

Hartowanie indukcyjne elementów płaskich metodą przelotową

Streszczenie. Przedmiotem pracy jest analiza numeryczna procesu hartowania indukcyjnego stali. Opracowano model matematyczny i numeryczny procesu hartowania indukcyjnego, w którym uwzględniono wzajemne wpływy zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych oraz wpływ pola temperatury na przemiany fazowe. Pole elektromagnetyczne obliczono opierając się na równaniach Maxwella, biorąc pod uwagę zmianę konduktywności i przenikalności magnetycznej materiału w czasie trwania procesu hartowania. Udział poszczególnych struktur w czasie nagrzewania i chłodzenia wyznaczono na podstawie wykresów CTPI i równań Avramiego, Koistinena i Marburgera.

Abstract. The subject of the paper is the process of steel induction hardening. There were made: a mathematical and numerical models of the induction hardening in which there were considered interactions of electromagnetic and thermal effects and the influence of thermal field on phase transformations and structural changes in the hardened element. The electromagnetic field was computed based on Maxwell equations, considering changes of material conductivity and magnetic permeability during the hardening process. The fractions of the particular structures in the proces of heating and cooling were computed on the grounds of TTT graphs and equations of Avrami, Koistinen and Marburger. (**Induction hardening of flat elements in a flow-through method**)

Słowa kluczowe: prądy wirowe, nagrzewanie indukcyjne, przemiany fazowe, pola sprzężone.

Keywords: eddy currents, induction heating, phase transformations, coupled field.

Wstęp

Hartowanie stali jest obróbką termiczną, która wymaga nagrzewania powyżej temperatury przemiany w austenit, a następnie wystarczająco szybkiego chłodzenia, aby uzyskać strukturę stopu bainitycznego lub martenzytycznego. W hartowaniu indukcyjnym nagrzewanie odbywa się dzięki przepływowi prądów wirowych w obrabianym przedmiocie.

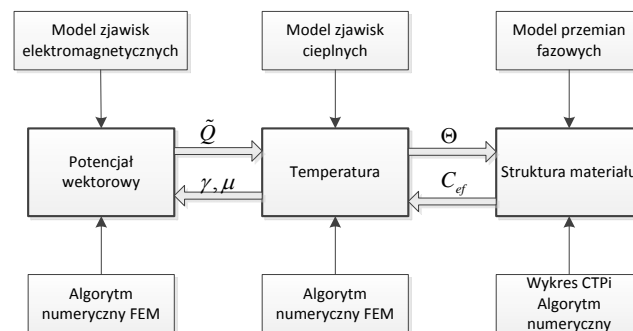
Zjawiska występujące w nagrzewanym indukcyjnie elemencie ferromagnetycznym są bardzo złożone ze względu na szeroki zakres zmian temperatury i związane z nim istotne zmiany konduktywności, przewodności cieplnej, ciepła właściwego i przenikalności magnetycznej, która jest również funkcją pola magnetycznego [1-3].

Wyżej wymienione parametry są dynamiczne. Wartości niektórych z nich w procesie ogrzewania zmieniają się nawet kilkadziesiąt razy. Utrudnia to wybór wartości parametrów sterowania, które zapewniłyby, że pole temperatury jest zgodne z wymaganiami technologicznymi. Wyniki symulacji zmienności parametrów elektrycznych i termicznych systemów grzewczych są podstawą doboru źródeł zasilania i sposobu ich sterowania.

Eksperymentalne wyznaczenie parametrów układu wzbudnik-nagrzewany element jest bardzo kosztowne i czasochłonne. Najczęściej tworzy się modele matematyczne osobne dla zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych, przyjmując parametry skupione lub rozłożone. Metody wykorzystujące parametry skupione umożliwiają zbudowanie schematów zastępczych oddzielnie dla obwodu elektrycznego i magnetycznego. Do analizy przyjmuje się najczęściej stałe właściwości fizyczne. Otrzymane wyniki są obarczone dużymi błędami i dlatego wprowadza się współczynniki korekcyjne wynikające z badań eksperymentalnych. Metody uwzględniające parametry rozłożone wymagają rozwiązania równań Maxwella i przewodnictwa ciepła. Jeżeli opis ma być bardziej adekwatny do przebiegu zjawisk w procesie nagrzewania i chłodzenia, wtedy współczynniki tych równań, charakteryzujące zmieniające się właściwości fizyczne materiałów powinny być określonymi funkcjami. Rozwiązanie takich równań staje się bardzo skomplikowane szczególnie dla elementów o nieregularnych kształtach.

Wzajemne wpływy poszczególnych zjawisk towarzyszących obróbce cieplnej przedstawiono na schemacie na rysunku 1. Kompleksowa analiza tych zjawisk może być wykonywana praktycznie tylko metodami

numerycznymi. Najczęściej stosowaną metodą rozwiązywania tego typu problemów jest metoda elementów skończonych.



Rys. 1. Diagram zjawisk towarzyszących hartowaniu indukcyjnemu

Pole elektromagnetyczne

Pole elektromagnetyczne w środowisku przewodzącym opisane jest równaniami Maxwella. Ze względu na małe prędkości stosowane w hartowaniu indukcyjnym jej wpływ na rozkład pola elektromagnetycznego w tym procesie jest niewielki i w dalszej analizie pominięto człon $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ występujący w równaniach Maxwella. Wprowadzając potencjał wektorowy \mathbf{A} w postaci $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, przyjmując, że dla niskich częstotliwości prąd przesunięcia jest pomijalnie mały oraz stosując skalowanie Coulomba $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, z równań Maxwella otrzymuje się równanie opisujące potencjał wektorowy \mathbf{A} dla stanu quasi-ustalonego i wymuszenia sinusoidalnego [4]

$$(1) \quad \left(\nabla \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \right) \underline{\mathbf{A}} - j\omega\gamma \underline{\mathbf{A}} = -\underline{\mathbf{J}}_s$$

gdzie: $\underline{\mathbf{A}}$ - potencjał wektorowy (wartość zespolona skuteczna) $\gamma = \gamma(\Theta)$, $\mu = \mu(H, \Theta)$

W przypadku długiego prostego przewodnika lub przewodnika w kształcie pierścienia sformułowanie różniczkowo całkowe [4] pozwala zastąpić równanie (1), zawierające dwie nieznanne wielkości: potencjał wektorowy $\underline{\mathbf{A}}$ i gęstość prądu źródłowego, równaniem różniczkowo-całkowym, zawierającym jedną niewiadomą – potencjał wektorowy oraz wielkość zadaną $\underline{\mathbf{I}}$ – prąd płynący w

przewodniku. W tym przypadku potencjał wektorowy \underline{A} ma tylko jedną składową i zagadnienie można rozpatrywać jako dwuwymiarowe.

Z prawa Ampera można określić prąd płynący w przewodniku

$$(2) \quad \underline{I} = \iint_{\Omega_{in}} \underline{J}_S d\Omega - j\omega\gamma \iint_{\Omega_{in}} \underline{A} d\Omega$$

gdzie całkowanie odbywa się po całej powierzchni przekroju poprzecznego przewodnika (wzbudnika) Ω_{in} .

Nieznaną wartość gęstości prądu źródłowego może być określona bezpośrednio z równania

$$(3) \quad \underline{J}_S = \frac{\underline{I}}{\Delta} + j \frac{\omega\gamma}{\Delta} \iint_{\Omega_{in}} \underline{A} d\Omega$$

gdzie Δ jest współczynnikiem proporcjonalnym do pola przekroju poprzecznego przewodnika wiodącego prąd \underline{I} .

Podstawiając równanie (3) do równania (1) otrzymuje się w kartezjańskim układzie współrzędnych równanie różniczkowo-całkowe zawierające tylko jedną niewiadomą potencjał wektorowy

$$(4) \quad \left(\nabla \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \right) \underline{A} - j\omega\gamma \underline{A} + j \frac{\omega\gamma}{\Delta} \iint_{\Omega_{in}} \underline{A} d\Omega = -\frac{\underline{I}}{\Delta}$$

Do równania (4) zastosowano metodę Bubnowa-Galerkina, a otrzymane równanie rozwiązano metodą elementów skończonych.

Numeryczna analiza pola magnetycznego w środowisku z materiałami ferromagnetycznymi wymaga znajomości charakterystyk magnesowania tych materiałów. W przypadku nagrzewania indukcyjnego (silne pola magnetyczne) można pominąć straty histerezy i przyjąć jednowartościową krzywą magnesowania. Zależność przenikalności magnetycznej materiału hartowanego materiału (stal N9E) od natężenia pola magnetycznego i temperatury aproksymowano funkcją $\mu = \mu(\underline{H}, \Theta)$ (dokonano przeliczenia wartości maksymalnych na skuteczne)

$$(5) \quad \mu = \mu(\underline{H}, \Theta) = \begin{cases} \mu_0 \left(1 + \left(\hat{\mu} - 1 \right) \kappa(\Theta) \right) & \text{dla } \Theta < \Theta_c \\ \mu_0 & \text{dla } \Theta \geq \Theta_c \end{cases}$$

gdzie:

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}(\underline{H}) = a \cdot |\underline{H}|^\alpha, \quad a = 5 \cdot 10^5, \quad \alpha = -0.894,$$

$$\kappa(\Theta) = 1 - \left(\frac{\Theta - 273}{\Theta_c - 273} \right)^2, \quad \Theta_c - \text{temperatura Curie.}$$

Rozwiązanie równania (4) daje rozkład potencjału wektorowego w badanym obszarze. Określenie przenikalności magnetycznej z równania (5) na podstawie znajomości rozkładu potencjału wektorowego wymaga rozwiązania równania

$$(6) \quad \mu_0 \mu^\alpha + \mu_0 \left(a B^\alpha - \mu^\alpha \right) c(\Theta) - \mu^{\alpha+1} = 0$$

$$\text{gdzie: } B = |\underline{B}| = |\nabla \times \underline{A}| = \sqrt{B_x^* B_x^* + B_y^* B_y^*}$$

W przykładzie obliczeniowym równanie (6) rozwiązywano metodą fałsi dla każdego elementu skończonego w kolejnych krokach czasowych. Do rozwiązania układu równań o współczynnikach zespolonych zastosowano metodę Gaussa-Siedla. Dla układu równań o współczynnikach rzeczywistych istnieją metody pozwalające na obliczenie optymalnej wartości współczynnika nadrelaksacji i przyspieszenie zbieżności w trakcie obliczeń. W przypadku układu równań o współczynnikach zespolonych metoda wyznaczania parametrów iteracji polega ona na oryginalnym sposobie wyznaczania największej co do modułu wartości własnej macierzy Jacobiego. Jednak ze względu na zmianę współczynników macierzy w trakcie procesu nagrzewania (zależność $\gamma = \gamma(\Theta)$ i $\mu = \mu(H, \Theta)$) określenie współczynnika nadrelaksacji dla jednego stanu nie gwarantuje zbieżności w całym procesie. W pracy współczynnik nadrelaksacji wyznaczano eksperymentalnie uzyskując dostatecznie dużą zbieżność po 20-35 iteracjach.

Objętościową gęstość strat mocy w nagrzewanym elemencie można wyznaczyć zależności

$$(7) \quad \tilde{Q} = \omega^2 \gamma \underline{A} \underline{A}^*$$

Metoda magnetycznego potencjału wektorowego \underline{A} jest jedną z najskuteczniejszych metod wyznaczania rozkładu pola elektromagnetycznego. W przypadku modeli 3D w układach nagrzewania indukcyjnego zastosowanie tej metody w połączeniu z metodą elementów skończonych lub z metodą różnic skończonych prowadzi do konieczności rozwiązania układu $3n$ (n - liczba węzłów) równań, w których składowe potencjału są od siebie zależne nawet po uwzględnieniu warunku $\nabla \cdot \underline{A} = 0$.

Pole temperatury wywołane wewnętrznymi źródłami ciepła

Pole temperatury w obszarach, w których występuje przewodzenie ciepła przy założeniu, że obiekt jest izobaryczny opisane jest równaniem

$$(8) \quad \nabla \cdot (\lambda \nabla \Theta) - \rho c \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \Theta \right) + \tilde{Q} = 0$$

gdzie: $\Theta = \Theta(\mathbf{x}, t)$ - temperatura, \mathbf{x} - współrzędne przestrzenne, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ - wektor prędkości czynnika, $c = c(\mathbf{x}, t)$ - ciepło właściwe, $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$ gęstość, $\lambda = \lambda(\mathbf{x}, t)$ - współczynnik przewodzenia ciepła.

Rozchodzeniu się ciepła w materiale podczas hartowania indukcyjnego towarzyszy zawsze zmiana temperatury uzależniona przede wszystkim od mocy dostarczonej do materiału, jego właściwości cieplnych, kształtu geometrycznego i położenia przedmiotu oraz rodzaju powierzchni wymiany ciepła z otoczeniem. Rzeczywisty rozkład temperatury we wsadzie będzie się różnił od rozkładu gęstości mocy grzejnej ze względu na przewodzenie ciepła we wsadzie oraz straty ciepła wywołane przez promieniowanie i konwekcję. W konsekwencji tego na rozkład temperatury we wsadzie wpływa nie tylko rozkład gęstości mocy, ale także czas nagrzewania.

Ścisły opis matematyczny zjawisk fizycznych składających się na wymianę ciepła z otoczeniem w procesach hartowania indukcyjnego jest bardzo skomplikowany i trudny do uogólnień. W układach rzeczywistych zależności opisujące zjawiska wymiany ciepła są jeszcze bardziej złożone. Mając na uwadze

względy uylitarne, w pracy przyjęto uproszczony model wymiany ciepła przez promieniowanie i konwekcję, sprowadzający się do założenia, że współczynnik wymiany ciepła $\alpha(\Theta)$ jest zależny od temperatury.

Strumień cieplny wynikający ze zjawiska konwekcji można obliczyć na podstawie zależności

$$(9) \quad q_k = \alpha_k(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

Na wartość współczynnika α_k ma wpływ wiele czynników np. wymiary przedmiotu, położenie w przestrzeni, własności fizyczne powierzchni itd.

Ilość ciepła wypromieniowanego w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni (powierzchniowa gęstość mocy) wynika z prawa Stefana-Boltzmann'a. W obliczeniach pola temperatury elementów hartowanych wygodnie jest wyrazić strumień cieplny wynikający z promieniowania wzorem

$$(10) \quad q_r = \alpha_r(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

gdzie $\alpha_r(\Theta)$ - współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie. Ze względu na to, że strumień q_r nie jest proporcjonalny do różnicy temperatur, współczynnik α_r nie będzie stały, lecz będzie się zmieniał z temperaturą. Całkowity strumień ciepła można wyrazić przez sumę strumieni ciepła wynikających z konwekcji i promieniowania

$$(11) \quad q = q_k + q_r = \alpha(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

Współczynnik $\alpha(\Theta)$ określa zdolność ogrzewanego ciała do oddawania ciepła przez powierzchnię do otoczenia. Zmianę tego współczynnika od temperatury aproksymowano wzorem otrzymanym na podstawie danych empirycznych [5]:

w przypadku gdy ośrodkiem było powietrze

$$(12) \quad \alpha(\Theta) = -8.19331 \cdot 10^{-12} \Theta^4 + 4.68278 \cdot 10^{-8} \Theta^3 + 4.60806 \cdot 10^{-5} \Theta^2 - 3.77016 \cdot 10^{-2} \Theta + 18.7204$$

w przypadku natrysku wodą

$$(13) \quad \alpha(\Theta) = -1.2181 \cdot 10^{-7} \Theta^4 + 4.75437 \cdot 10^{-3} \Theta^3 + -0.66024 \Theta^2 + 371.989 \Theta - 63946.1$$

Na powierzchni płyty przyjęto warunek brzegowy w postaci

$$(14) \quad \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial y} = -\alpha(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

Moc źródeł wewnętrznych pochodzących od prądów wirowych oblicza się na podstawie zależności (7), natomiast od przemian fazowych może być wyrażona przez przyrost entalpii i można ją wprowadzić poprzez zmianę efektywnego ciepła właściwego $c(\Theta)$.

Przemiany fazowe

Przemiany fazowe w czasie nagrzewania i chłodzenia stali węglowych w ogólnym przypadku zachodzą w stanie nierównowagowym. Przewidywanie struktury stali po różnych wariantach obróbki cieplnej jest trudne. W tym celu można wykorzystać tylko wykresy CTPi oraz CTPc. W praktyce przebiegi chłodzenia są takie, że przemiany

przechłodzonego austenitu zachodzą zarówno w warunkach izotermicznych, jak i przy chłodzeniu ciągłym. Dla takich sposobów chłodzenia nie istnieją wykresy CTP, a ich sporządzenie ze względu na nieskończoną liczbę wariantów chłodzenia mija się z celem. W takiej sytuacji do określenia struktury stali po obróbce cieplnej mogą być przydatne tylko obliczenia uwzględniające dowolne sposoby nagrzewania i chłodzenia. Jako dane wejściowe stosuje się wykres CTPi dla danego gatunku stali oraz opis temperatury w funkcji czasu obróbki.

Metoda obliczania udziałów poszczególnych struktur podczas ciągłego nagrzewania i chłodzenia zastosowana w pracy wykorzystuje dane z procesu izotermicznego (wykres CTPi) i jest oparta na zasadzie addytywności [5,6].

Krzywą temperatura-czas nagrzewania aproksymowano ciągiem izotermicznych kroków. W każdym kroku udział nowej fazy jest obliczany na podstawie kinetyki przemiany izotermicznej, która jest modelowana zgodnie z prawami Johnsona-Mehla i Avramiego [6]

$$(15) \quad \eta_A(\Theta, t) = 1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)})$$

gdzie: η_A - udział powstałego austenitu, $b(\Theta)$, $n(\Theta)$ - współczynniki zależne od temperatury.

Postać współczynników $b(\Theta)$ i $n(\Theta)$ określono z rozwiązania układu dwóch równań odpowiadających procentowym udziałom powstającej fazy (1% i 99%)

$$(16) \quad n(\Theta) = \frac{\ln\left(\frac{\ln(1-\eta_f)}{\ln(1-\eta_s)}\right)}{\ln\left(\frac{t_s}{t_f}\right)}, \quad b(\Theta) = \frac{-\ln(1-\eta_s)}{(t_s)^{n(\Theta)}}$$

gdzie: t_s i t_f - czasy początku i końca przemiany w tej

samej temperaturze. Współczynniki $b(\Theta)$ i $n(\Theta)$ muszą być obliczane dla każdego kroku czasowego.

Gdy maksymalna temperatura nagrzewania nie pozwala na osiągnięcie pełnej przemiany w określonym czasie nagrzewania, obliczanie udziałów fazowych podczas nagrzewania zostaje przerwane, gdy osiągnięta zostanie temperatura maksymalna. Ułamek objętościowy składnika fazowego (austenitu) jest wtedy mniejszy niż jeden. Udziały objętościowe struktur powstających podczas chłodzenia można określić, podobnie jak udział struktur powstających podczas ogrzewania, na podstawie wzorów Avramiego, biorąc pod uwagę udział austenitu powstałego podczas ogrzewania.

Objętościowe udziały struktur (perlitu i bainitu) powstających w czasie chłodzenia można wyznaczyć, podobnie jak udziały struktur powstających w czasie nagrzewania, ze wzorów Avramiego, uwzględniając udział powstałego austenitu w czasie nagrzewania

$$(17) \quad \eta_P(\Theta, t) = \eta_A(1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)}))$$

$$\eta_B(\Theta) = \eta_A(1 - \eta_P)(1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)}))$$

W przypadku stali podeutektoidalnych powyższe udziały można uzupełnić o udział powstałego ferrytu. Udział powstałego martenzytu może być określony na podstawie empirycznego równania Koistinena i Marburgera [7]

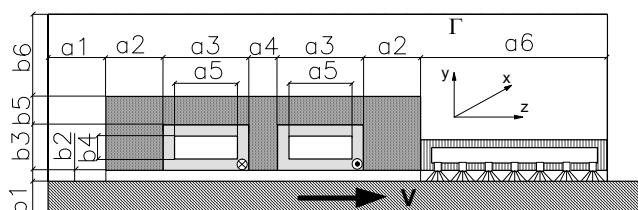
$$(18) \quad \eta_M = \eta_A(1 - \eta_B - \eta_P)(1 - \exp(-k(M_S - \Theta)^m))$$

Dla stali N9E współczynniki występujące w powyższym wzorze są odpowiednio równe $k=0,011$ i $m=1$.

Przykład obliczeniowy

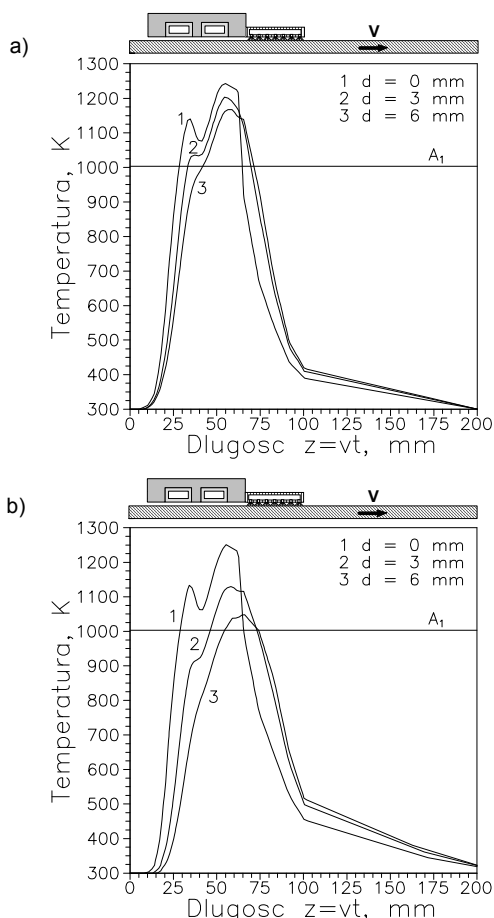
W przykładzie obliczeniowym analizowano hartowanie płyty stalowej wykonanej ze stali N9E (1.1830) poruszającej się względem wzbudnika. Przekrój podłużny badanego układu przedstawiono na rysunku 2. Obliczenia wykonano dla następujących wymiarów geometrycznych:

$a_1 = 0,010$ m $a_2 = 0,010$ m $a_3 = 0,015$ m $a_4 = 0,005$ m
 $a_5 = 0,011$ m $a_6 = 0,035$ m $b_1 = 0,006$ m $b_2 = 0,002$ m
 $b_3 = 0,008$ m $b_4 = 0,004$ m $b_5 = 0,005$ m $b_6 = 0,050$ m

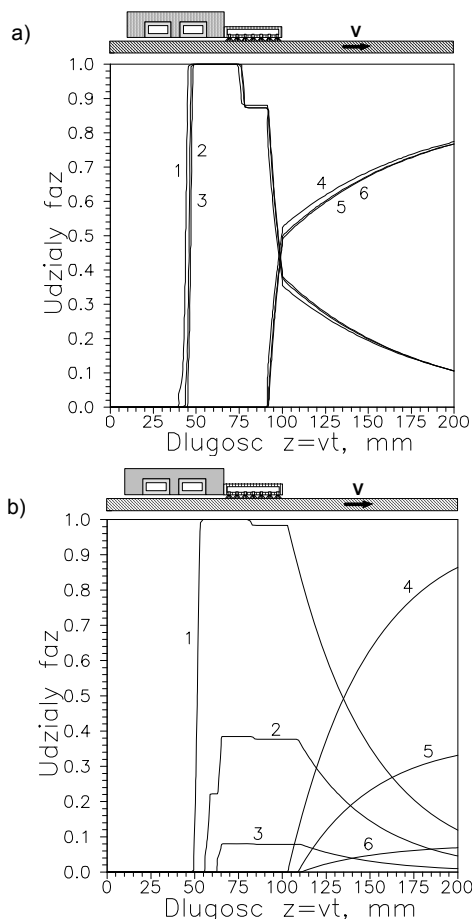


Rys. 2. Przekrój podłużny badanego układu

Aby zagadnienie można było traktować jako dwuwymiarowe, płyta musi być dostatecznie długa w kierunku osi Ox. W obliczeniach przyjęto, że ta długość jest równa 1 m. Wykonano obliczenia dla zasilania stałą mocą $P=400$ kW/m, częstotliwość 10 kHz, dla przypadku, gdy płyta porusza się z prędkością $v = 4$ mm/s oraz $v = 10$ mm/s. Temperaturę początkową płyty przyjęto równą $\Theta_a = 300$ K.



Rys. 3. Zmiana temperatury wzdłuż osi Oz dla prędkości: a) $v = 4$ mm/s, b) $v = 10$ mm/s



Rys. 4. Zmiana udziałów poszczególnych faz wzdłuż osi Oz dla prędkości: a) $v = 4$ mm/s, b) $v = 10$ mm/s, krzywe 1,2,3 - austenit na głębokości 0, 3, 6 mm, krzywe 4,5,6 - martenzyt na głębokości 0,3,6 mm,

Autorzy: dr hab. inż. Sławomir Iskierka, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, ul. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: iskierka@el.pcz.czyst.pl; dr inż. Iwona Iskierka, Wydział Elektryczny, ul. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: iwona.iskierka@el.pcz.czyst.pl.
 Projekt finansowany w ramach programu MNIŚW pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019 - 2022 nr projektu 020/RID/2018/19, kwota finansowania 12 000 000 PLN

REFERENCES

- [1] Barglik J., Wieczorek T., Smalcerz A., Modeling of surface induction hardening process, *Przegląd Elektrotechniczny*, R90, nr 2, 2014, pp.1-4.
- [2] Bokota A., Iskierka S: Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1998, s. 366-376
- [3] Spezzapria M., Michele Forzan M., Dughiero F., Numerical simulation of solid-solid phase transformations during induction hardening process, *IEEE Trans. Mag.*, 52, 3, 2016, pp. 740-743
- [4] Konrad A., Integrodifferential finite element formulation of two-dimensional steady-state skin effect problems, *IEEE Trans. Mag.*, 18, 1, 1982, pp. 284-292.
- [5] Melander M. A., Computational and experimental investigation of induction and laser hardening. Linköping Studies in Science and Technology. Dissertation, 124, Linköping 1985.
- [6] Avrami M., Kinetics of phase change, *J. Chem. Physics*, I: 7, 1939, pp. 1103-1112, II: 8, 1940, pp. 212-224, III: 9, 1941 pp. 117-184.
- [7] Koistinen D. P., Marburger R. E., A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels, *Acta Metall.*, 7, 1959, pp. 59-60.