.

Dodając nowe wiersze w tabeli, przez kopiowanie, rośnie ilość iteracji. Jest to metoda prowadząca do zwiększania dokładności przybliżenia wykonywanych obliczeń. W przypadku gdy wymagana dokładność implikuje dużą liczbę iteracji trzeba zastosować specjalistyczne języki programowania na przykład C++, Pascal, Java, itp., a aplikację arkuszową można wykorzystać przy uruchamianiu i walidacji tworzonego programu.



Rys.5. Natężenie pola magnetycznego H na średnicy zwoju na planie okręgu

Wyniki obliczeń przedstawione są na wykresach radarowym z rysunku 4. oraz liniowym z rysunku 5. Na obu można odczytać, że równomierne pole jest jedynie w pobliżu środka okręgu. Jeżeli wymagane jest równomierne natężenie pola magnetycznego, to nie należy wykorzystywać obszaru oddalonego bardziej niż połowa promienia od środka okręgu.

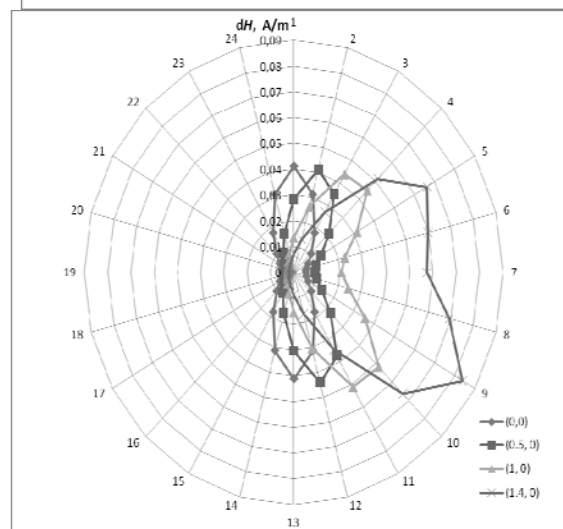
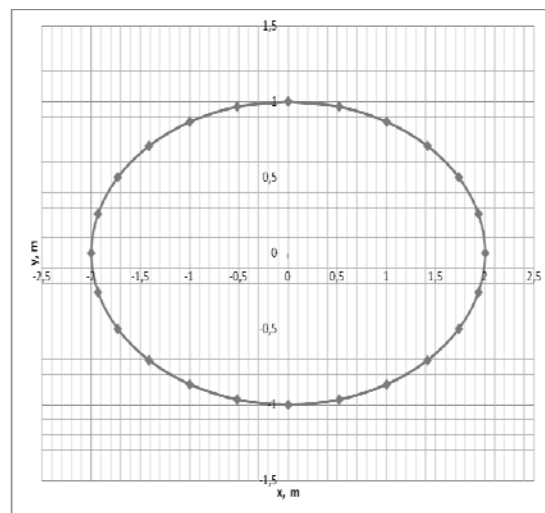
Pole wewnątrz pojedynczego zwoju na planie elipsy

Zastosowanie ogólnej postaci prawa Biota-Savarta umożliwia obliczenia dla dowolnego kształtu zwoju jak na przykład dla elipsy, której obwodu nie można obliczyć analitycznie. Poddając dyskretyzacji obwód elipsy można wyznaczyć natężenie pola magnetycznego w jej wnętrzu.

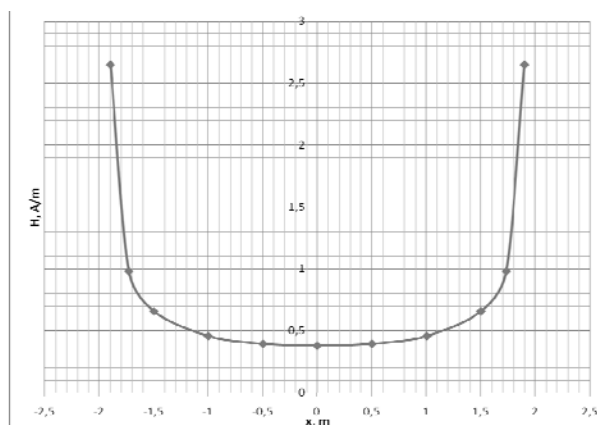
Podany przykład na rysunku 6. pokazuje dyskretyzację obwodu elipsy na dwadzieścia cztery odcinki, których współrzędne zostały zapisane jako dane wejściowe w aplikacji arkuszowej. Daną wejściową jest także natężenie prądu $I=1A$ w przewodniku.

Wyniki obliczeń zostały pokazane na analogicznych, jak w przypadku okręgu, wykresach z rysunku 6. oraz rysunku 7. Z wykresów można odczytać dużą niejednorodność pola, nawet w środku elipsy. Przemieszczając punkt P_0 ze środka elipsy po wielkiej osi zwiększa się niejednorodność natężenia pola H , szczególnie w okolicy ogniska elipsy. Dla badanego przypadku będzie to w pobliżu punktu $(1,7, 0)$.

Na bazie aplikacji arkuszowej o wiele łatwiej uruchamia się bardziej zaawansowane projekty niż w oparciu o specjalizowane narzędzia jak języki programowania. W ramach prac zostały zaimplementowane algorytmy w języku C# oraz podobnych. Dane wejściowe, czyli współrzędne punktów dyskretyzacji przewodnika z prądem, podawane są w postaci tekstowego pliku wejściowego.



Rys.6. Powyżej - przewodnik z prądem na planie elipsy, poniżej - składniki natężenia pola magnetycznego dH pochodzące od fragmentów dl przewodnika w wybranych czterech punktach na półosi wielkiej



Rys.7. Natężenie pola magnetycznego H wewnątrz zwoju eliptycznego na wielkiej osi

Podsumowanie

Przy zastosowaniu metod komputerowych można odpowiednio dobrać parametry do modelowania pola magnetycznego wokół przewodnika z prądem, dostosowując je do wymagań.

Aby aplikacja była bardziej uniwersalna można ją rozbudować o trzeci wymiar osi „z” współrzędnych kartezjańskich. Dzięki tej rozbudowie możliwe będzie

wyznaczenie natężenia pola magnetycznego w dowolnym punkcie przestrzeni wokół przewodnika z prądem.

Aplikacje arkuszowe ułatwiają obliczenia i testowanie algorytmów.

Dostępna w arkuszach kalkulacyjnych wizualizacja danych, obliczeń oraz różnorodne formy prezentowania wyników ułatwiają szybsze wyciąganie wniosków.

Arkusz kalkulacyjny jest bardziej przyjazny dla przeciętnego użytkownika niż dowolny język programowania, dlatego szybciej można przejść do tworzenia aplikacji użytkowych oraz zaawansowanych obliczeń.

Za pomocą aplikacji arkuszowej o wiele łatwiej uruchamia się bardziej zaawansowane projekty obliczeniowe niż w oparciu o specjalizowane narzędzia jak języki programowania. W ramach prac zostały zaimplementowane algorytmy w języku C# oraz podobnych.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Andrzej Wac-Włodarczyk, Politechnika Lubelska, Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, E-mail: a.wac-wlodarczyk@pollub.pl; mgr inż. Piotr Ziń, Politechnika Lubelska, Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, E-mail: p.zin@pollub.pl

LITERATURA

- [1] Wac-Włodarczyk A., Ziń P., Giżewski T., *Pętla histerezy różnicowej w mostku Maxwell'a dla różnych częstotliwości strumienia magnetycznego*, XXIV Sympozjum Środowiskowe PTZE, Hucisko 2014, s. 217-218.
- [2] Wac-Włodarczyk A., Ziń P., Giżewski T., *Zastosowanie badań strumienia magnetycznego w ferromagnetyku w celu wykrycia miejsc nieciągłości rdzenia*, XXV Sympozjum Środowiskowe PTZE, Wieliczka 2015, s. 303-305.
- [3] Wac-Włodarczyk A., Ziń P., Giżewski T., *Analiza metod identyfikacji pętli histerezy różnicowej*, XXVI Sympozjum Środowiskowe PTZE, Wrocław 2016, s. 299-300.
- [4] Pawluk K., *Perturbacje z obliczaniem pola magnetycznego solenoidu*, Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 238, Warszawa 2008.
- [5] Gas P., Kurgan E., *Cooling effects inside water-cooled inductors for Magnetic Fluid Hyperthermia*, 2017 Progress in Applied Electrical Engineering (PAEE), IEEE Xplore, 2017, art. no. 8008997, [pp. 1-4].