

Straty w superkondensatorach przy dynamicznych obciążeniach magazynów energii pojazdów elektrycznych

Streszczenie. W hybrydowych magazynach energii pojazdów elektrycznych do przechowywania energii podczas hamowania i dostarczania jej w trakcie przyspieszania stosuje się superkondensatory. Straty energetyczne w rzeczywistych kondensatorach zależą od dynamiki jazdy. Straty w superkondensatorach można określić stosując model ich impedancji ułamkowego rzędu. Artykuł przedstawia także uproszczoną metodę szacowania strat energetycznych w superkondensatorach w periodycznych cyklach hamowania i przyspieszania pojazdów.

Abstract. In hybrid energy storage systems of electric vehicles the supercapacitors are used to absorb energy during braking and to deliver it during acceleration. Energy losses in real capacitors depend on driving dynamics. Losses in supercapacitors can be determined using the fractional order model of their impedance. The article also presents the simplified method of estimating energy losses in supercapacitors during periodic braking and acceleration cycle. (*Losses in supercapacitors at dynamic loads of energy storage systems of electric vehicles*)

Słowa kluczowe: superkondensator, straty energii, hybrydowy magazyn energii, model ułamkowego rzędu

Keywords: supercapacitor, energy losses, hybrid energy storage system, fractional order model

Wstęp

Do napędu pojazdów elektrycznych wykorzystuje się sieci trakcyjne, magazyny energii oraz ogniwa paliwowe. Magazyny energii bazują zazwyczaj na akumulatorach, gdyż charakteryzują się one dużą energią właściwą. Ze względu na dynamikę jazdy, zwłaszcza hamowanie i przyspieszanie pojazdów, magazyny energii powinny krótkookresowo przyjmować i dostarczać znaczne moce. Z tego względu wprowadzono hybrydowe magazyny energii [1, 2], w których stosuje się dodatkowo superkondensatory (SC). SC wprawdzie charakteryzują się mniejszą energią właściwą niż akumulatory, mają jednak nad nimi przewagę ze względu na większą moc właściwą.

W artykule [3] autorzy omówili straty energii w stacjonarnym magazynie energii linii tramwajowej, bazującym jedynie na SC. Rozwiązanie takie było możliwe, gdyż w takim przypadku masa magazynu jest sprawą drugorzędą. Zaprezentowana tam analiza obejmuje straty w elementach przełączających w przekształtniku DC/DC, jego elementach indukcyjnych oraz w SC. Bilans strat energii bazuje między innymi na zastępczych wartościach rezystancji szeregowej SC.

Niniejszy artykuł dotyczy strat energii w superkondensatorach, pracujących w układach hybrydowych magazynów energii pojazdów elektrycznych. Określenie strat uwzględnia pełne charakterystyki dynamiczne SC, opisujące ich impedancję w funkcji częstotliwości, oraz dynamikę jazdy, dotyczącą hamowania i przyspieszania pojazdu, czyli etapy, w których w pełni wykorzystuje się zalety SC, związane z możliwością przyjmowania i oddawania dużej mocy.

Wiele publikacji np. [4, 5, 6] wskazuje na to, że dosyć dokładnym modelem impedancji superkondensatora (SC) o stosunkowo niewielkiej liczbie parametrów jest model ułamkowego rzędu [7]. Parametry tego modelu identyfikuje się na podstawie charakterystyki częstotliwościowej impedancji SC. Dostępne oprogramowanie narzędziowe modeli ułamkowego rzędu, np. FOTF [8], umożliwia badania z wykorzystaniem tej formy impedancji, przy zastosowaniu funkcji, analogicznych do funkcji w Control Toolbox oprogramowania Matlab. Stosując te funkcje można np. sprzęgać bloki układu automatyki, badać ich stabilność i symulować odpowiedzi na pobudzenie.

Na podstawie modeli ułamkowego rzędu można nie tylko określić wartość strat energii w SC, ale także przeanalizować efektywność zastosowania określonych

typów SC w zależności od warunków pracy magazynu energii.

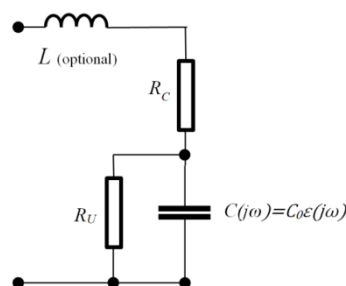
Zaprezentowana w artykule analiza wykazuje, że sprawność energetyczna SC w magazynie energii w dużym stopniu zależy od dynamiki jazdy pojazdu elektrycznego. Artykuł prezentuje także częstotliwościową metodę określania strat energii w SC z pominięciem etapu identyfikacji parametrów modelu impedancji SC ułamkowego rzędu.

Modele impedancji superkondensatora

Schemat ogólnego modelu kondensatora jest przedstawiony na rysunku 1. Można w nim wyróżnić następujące elementy składowe:

- C – pojemność, proporcjonalna do współczynnika przenikalności elektrycznej ϵ ,
- R_C – zastępcza rezystancja szeregową,
- R_U – zastępcza rezystancja upływu,
- L – zastępcza szeregową indukcyjność.

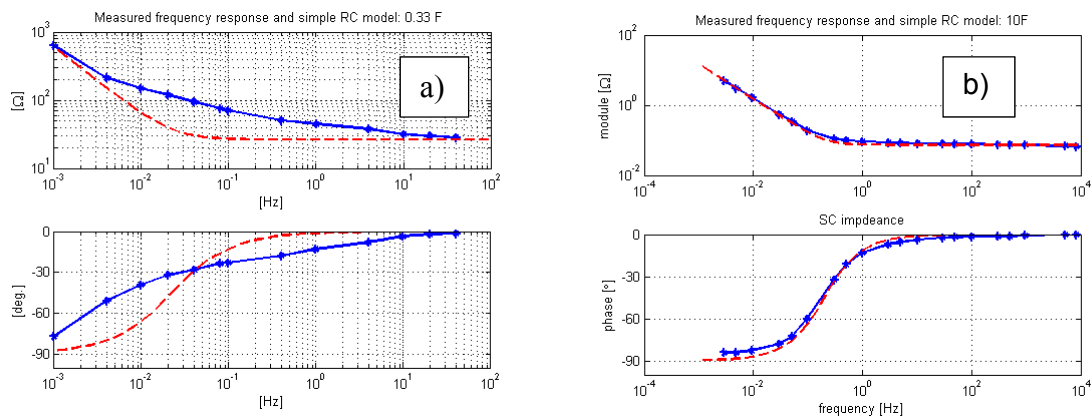
W zależności od dokładności modelu wartości tych elementów mogą być przedstawiane jako wartości stałe lub funkcje częstotliwości, temperatury i napięcia. Biorąc pod uwagę przeznaczenie model ten może być upraszczany. Ma to np. miejsce, gdy wpływ pewnych jego elementów dotyczy nieistotnych zakresów częstotliwości z punktu widzenia danego zastosowania. W przypadku magazynu energii dotyczy to m.in. indukcyjności L .



Rys. 1. Zastępczy schemat superkondensatora

Najprostszym modelem kondensatora rzeczywistego, dosyć powszechnie stosowanym, jest model 1. rzędu, który jest szeregowym połączeniem pojemności C i rezystancji o wartości R_C . Impedancję tego modelu można zapisać jako

$$(1) \quad Z_1(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)} = R_C + \frac{1}{j\omega C} = R_C - \frac{j}{\omega C}$$



Rys. 2. Charakterystyki częstotliwościowe impedancji superkondensatorów: a) 0,33 F oraz b) 10 F różnych firm: wyniki pomiarów – gwiazdki, model RC (1) – linia przerywana

W przypadku SC model ten z reguły bywa niewystarczający. Porównanie rzeczywistych charakterystyk SC z modelem (1) jest przedstawiony na rysunku 2. Przykłady przedstawiają skrajne przypadki rozbieżności charakterystyk SC z modelem (1).

Dokładnym modelem impedancji SC o stosunkowo niewielkiej liczbie parametrów jest model ułamkowego rzędu [4, 5, 6]. Można go stworzyć na bazie równań relaksacji w podwójnej warstwie elektrycznej Helmholtza, magazynującej ładunki elektryczne w SC. Jednym z tych równań jest równanie Cole'a-Cole'a [9], przedstawiające przenikalność elektryczną w postaci

$$(2) \quad \varepsilon_{CC}(j\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + (j\omega T_r)^{\delta}} \quad 0 \leq \delta < 1$$

gdzie

- ε_{∞} – przenikalność dielektryczna dla wysokich częstotliwości,
- ε_s – statyczna przenikalność dielektryczna,
- T_r – charakterystyczna stała czasowa relaksacji,
- δ – współczynnik potęgowy, dobierany empirycznie.

Na podstawie tego równania, oraz schematu na rysunku 1 otrzymuje się opis impedancji SC w formie [5]

$$(3) \quad Z_{CC}(s) = \frac{\left(1 + \frac{R_C}{R_U}\right) + s^{\delta} \left(1 + \frac{R_C}{R_U}\right) T_r^{\delta} + s R_C C}{\frac{1}{R_U} + s^{\delta} \frac{T_r^{\delta}}{R_U} + s C}$$

Impedancję SC, opisaną równaniem (3) można zapisać w ogólnej postaci [7]

$$(4) \quad Z_{CC} = \frac{b_0 + b_1 s^{\delta} + b_2 s}{a_0 + a_1 s^{\delta} + a_2 s}$$

Wyznaczenie współczynników równania (4) następuje na drodze aproksymacji pomierzonej charakterystyki częstotliwościowej impedancji. Autorzy przyjęli za podstawę minimalizację współczynnika jakości

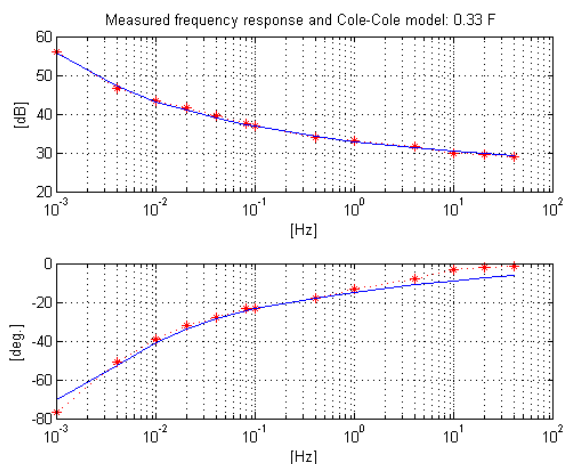
$$(5) \quad J_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{|Z_{CC}(j\omega_i) - Z_p(j\omega_i)|}{|Z_p(j\omega_i)|} \right)^2$$

gdzie

- Z_{CC} – model impedancji,
- Z_p – zmierzona wartość impedancji dla i-tej częstotliwości,
- ω_i – i-ta pulsacja pomiarowa.

Minimalizacja współczynnika jakości (5) jest zagadnieniem wielomodalnym. Znajomość katalogowych wartości pojemności C , rezystancji szeregowej R_C , rezystancji upływu R_U oraz typowych wartości T_r i δ pozwala na przyjęcie efektywnych wartości startowych współczynników równania (4) podczas minimalizacji współczynnika J_f .

Ponadto umożliwia ona weryfikację efektów obliczeń optymalizacyjnych. Efekt aproksymacji charakterystyki na rysunku 2a przedstawia wykres na rysunku 3. Świadczy on o dużej zgodności modeli ułamkowego rzędu z rzeczywistymi charakterystykami SC.



Rys. 3. Zmierzone punkty (gwiazdki) rzeczywistej charakterystyki superkondensatora 0.33F oraz jej aproksymacja przy użyciu modelu ułamkowego rzędu (6) na bazie równania Cole'a-Cole'a

Porównując wykresy rzeczywistych charakterystyk z wykresami dla modelu RC opisanym zależnością (1), a zwłaszcza dla pojemności na rys. 2a, można stwierdzić, że przedstawiony wykres rzeczywistej charakterystyki cechuje się szerokim zakresem częstotliwości o kącie fazowym, różnym istotnie od wartości granicznych -90° oraz 0° . Ponadto w zakresie tym występuje zmiana modułu, która ma mniejsze nachylenie niż -20dB na dekadę wzrostu częstotliwości, odpowiadające charakterystyce kondensatora idealnego. Aproksymacja charakterystyki na rysunku 2a modelem ułamkowego rzędu (4) jest zilustrowana wykresem na rysunku 3 i prowadzi do wyniku

$$(6) \quad Z_{CC} = \frac{1 + 13.5s^{0.673} + 7.91s}{1.65 \cdot 10^{-7} + 2.23 \cdot 10^{-6}s^{0.673} + 0.338s}$$

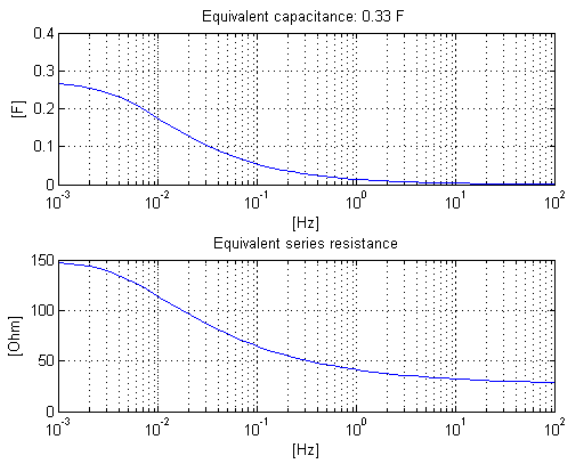
W przypadku charakterystyki SC o pojemności 10 F, nieznacznie różniącej się od modelu (1), prezentowanej na rysunku 2, analogiczny opis ułamkowego rzędu ma postać

$$(7) \quad Z_{CC} = \frac{1 + 13.5s^{0.673} + 7.91s}{1.65 \cdot 10^{-7} + 2.23 \cdot 10^{-6}s^{0.673} + 0.338s}$$

Analiza impedancji o postaci (4) na podstawie wartości jej parametrów jest przedstawiona dokładniej w [5].

Istotną cechą SC jest zmienność składowych impedancji w funkcji częstotliwości, a zwłaszcza jej części rzeczywistej,

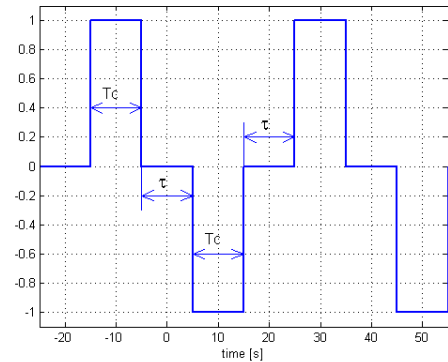
która decyduje o stratach energii w trakcie przeładowywania SC. Wykresy zastępczych pojemności i szeregowej rezystancji dla modelu (6) w funkcji częstotliwości są przedstawione na rysunku 4.



Rys. 4. Zastępcze pojemność i szeregową rezystancją modelu (6) w funkcji częstotliwości

Jednym ze skutków różnic charakterystyki częstotliwościowej SC w stosunku do modelu (1) jest kształt odpowiedzi napięciowej na impulsowe pobudzenie prądowe. Przyjmijmy kształtu prądu ładującego i rozładującego SC, przedstawiony na rysunku 5. Odpowiedź czasowa na takie pobudzenie modelu (1) składa się ze skoków napięcia na rezystancji szeregowej R_C oraz odcinków liniowych zmian napięcia na skutek ładowania lub rozładowywania pojemności C stałym prądem (rys. 7). Na rysunku 6 przedstawione są odpowiedzi rzeczywistych SC, zestawione z wynikami symulacji na podstawie ich modeli ułamkowego rzędu (6) oraz (7). Okresowe przebiegi na tym rysunku dotyczą odpowiedzi po wytlumieniu się nieperiodycznych przebiegów nieustalonych, które pojawiają się po starcie fali prądu. Stany nieustalone można także zasymulować na podstawie

modelu (4) przy użyciu narzędzi takich, jak wspomniany pakiet FOTF dla oprogramowania Matlab [8].



Rys. 5. Kształt fali prądowej ładującej i rozładującej SC

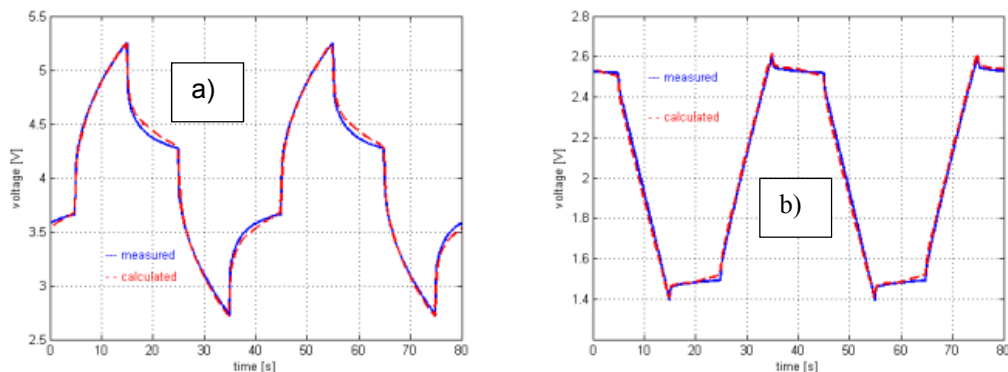
Straty energii w kondensatorach w warunkach dynamicznych

Na podstawie prostego modelu stratnego kondensatora (1) można wykazać dużą zależność strat energii od czasu trwania ich ładowania i rozładowywania w cyklu, obejmującym hamowanie i przyspieszenie. Przyjmijmy, że SC zachowuje stałą średnią wartość napięcia U_{AV} po realizacji tego cyklu. Wymaga to dostarczania i odbierania takiego samego ładunku Q_C . Ponadto przyjmijmy, że napięcie SC, oznaczone $u_c(t)$, zmienia się w zakresie

$$(8) \quad U_{MAX}/2 \leq u_c(t) \leq U_{MAX}$$

gdzie U_{MAX} jest maksymalnym napięciem SC. Dolna granica tego napięcia wynika z konieczności ograniczenia wartości prądu przekształtnika DC/DC w trakcie przekazywania maksymalnej mocy.

Dla uproszczenia przyjmijmy ponadto, że ładowanie i rozładowywanie zachodzi przy impulsach prądu o tej samej wartości I_C i czasie trwania T_C . Pominięte są przy tym tętnienia tego prądu na skutek kluczkowania w przekształtniku DC/DC. Przebieg napięcia SC na skutek takiego przeładowywania dla I_{CMAX} ilustruje rysunek 7.



Rys. 6. Odpowiedzi napięciowe na impulsowe pobudzenia prądowe SC o charakterystykach na rys. 2 o impedancjach: a) (6) oraz b) (7). Linia ciągła odpowiada wartościom zmierzonym, przerywana – symulowanym na podstawie modeli ułamkowego rzędu.

Z przyjętych założeń wynika, że ładunek Q_C , przekazywany podczas przeładowywania kondensatora wynosi

$$(9) \quad Q_C = I_C T_C$$

zaś średnia wartość napięcia wynosi

$$(10) \quad U_{AV} = 0.75 \cdot U_{MAX}$$

Skoki napięcia $\pm \Delta U_{RC}$ przy włączaniu i wyłączaniu impulsów prądu wynoszą w tym przypadku

$$(11) \quad \Delta U_{RC} = I_C R_C = I_{CMAX} R_C$$

Z wykresu wynika, że przebieg napięcia w fazie ładowania wynosi

$$(12) \quad u_{c1}(t) = \frac{U_{MAX}}{2} + 2\Delta U_{RC} + \frac{I_{CMAX}}{C} t$$

zaś dla fazy rozładowania odpowiednie równanie wynosi

$$(13) \quad u_{c2}(t) = U_{MAX} - 2\Delta U_{RC} - \frac{I_{CMAX}}{C}t$$

Po przeprowadzeniu całkowania w granicach trwania faz otrzymuje się wartości przekazywanej energii. Energia dostarczona podczas ładowania wynosi

$$(14) \quad E_1 = \int_0^{T_C} I_{CMAX} u_{c1}(t) dt = I_{CMAX} \left(\frac{3}{4} U_{MAX} + \Delta U_{RC} \right) T_C = I_{CMAX} (U_{AV} + \Delta U_{RC}) T_C$$

zaś pobrana przy rozładowaniu wynosi

$$(15) \quad E_2 = \int_0^{T_C} I_{CMAX} u_{c2}(t) dt = I_{CMAX} \left(\frac{3}{4} U_{MAX} - \Delta U_{RC} \right) T_C = I_{CMAX} (U_{AV} - \Delta U_{RC}) T_C$$

Straty energii wynoszą w tym przypadku

$$(16) \quad E_S = E_1 - E_2 = 2I_{MAX}\Delta U_{RC}T_C = 2I_{MAX}^2R_C T_C$$

co odpowiada stratom podczas przepływu prądu I_{MAX} przez rezystancję R_C w czasie $2T_C$. Jak widać z zależności (16) straty E_S nie zależą od U_{AV} średniego poziomu napięcia SC w trakcie przeladowywania.

Przy zmniejszeniu wartości prądu I_C , co przy przyjętym założeniu (9) jest równoznaczne z wydłużeniem czasu T_C , odpowiednie równanie energii strat wynosi

$$(17) \quad E_S = E_1 - E_2 = 2Q_0I_C R_C = 2 \frac{Q_0^2 R_C}{T_C}$$

Sprawność energetyczna przy przechowywaniu energii w SC wynosi w tych warunkach

$$(18) \quad \eta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_1 - E_S}{E_1} = 1 - \frac{2 \frac{Q_0^2 R_C}{T_C}}{Q_0 U_{AV} + \frac{Q_0^2 R_C}{T_C}} = 1 - \frac{2Q_0 R_C}{U_{AV} T_C + Q_0 R_C}$$

i jest funkcją T_C , zaś po uwzględnieniu równania (9) można opisać ją także funkcją I_C

$$(19) \quad \eta = \frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{2Q_0 R_C}{U_{AV} T_C + Q_0 R_C} = 1 - \frac{2I_C R_C}{U_{AV} + I_C R_C}$$

Na podstawie przeprowadzonych rozważań i zależności (18) oraz (19) można stwierdzić, że w przypadku przeladowywania stratnego kondensatora stałym ładunkiem sprawność energetyczna tych operacji wzrasta wraz z wydłużaniem czasu trwania impulsów T_C . Odpowiada to

Tabela 1. Metody określania pojemności i ESR superkondensatorów

Producent	Metoda pomiaru pojemności	Metody pomiaru ESR	
Ioxus	Metoda normy IEC, prąd rozładowywania dla klasy 4 zastosowań	Metoda DC, prąd rozładowywania dla klasy 4 w normie IEC	Spadek ΔU_3 (metoda IEC)
			Spadek napięcia po 10 ms
		Metoda AC: rezystancja przy 1 kHz	
Skeleton	Metoda zbliżona do normy IEC, prąd rozładowywania dla klasy 3 zastosowań	Metoda DC, prąd rozładowywania dla klasy 3 w normie IEC	Spadek ΔU_3 (metoda IEC)
			Spadek napięcia po 10 ms
		Metoda AC: rezystancja dla 100 Hz	
Maxwell	Własna metoda z sekwencją skoków prądu	Własna metoda z sekwencją skoków prądu	

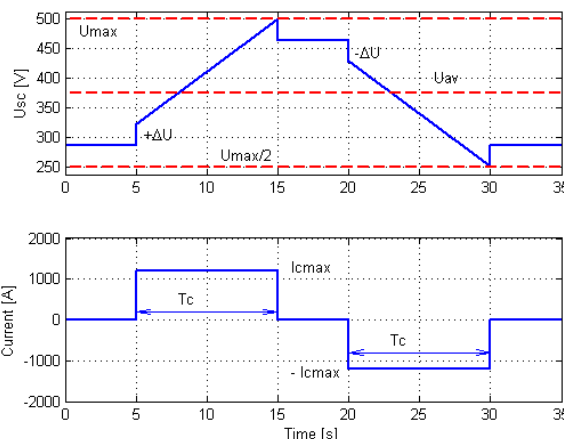
Tabela 2

Kondensator i warunki pomiaru	Metoda obliczeń	Energia E_1	Energia E_2	Straty	Sprawność
0.47 F (Panasonic) $T_p=40$ s, $T_c=10$ s, $I_0=50$ mA	czasowa	2,45 J	1,61 J	0,84 J	66%
	częstotliwościowa	2,45 J	1,60 J	0,85 J	65%
10 F (Maxwell) $T_p=40$ s, $T_c=10$ s, $I_0=1$ A	czasowa	18,1 J	16,5 J	1,6 J	91%
	częstotliwościowa	18,2 J	16,4 J	1,8 J	90%

Straty w SC podczas ich ładowania i rozładowania można określić na drodze symulacji. Należy dla tego celu wybrać sygnały testowe. Takim sygnałem testowym może być pojedyncza para impulsów ładujących i rozładowujących SC, jak na rysunku 8. Transformata Fouriera I_{pp} ma w tym przypadku postać

$$(20) \quad I_{pp}(j\omega) = -2jsinc\left(\frac{\omega T_C}{2}\right) \sin(\omega\tau)$$

dłuższym czasem hamowania i przyspieszania pojazdu do tej samej prędkości.



Rys. 7. Cykl ładowania i rozładowania SC przy prądzie I_{MAX}

Straty energii w superkondensatorach

Straty energii opisane zależnościami (18) i (19) bazują na wartościach zastępczych rezystancji szeregowych. Określenie tych wartości stanowi istotny problem, gdyż – jak wynika z rysunku 4 – jest to wartość zmienna w funkcji częstotliwości. W efekcie specyficznych charakterystyk dynamicznych SC, przy pobudzeniu falą prądu jak na rysunku 5 uzyskuje się odpowiedzi napięciowe jak na rysunku 6. Różnią się one, często bardzo, kształtem od odpowiedzi modelu (1), zaprezentowanych na rysunku 7.

Dane katalogowe parametrów SC dotyczą różnych warunków pomiarowych. W tabeli 1 są w skrócie przedstawione metody wyznaczania pojemności oraz zastępczej rezystancji szeregowej (ESR) wykorzystywane przez kilku producentów modułów SC o dużych pojemnościach i napięciach nominalnych, przeznaczonych do napędu pojazdów elektrycznych. Problem pomiarów parametrów SC według normy PN-EN 62391-1:2006, a także IEC [10], jest między innymi omówiony w [6].

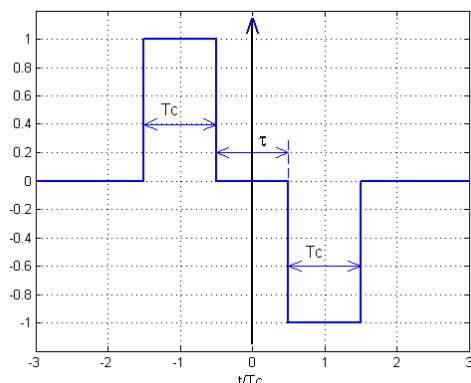
Transformata odpowiedzi napięciowej U_{pp} wynosi

$$(21) \quad U_{pp}(j\omega) = I_{pp}(j\omega)Z_{CC}(j\omega)$$

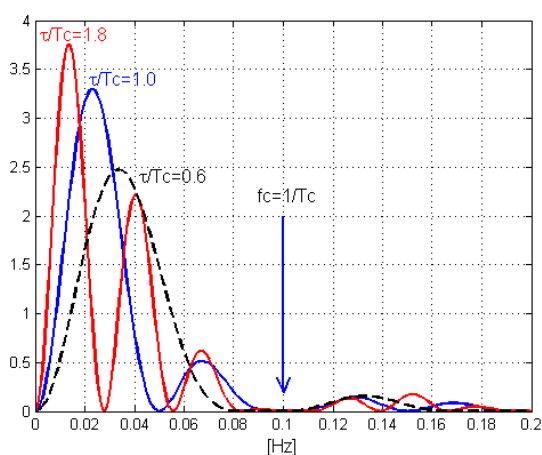
O stratach, związanych z ładowaniem i rozładowaniem decyduje między innymi widmowa gęstość energii prądu $I_{pp}(j\omega)$. Wynosi ona

$$(22) \quad \phi(\omega) = |I_{pp}(j\omega)|^2$$

Dla znormalizowanej jednostkowej amplitudy prądu, czasu trwania hamowania i przyspieszania $T_C=10$ s oraz różnych czasów przerwy τ między tymi impulsami τ widmo energii prezentuje rysunek 9. Czas $T_C=10$ s przyjęto jako typowy czas hamowania i przyspieszania pojazdu.



Rys. 8. Wykres znormalizowanego prądu ładowania i rozładowywania superkondensatora



Rys. 9. Widmo energii impulsów prądu jak na rys. 8 dla czasu $T_C=10$ s

Z wykresu na rysunku 9 wynika, że dominująca część energii impulsów znajduje się w pasmie częstotliwości poniżej $f_c=1/T_C=0.1$ Hz. Jest to pasmo, w którym występuje duża zmienność parametrów SC – rysunek 4. W pasmie tym gęstość energii impulsów prądu w funkcji częstotliwości istotnie zależy także od czasu przerwy między impulsami τ . Należy zwrócić uwagę na to, że czasy T_C oraz τ są związane z dynamiką jazdy pojazdów, która jest inna np. dla tramwaju i elektrycznego samochodu osobowego.

Ponadto przebiegi napięcia SC bardzo zależą od stanu początkowego, który wynika z historii poprzednich doładowań i rozładowań SC [8]. Związane jest to z procesami relaksacji jonów w podwójnej warstwie elektrycznej. Ich praktyczne wytlumienie następuje po kilku stałych czasowych relaksacji T_r .

Jak wspomniano na wstępie, symulacje przebiegów z wykorzystaniem modeli ułamkowego rzędu można przeprowadzać np. przy użyciu funkcji pakietu FOTF, przeznaczonego do środowiska Matlab [8]. Można na tej drodze między innymi określić zmiany napięcia SC w stosunku do wartości średniej U_{AV} przy pobudzeniu impulsami prądu. W przypadku zerowego stanu początkowego tych zmian dla symulacji odpowiedzi napięciowej SC na pobudzenie impulsami prądowymi należy określić:

- dyskretny wektor zmiennej czasowej t ,

- odpowiadający mu wektor wymuszenia prądowego I_{pp} ,
- funkcję przenoszenia G_{CC} , którą tworzy się przy użyciu funkcji *fof* na podstawie współczynników impedancji Z_{CC} .

Wektor odpowiedzi na wymuszenie U_c określa się na podstawie funkcji

$$(23) \quad U_c = lsim(G_{CC}, I_{pp}, t)$$

Wyniki symulacji napięcia SC mogą stanowić podstawę do obliczenia strat podczas ładowania i rozładowywania SC, a następnie sprawności tej operacji. Obliczenia energii dostarczonej E_1 i od niego odebranej E_2 można dokonać przez całkowanie iloczynu prądu i napięcia, analogicznie jak na podstawie zależności (14) i (15).

Częstotliwościowa metoda określania strat energii

Dla wykonania symulacji przebiegu napięcia na SC przy pobudzeniu impulsami jak na rysunku 8 należy uprzednio pomierzyć punkty charakterystyki częstotliwościowej impedancji SC, a następnie aproksymować ją przez dobór współczynników równania opisującego Z_{CC} . To ostatnie zadanie wymaga przygotowania odpowiedniego programu optymalizującego, bazującego np. na minimalizacji wskaźnika jakości (5). W praktyce wykonanie tych wszystkich zadań może stanowić barierę, zniechęcającą do użycia opisanej metody.

Dla ominięcia tego problemu autorzy zaproponowali określenie strat w SC dla przypadku okresowego pobudzenia okresową falą prądową, symulującą ciąg hamowań i przyspieszeń pojazdu, przedstawioną w znormalizowanej postaci na rysunku 5. Proponowana metoda jest metodą częstotliwościową.

Dla opisanego widma częstotliwościowego okresowej fali, jak na rysunku 5, przyjmijmy współczynnik

$$(24) \quad \alpha = \frac{T_c}{T_p} = \frac{T_c}{2(T_c + \tau)}$$

gdzie T_p jest okresem fali prądowej. Szereg Fouriera, opisujący prąd $i_{pp}(t)$ o amplitudzie I_0 , można zapisać jako

$$(25) \quad i_{pp}(t) = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} i_{ppk}(t) = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{k2\pi}{T_p} t\right)$$

gdzie

$$(26) \quad b_k = \begin{cases} \frac{-4\cos[k\pi(0.5-\alpha)]}{k\pi} & \text{dla } k = 1, 3, 5 \dots \\ 0 & \text{dla } k = 2, 4, 6 \dots \end{cases}$$

Dla obliczania strat SC przy pobudzeniu tego rodzaju falą potrzebna jest znajomość wartości impedancji SC dla częstotliwości podstawowej i harmonicznymi fali prądowej. Należy zwrócić uwagę na to, że składowe widma prądu oraz impedancja SC maleją wraz ze wzrostem częstotliwości. To umożliwia ograniczenie obliczeń, związanych ze stratami podczas ładowania i rozładowywania SC do pewnej początkowej liczby harmonicznymi.

Przyjmijmy oznaczenia dla impedancji SC w k-tym punkcie częstotliwościowym

$$(27) \quad |Z_{ck}| = \left| Z_{CC} \left(\frac{k2\pi}{T_p} \right) \right|$$

$$(28) \quad \varphi_{ck} = \arg \left[Z_{CC} \left(\frac{k2\pi}{T_p} \right) \right]$$

Napięcie na kondensatorze można wyrazić zależnością

$$(29) \quad u_c(t) = U_{AV} + I_0 \sum_{k=1}^{\infty} b_k |Z_{ck}| \sin\left(\frac{k2\pi}{T_p} t + \varphi_K\right)$$

Energia E_1 dostarczona w pierwszym półokresie (ładowanie) wynosi

$$(30) \quad E_1 = \int_{-\frac{T_p}{2}}^0 i_{pp}(t) u_c(t) dt$$

zaś energia E_2 , oddana w drugim półokresie

$$(31) \quad E_2 = - \int_0^{\frac{T_p}{2}} i_{pp}(t) u_c(t) dt$$

Po podstawieniu odpowiednich funkcji i całkowaniu uzyskuje się

$$(32) \quad E_1 = Q_0 U_{AV} + \frac{E_s}{2}$$

$$(33) \quad E_2 = Q_0 U_{AV} - \frac{E_s}{2}$$

gdzie E_s jest energią strat ciepłych w całym cyklu przeładowania. Można ją powiązać z sumą składowych mocy czynnej P_k dla poszczególnych harmonicznych prądu i napięcia. Składowe te wynoszą

$$(34) \quad P_k = \frac{1}{2} I_0^2 b_k^2 |Z_{ck}| \cos(\varphi_k)$$

zaś energia strat w całym cyklu T_p jest równa

$$(35) \quad E_s = T_p \sum_{k=1}^{\infty} P_k$$

Wyniki pomiarów strat w superkondensatorach

Dla weryfikacji doświadczalnej przedstawionych powyżej zależności wykonano badania strat energii podczas przeładowania SC. Do prezentacji tych badań wytypowano SC o charakterystykach częstotliwościowych, przedstawionych na rysunku 2. Jak wspomniano, charakterystyki te w różnym stopniu odbiegają od charakterystyk modeli pierwszego rzędu (1).

Rysunek 5 prezentuje wyniki symulacji odpowiedzi napięciowej wspomnianych SC, przeprowadzonej na podstawie modeli (6) i (7). Średni kwadratowy względny błąd symulacji napięcia SC względem przebiegów rzeczywistych w obu przypadkach wynosi 1%. Prezentowane wyniki dotyczą stanu po wytłumieniu się początkowych aperiodycznych składowych nieustalonych napięcia SC, występujących po starcie fali impulsów prądu.

Tabela 2 przedstawia porównanie wyników określania energii ładowania E_1 i energii rozładowania E_2 oraz obliczonej na tej podstawie sprawności energetycznej magazynowania energii w SC. Obliczenia zostały wykonane na podstawie przebiegów prądu $i_{pp}(t)$ i zmierzonego napięcia $u_c(t)$ oraz metodą częstotliwościową na podstawie zależności (32) – (35). Różnice określania energii i sprawności pomiędzy obiema metodami są w praktyce do pominięcia.

W przypadku obliczeń sprawności SC o pojemności 0,47F przy zastosowaniu modelu (1) na bazie ESR dla 1kHz otrzymano dla tych samych warunków wartość sprawności 86%. Odpowiada to oszacowaniu strat ponad dwa razy mniejszych niż występują one w rzeczywistości. W przypadku prezentowanej pojemności 10 F analogiczny wynik wynosi 94% i także jest wyższy od rzeczywistego. Jak już zaznaczono poprzednio, model (1) może posłużyć do jedynie do określenia ogólnych zależności tych strat przy zmianach parametrów hamowania i przyspieszania. Otrzymane w ten sposób wyniki należy traktować jakościowo, a nie ilościowo.

Podsumowanie

Przedstawione rozważania i badania dotyczą zastosowania superkondensatorów w hybrydowych magazynach energii pojazdów elektrycznych. Najważniejszym wnioskiem na ich podstawie jest silna zależność strat energetycznych w SC od ich parametrów dynamicznych oraz dynamiki jazdy w warunkach hamowania i przyspieszania pojazdu. Parametry SC podawane przez wytwórców jako dane techniczne nie zawsze są w tym przypadku wystarczające.

Dla zbadania tych strat w różnych warunkach eksploatacyjnych można przeprowadzić skutecznie obliczenia na podstawie określonych pomiarowo charakterystyk częstotliwościowych impedancji SC oraz widm częstotliwościowego impulsów prądu ładowania i rozładowywania SC.

Autorzy: dr hab. inż. Mirosław Lewandowski, Instytut Elektroenergetyki Politechniki Warszawskiej, pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa Miroslaw.Lewandowski@ee.pw.edu.pl, dr hab. inż. Marek Orzyłowski, Instytut Technologii Informatycznych Społecznej Akademii Nauk, ul. Sienkiewicza 9, 90-113 Łódź, Marek.Orzyłowski@gmail.com, mgr inż. Maciej Wieczorek, Instytut Elektroenergetyki Politechniki Warszawskiej, pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa,

LITERATURA

- [1] Hu X, Murgovski N, Johannesson LM, Egardt B. *Comparison of three electrochemical energy buffers applied to a hybrid bus powertrain with simultaneous optimal sizing and energy management*, Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014; 15:1193–205, <http://dx.doi.org/10.1109/TITS.2013.2294675>
- [2] Wieczorek M., Lewandowski M., *A mathematical representation of an energy management strategy for hybrid energy storage system in electric vehicle and real time optimization using a genetic algorithm*, Applied Energy, 192 (2017) pp. 222–233, DOI: 10.1016/j.apenergy.2017.02.022
- [3] Lewandowski M., Orzyłowski M., Buze A., *Straty mocy w zasobniku energii dla linii tramwajowej*, Przegląd Elektrotechniczny, R.92, Nr 12/2016, str. 289-295, ISSN 0033-2097
- [4] Dzieliński A., Sarwas G., Sierociuk D., *Comparison and Validation of Integer and Fractional Order Ultracapacitor Models*, Advances in Difference Equations, Springer, 2011:11, doi:10.1186/1687-1847-2011-11
- [5] Lewandowski M., Orzyłowski M., *Zastosowanie rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu do modelowania dynamiki superkondensatorów*, Przegląd Elektrotechniczny, R.90, Nr 8/2014, str. 13-17, ISSN 0033-2097
- [6] Lewandowski M., Orzyłowski M., *Fractional-order models: The case study of the supercapacitor capacitance measurement*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, Vol. 65, Issue 4 (Aug 2017), pp. 449-457
- [7] Monje, C.A., Chen, Y., Vinagre, B.M., Xue, D., Feliu-Battle, V., *Fractional-Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*, Springer, 2010, DOI: 10.1007/978-1-84996-335-0
- [8] Yang Quan Chen, Ivo Petras and Dingyu Xue, *Fractional Order Control – A Tutorial*, 2009 American Control Conference Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, MO, USA, June 10-12, 2009
- [9] Déjardin, J-L., Jadzyn J., *Determination of the nonlinear dielectric increment in the Cole-Davidson model*, The Journal of Chemical Physics 125, 114503, 2006, DOI: 10.1063/1.2346378
- [10] International Standard IEC 62391-1:2006 *Fixed electric double-layer capacitors for use in electronic equipment*, Part 1: Generic Application, IEC 2006