

Właściwości układu bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej przy uwzględnieniu odkształceń prądów

Streszczenie. W artykule przedstawiono model szeregowo-szeregowego układu bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej, który pozwala na określenie wpływu falownika mostkowego i prostownika mostkowego na właściwości i sprawność układu. Model uwzględnia odkształcenia prądów układu narastające wraz ze wzrostem współczynnika sprzężenia magnetycznego pomiędzy cewkami. Został on wykorzystany do optymalizacji parametrów układu ze względu na maksymalizację jego sprawności. Poprawność opracowanego modelu została zweryfikowana laboratoryjnie.

Abstract. The paper presents a model of serial-serial wireless power transfer system (WPT), which allows to determine the influence of bridge inverter and bridge rectifier on system properties and efficiency. The model takes into account the distortions of system currents growing with the increase of the magnetic coupling coefficient between the coils. It was used to optimize the system parameters due to the maximization of its efficiency. The correctness of the developed model has been verified in the laboratory. (**Properties of wireless power transfer system with consideration of current distortion.**)

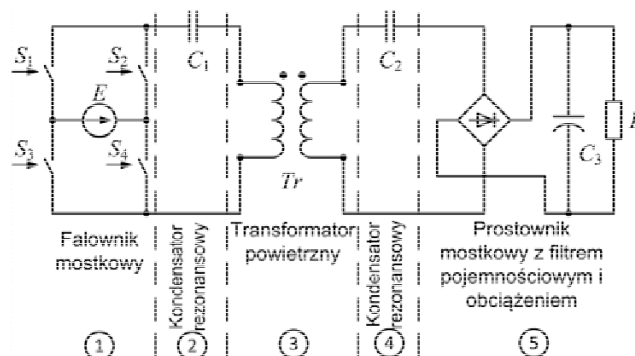
Słowa kluczowe: bezprzewodowy przesył energii elektrycznej, optymalizacja, obwody rezonansowe, modelowanie numeryczne
Keywords: wireless power transfer of electrical energy, optimization, resonant circuits, numerical modelling

Wstęp

Badania związane z bezprzewodowym przesyłem energii elektrycznej (WPT – wireless power transfer) zostały zapoczątkowane w XIX wieku. Przykładem jednej z pierwszych prób zrealizowania układu WPT był projekt opisany w patencie N. Tesli [1]. Obecnie, ze względu na oczywistą atrakcyjność układów WPT, opracowywane są ich rozwiązania o różnych konstrukcjach, mocach i zakresach zastosowań, np. [2], [3], [4].

Układy WPT mogą wykorzystywać różne zjawiska fizyczne. W przypadku bezpośredniego przesyłu energii elektrycznej najczęściej stosowane są cewki powietrzne sprzężone magnetycznie, tworzące transformator powietrzny. W literaturze przedstawiane są układy WPT złożone z transformatorów powietrznych oraz szeregowo lub równolegle dołączonych do nich dodatkowych kondensatorów [5], które poprawiają ich właściwości przy słabszym sprzężeniu magnetycznym. Z kolei przy bardzo silnym sprzężeniu możliwe jest wykorzystanie wyłącznie transformatora powietrznego [6]. Możliwe jest również stosowanie bardziej rozbudowanych układów, np. układ z dodatkową niesprężoną magnetycznie cewką [7] lub układ kaskady WPT [8]. W artykułach zwraca się uwagę na problemy z dokładnością opracowanych modeli, szczególnie w odniesieniu do układów z silnym sprzężeniem magnetycznym, np. w [9]. W literaturze znajdują się opisy metod projektowania układów WPT z różnego rodzaju przekształtnikami, np. falownikiem klasy DE i z prostownikiem klasy E [10], falownikiem klasy DE i z prostownikiem mostkowym [11] lub falownikiem klasy D bez prostownika (obciążenie rezystancyjne) [12]. Większość prezentowanych metod projektowania opiera się wyłącznie na analizie podstawowej harmonicznej (przebiegach sinusoidalnych) oraz istotnym uproszczeniu względem odbiornika, który zastępowany jest rezystorem w obwodzie zmiennoprądowym. W literaturze nie znaleziono wyników analizy przedstawiającej wpływ odkształceń (wyższych harmonicznych) prądów na właściwości układu WPT z szeregowo dołączonymi kondensatorami (rys.1), które powodowane są przez falownik mostkowy (po stronie zasilania) i prostownik mostkowy z filtrem pojemnościowym (po stronie odbiornika). Cechą charakterystyczną obu wspomnianych przekształtników są w przybliżeniu prostokątne przebiegi napięć, odpowiednio na ich wyjściu i wejściu. Tego typu układ WPT jest predysponowany do przesyłu względnie dużych mocy (powyżej kilkudziesięciu

watów) [5]. Jego uproszczona analiza, obejmująca wyłącznie podstawową harmoniczną, jest uzasadniona w przypadku, gdy prądy płynące w uzwojeniach (cewkach) transformatora są słabo odkształcone. Ma to miejsce wtedy, gdy współczynnik sprzężenia magnetycznego ma małą wartość (mniejszą niż 0,7). Ze wzrostem sprzężenia magnetycznego pojawiają się wyższe harmoniczne prądów, które mogą m.in. powodować obniżenie sprawności układu. Novum niniejszego artykułu jest przedstawienie wpływu odkształceń prądów na właściwości układu WPT szeregowo-szeregowego z falownikiem mostkowym po stronie zasilania oraz z prostownikiem mostkowym po stronie odbiornika (rys.1).



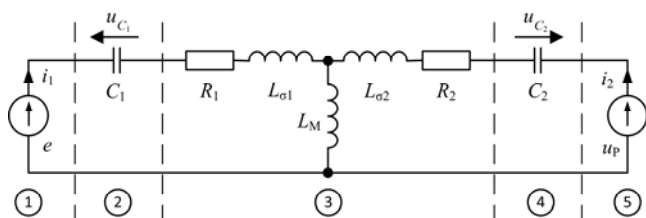
Rys. 1. Schemat ogólny układu WPT szeregowo-szeregowego z falownikiem i prostownikiem o strukturach mostka

W artykule przedstawiono model układu WPT, bazujący na równaniach stanu, oraz opisano metodę wyznaczania rozwiązania dla stanu ustalonego. Model użyto do optymalizacji parametrów układu i porównania wyników z otrzymanymi dla analizy uproszczonej, uwzględniającej jedynie podstawową harmoniczną (metoda uproszczona – [5]). Poprawność opracowanego modelu zweryfikowano laboratoryjnie.

Model podstawowy układu

Ogólny schemat układu WPT szeregowo-szeregowego przedstawiono na rysunku 1. Składa się on z zasilanego ze źródła napięcia stałego E falownika mostkowego, który zawiera cztery tranzystory sterowane sygnałami S_1 , S_2 , S_3 i S_4 . W układzie znajdują się kondensatory rezonansowe C_1 i C_2 , połączone szeregowo z cewkami transformatora

powietrznego Tr . Na schemacie zaznaczono również prostownik mostkowy z filtrem pojemnościowym (kondensator C_3) z dołączonym obciążeniem R .



Rys. 2. Schemat uproszczonego układu

Model podstawowy układu WPT bazuje na schemacie uproszczonym zamieszczonym na rysunku 2, w którym zgodnie z zasadą wyodrębnienia, falownik i prostownik zastąpiono odpowiednimi źródłami napięć prostokątnych e oraz u_p . W miejsce transformatora powietrznego Tr wprowadzono jego indukcyjności rozproszenia $L_{\sigma 1}$ i $L_{\sigma 2}$ oraz indukcyjność magnesującą L_M . Dodatkowo zaznaczono rezystory odwzorowujące straty mocy w cewkach (R_1 i R_2), związane z rezystancją drutu nawojowego, zwiększoną na skutek zjawisk naskórkowości i zbliżenia. Parametry transformatora mogą zostać opisane następująco:

$$(1) \quad L_M = k \sqrt{L_1 L_2}, \quad (2) \quad L_{\sigma 1} = L_1 - L_M,$$

$$(3) \quad L_{\sigma 2} = L_2 - L_M, \quad (4) \quad Q_1 = \frac{\omega L_1}{R_1},$$

$$(5) \quad Q_2 = \frac{\omega L_2}{R_2},$$

gdzie: L_1, L_2 – indukcyjności własne cewek transformatora; k – współczynnik sprzężenia magnetycznego cewek Tr ; Q_1, Q_2 – dobroci własne cewek.

Układ równań opisujący schemat z rysunku 1 przyjmuje postać:

$$(6) \quad \begin{cases} e = u_{C_1} + R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + L_M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \\ u_p = u_{C_2} + R_2 i_2 + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + L_M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \\ i_1 = C_1 \frac{du_{C_1}}{dt} \\ i_2 = C_2 \frac{du_{C_2}}{dt} \end{cases}$$

W celu uzyskania opisu uogólnionego wprowadzono parametry względne. Za parametry odniesienia posłużyły: E, R, I , gdzie: E – napięcie zasilania falownika z zaworami idealnymi, R – rezystancja odbiornika podłączoną do zacisków idealnego prostownika, I – stosunek E i R . Na tej podstawie zdefiniowano następujące wielkości względne:

$$(7) \quad \dot{e} = \frac{e}{E}, \quad (8) \quad \dot{u}_p = \frac{u_p}{E},$$

$$(9) \quad \dot{u}_{C_1} = \frac{u_{C_1}}{E}, \quad (10) \quad \dot{u}_{C_2} = \frac{u_{C_2}}{E},$$

$$(11) \quad \dot{i}_1 = \frac{i_1}{I}, \quad (12) \quad \dot{i}_2 = \frac{i_2}{I},$$

$$(13) \quad \dot{X}_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1 R}, \quad (14) \quad \dot{X}_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2 R},$$

$$(15) \quad \dot{R}_1 = \frac{R_1}{R}, \quad (16) \quad \dot{R}_2 = \frac{R_2}{R},$$

$$(17) \quad \dot{X}_{L_{\sigma 1}} = \frac{\omega L_{\sigma 1}}{R}, \quad (18) \quad \dot{X}_{L_{\sigma 2}} = \frac{\omega L_{\sigma 2}}{R},$$

$$(19) \quad \dot{X}_{L_2} = \frac{\omega L_2}{R}, \quad (20) \quad \dot{X}_{L_1} = \frac{\omega L_1}{R},$$

$$(21) \quad \dot{X}_{L_M} = \frac{\omega L_M}{R}, \quad (22) \quad \theta = 2\pi ft,$$

gdzie f jest częstotliwość przełączeń falownika. Zależności (7)-(22) umożliwiają przekształcenie układu równań (6) do układu równań względnych oraz jego uporządkowanie w postaci równania zmiennych stanu:

$$(23) \quad \frac{dx}{d\theta} = Ax(\theta) + Bu(\theta),$$

gdzie:

$$(24) \quad \frac{dx}{d\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\frac{di_1}{d\theta}} \\ \dot{\frac{di_2}{d\theta}} \\ \dot{\frac{du_{C_1}}{d\theta}} \\ \dot{\frac{du_{C_2}}{d\theta}} \end{bmatrix}, \quad (25) \quad x(\theta) = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{u}_{C_1} \\ \dot{u}_{C_2} \end{bmatrix},$$

$$(26) \quad u(\theta) = \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{u}_p \end{bmatrix},$$

$$(27) \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{R}_1}{\dot{X}_{L_x}} & \frac{\dot{R}_2 \dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 2}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_x}} & -\frac{1}{\dot{X}_{L_x}} & \frac{\dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 2}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_x}} \\ \frac{\dot{R}_1 \dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 1}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_y}} & -\frac{\dot{R}_2}{\dot{X}_{L_y}} & \frac{\dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 1}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_y}} & -\frac{1}{\dot{X}_{L_y}} \\ \dot{X}_{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{X}_{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(28) \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{X}_{L_x}} & -\frac{\dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 2}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_x}} \\ -\frac{\dot{X}_{L_M}}{(\dot{X}_{L_{\sigma 1}} + \dot{X}_{L_M}) \dot{X}_{L_y}} & \frac{1}{\dot{X}_{L_y}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(29) \quad \dot{X}_{L_x} = \dot{X}_{L_{\sigma 1}} + \dot{X}_{L_M} - \frac{\dot{X}_{L_M}^2}{\dot{X}_{L_{\sigma 2}} + \dot{X}_{L_M}}, \quad (30) \quad \dot{X}_{L_y} = \dot{X}_{L_{\sigma 2}} + \dot{X}_{L_M} - \frac{\dot{X}_{L_M}^2}{\dot{X}_{L_{\sigma 1}} + \dot{X}_{L_M}},$$

x – względny wektor zmiennych stanu, u – względny wektor wejść, A – względna macierz stanu, B – względna macierz wejść. Uzyskane równanie zmiennych stanu (23) posłuży do dalszych obliczeń macierzowych.

Stosując regułę wyodrębnienia należy odpowiednio określić parametry opisujące źródła napięć prostokątnych związane z falownikiem i prostownikiem. Parametrami tymi są wartości maksymalne tych napięć oraz parametr θ_x określający przesunięcie fazowe pomiędzy napięciami źródeł. Parametr θ_x wynika z warunku, dla którego źródło napięcia prostokątnego u_p stanowi wyłącznie odbiornik energii – wartości chwilowe prądu i_2 oraz napięcia u_p są zawsze przeciwne.

Napięcie \dot{e} określono jako:

$$(31) \quad \dot{e} = \begin{cases} 1 & \theta \in \langle 0, \theta_x \rangle \cup \langle \pi + \theta_x, 2\pi \rangle \\ -1 & \theta \in \langle \theta_x, \pi + \theta_x \rangle \end{cases}$$

Oznaczając jako U_p wartość napięcia stałego na odbiorniku, korzystając z warunku, że wartość ta jest jednocześnie iloczynem średniego prądu wyprostowanego

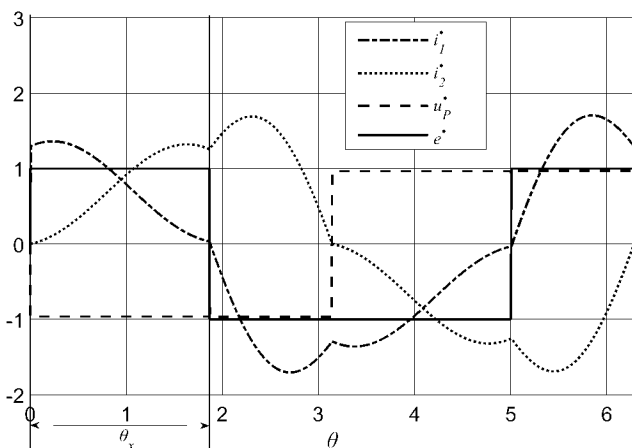
I_{2av} oraz rezystancji odbiornika R , w zapisie względnym uzyskuje się:

$$(32) \quad \dot{U}_p = \frac{U_p}{E} = \frac{-I_{2av} R}{E} = -I_{2av} \dot{}$$

gdzie I_{2av} jest wartością średnią z bezwzględnej wartości prądu i_2 . Równanie (32) wprowadza do modelu konieczne uzależnienie od pominiętej dotychczas rezystancji odbiornika R . Napięcia u_p opisane jest następująco:

$$(33) \quad u_p = \begin{cases} -\dot{U}_p & \theta \in \langle 0, \pi \rangle \\ \dot{U}_p & \theta \in \langle \pi, 2\pi \rangle \end{cases}$$

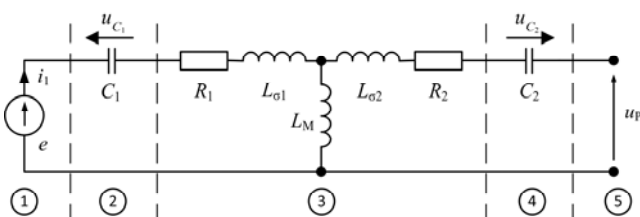
Sposób wyznaczania stanu ustalonego oraz algorytm dokonywania obliczeń omówiono w dalszej części artykułu. Przykładowe wyniki obliczeń uzyskane z wykorzystaniem modelu podstawowego układu WPT przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Wybrane przebiegi dla modelu podstawowego ($k=0,7$, $Q_1=Q_2=100$, $X_{C_1}=X_{C_2}=X_{L_1}=X_{L_2}=1,158$)

Model rozszerzony układu

Przedstawiony model podstawowy nie uwzględnia przypadków, dla których występuje nieprzewodzenie diod prostownika. Dlatego należy go uzupełnić o dodatkowe równanie stanu, które będzie stosowane naprzemiennie z równaniem stanu modelu podstawowego. W zakresie objętym badaniami ($k \in \langle 0,1, 0,9 \rangle$) występują przypadki z jednym lub dwoma przedziałami, dla których prąd prostownika nie przepływa i model podstawowy musi zostać zmodyfikowany. Nieprzewodzeniu diod prostownika odpowiada schemat przedstawiony na rysunku 4. Należy zauważyć, że dla większych wartości współczynnika sprzężenia magnetycznego oraz specyficznych wartości parametrów układu mogą również wystąpić przypadki z więcej niż dwoma przedziałami nieprzewodzenia diod. Są one jednak poza zakresem niniejszego artykułu.



Rys. 4. Schemat uproszczony układu dla nieprzewodzących diod

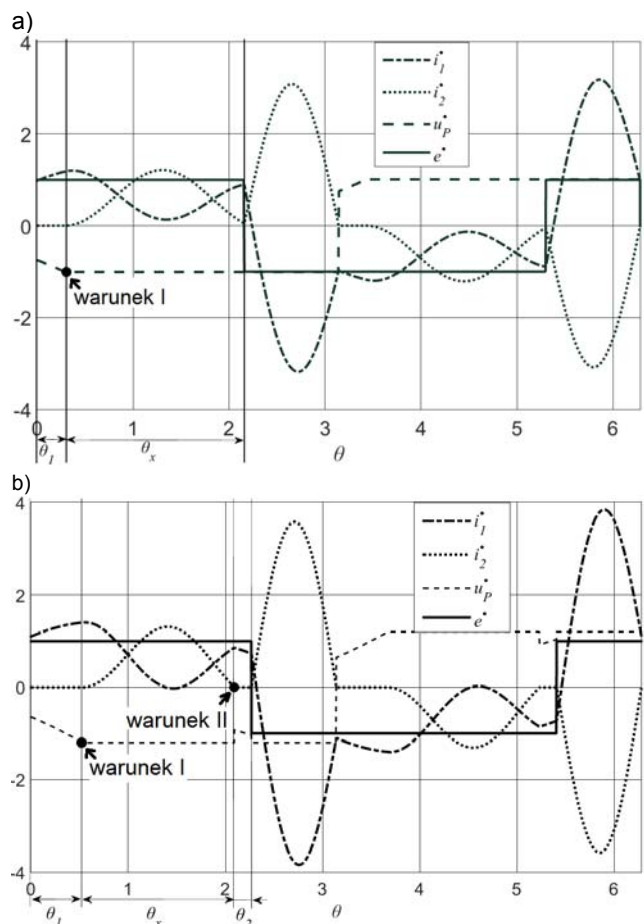
Macierze równania stanu będące rozszerzeniem modelu podstawowego są następujące:

$$(34) \quad A_\theta = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{R}_1}{X_{L_{01}} + X_{L_M}} & 0 & -\frac{1}{X_{L_{01}} + X_{L_M}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(35) \quad B_\theta = \begin{bmatrix} 1 \\ X_{L_{01}} + X_{L_M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Powyższe macierze rozszerzono o zerowe wiersze i kolumny, zachowując wymiar wektora zmiennych stanu. Wektor wejść (36) ma tylko jeden parametr:

$$(36) \quad u_\theta(\theta) = \begin{bmatrix} \dot{e} \end{bmatrix}$$



Rys. 5. Wybrane przebiegi: a) jeden przedział nieprzewodzenia diod ($k=0,8$, $Q_1=Q_2=100$, $X_{C_1}=X_{C_2}=X_{L_1}=X_{L_2}=1,013$), b) dwa przedziały nieprzewodzenia diod ($k=0,92$, $Q_1=Q_2=200$, $X_{C_1}=X_{C_2}=X_{L_1}=X_{L_2}=0,978$)

W celu właściwego odwzorowania pracy układu WPT posłużono się dwoma dodatkowymi parametrami (θ_1, θ_2), związanymi z odpowiednimi przedziałami nieprzewodzenia diod prostownika, uzyskując:

$$(37) \quad \dot{e} = \begin{cases} 1 & \theta \in < 0, \theta_1 + \theta_x + \theta_2 > \cup \\ & \cup < \pi + \theta_1 + \theta_x + \theta_2, 2\pi > \\ -1 & \theta \in < \theta_1 + \theta_x + \theta_2, \pi + \theta_1 + \theta_x + \theta_2 > \end{cases}$$

$$(38) \quad \dot{u}_p = \begin{cases} \frac{di_1}{d\theta} X_{L_M} + u_{C_2} & \theta \in < 0, \theta_1 > \cup \\ & \cup < \theta_1 + \theta_x, \theta_1 + \theta_x + \theta_2 > \cup \\ & \cup < \pi, \pi + \theta_1 > \cup \\ & \cup < \pi + \theta_1 + \theta_x, \pi + \theta_1 + \theta_x + \theta_2 > \\ -\dot{U}_p & \theta \in < \theta_1, \theta_1 + \theta_x > \cup \\ & \cup < \theta_1 + \theta_x + \theta_2, \pi > \\ \dot{U}_p & \theta \in < \pi + \theta_1, \pi + \theta_1 + \theta_x > \cup \\ & \cup < \pi + \theta_1 + \theta_x + \theta_2, 2\pi > \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(rys. 4)} \\ \text{(rys. 2)} \\ \text{(rys. 2)} \end{matrix}$$

Jeżeli występuje tylko jeden przedział nieprzewodzenia diod prostownika, to wówczas parametr θ_2 jest równy zero. Wartości parametrów θ_1 oraz θ_2 wyznaczone są na podstawie dodatkowych warunków. Obliczenia prowadzone są dla półokresu pracy układu ($\theta \in < 0, \pi >$). Pierwszy warunek (warunek I – rys. 5a i 5b) stanowi zależność opisująca źródło \dot{u}_p dla pierwszego przedziału nieprzewodzenia diod, która dla $\theta = \theta_1$ powinna wynosić $-\dot{U}_p$.

Drugi warunek (warunek II – rys. 5b) obliczany jest w przypadku wystąpienia drugiego przedziału nieprzewodzenia diod. Jest nim zależność opisująca prąd i_2 , która dla $\theta = \theta_1 + \theta_x$ powinna wynosić zero.

W celu zilustrowania działania modelu rozszerzonego układu WPT na rysunkach 5a i 5b zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń, zaznaczając przedziały nieprzewodzenia diod θ_1 oraz θ_2 .

Stan ustalony

W stanie ustalonym szczególne rozwiązanie równania stanu (23) przyjmuje postać:

$$(39) \quad x(\theta) = e^{A\theta} x_a + (e^{A\theta} - 1)A^{-1}Bu,$$

gdzie x_a jest wektorem warunków początkowych zmiennych stanu, a u wektorem wejść, który nie zmieniają swoich wartości podczas obowiązywania rozpatrywanego przedziału. Analogiczne rozwiązania można zapisać dla przedziałów nieprzewodzenia diod. Wyjaśnienie sposobu wyznaczania wektorów warunków początkowych przedstawiono dla przypadku układ WPT pracującego z dwoma przedziałami nieprzewodzenia diod.

Wektory warunków początkowych zmiennych stanu dla poszczególnych przedziałów oznaczono odpowiednio jako $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}$. Utworzono układ równań (40) opisujący związki na granicach poszczególnych przedziałów, korzystając z faktu, że dla połowy okresu wartości wektora zmiennych stanu są zanegowanymi wartościami wektora x_I :

$$(40) \quad \begin{cases} x_{II} = e^{A_0\theta_1} x_I + (e^{A_0\theta_1} - 1)A_0^{-1}B_0 u_I \\ x_{III} = e^{A\theta_x} x_{II} + (e^{A\theta_x} - 1)A^{-1}Bu_{II} \\ x_{IV} = e^{A_0\theta_2} x_{III} + (e^{A_0\theta_2} - 1)A_0^{-1}B_0 u_{III} \\ x_I = -e^{A\theta_y} x_{IV} - (e^{A\theta_y} - 1)A^{-1}Bu_{IV} \\ \theta_y = \pi - \theta_1 - \theta_x - \theta_2 \end{cases}$$

Przekształcając układ równań (40), uzyskuje się:

$$(41) \quad \begin{aligned} x_I &= (1 + e^{A\theta_x} e^{A_0\theta_2} e^{A\theta_2} e^{A_0\theta_1})^{-1} \cdot \\ &\cdot [-(e^{A\theta_x} e^{A_0\theta_3} e^{A\theta_2} (e^{A_0\theta_1} - 1)A_0^{-1}B_0 u_I) - \\ &- (e^{A\theta_x} e^{A_0\theta_3} (e^{A\theta_2} - 1)A^{-1}Bu_{II}) - \\ &- (e^{A\theta_x} (e^{A_0\theta_3} - 1)A_0^{-1}B_0 u_{III}) - ((e^{A\theta_x} - 1)A^{-1}Bu_{IV})] \end{aligned}$$

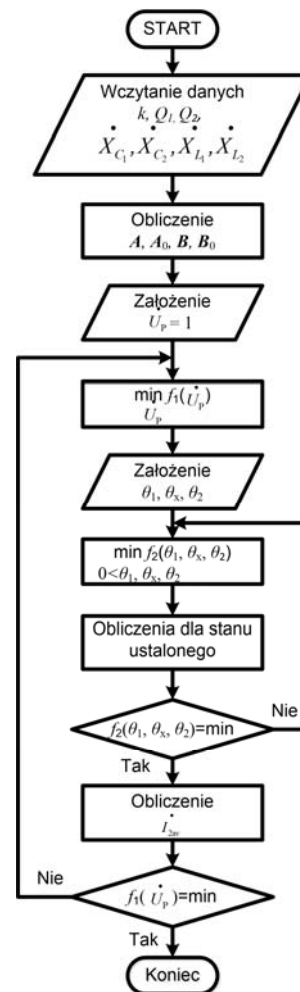
Kolejne wartości wektorów warunków początkowych dla stanu ustalonego mogą zostać obliczone na podstawie (40).

Ponieważ w macierzach A_0 (34) i B_0 (35) znajdują się zerowe wiersze i kolumny, dlatego w obliczeniach numerycznych zamiast macierzy odwrotnych wykorzystano macierze pseudoodwrotne (Moore-Penrose pseudoinverse matrix).

Algorytm obliczeń

Opisany model podstawowy i rozszerzony oraz sposób wyznaczania stanu ustalonego są odpowiednio wykorzystywane do wyznaczania właściwości (m.in. przebiegów napięć i prądów oraz sprawności) układu WPT. Wyjaśnia to algorytm obliczeniowy przedstawiony na rysunku 6. Po wczytaniu danych obliczane są elementy macierzy A (27) i B (28) oraz A_0 (34) i B_0 (35) oraz zakłada się wartość parametru \dot{U}_p . Właściwa wartość tego parametru, która będzie poprawnie odwzorowywać pracę prostownika, zostaje określona przy użyciu procedury optymalizacyjnej `fminsearch`, zaimplementowanej w środowisku Matlab. Na podstawie zależności (32) minimalizowana funkcja przyjmuje postać:

$$(42) \quad f_1(\dot{U}_p) = \left| \frac{\dot{U}_p}{-I_{2av}} - 1 \right|$$



Rys. 6. Algorytm obliczeń

Następnie obliczane są parametry $\theta_1, \theta_x, \theta_2$ z zastosowaniem wewnętrznej procedury optymalizacyjnej `fminsearch`, minimalizując funkcję:

$$(43) \quad f_2(\theta_1, \theta_x, \theta_2) = f_{2a}(\theta_1, \theta_x, \theta_2) + f_{2b}(\theta_1, \theta_x, \theta_2) + f_{2c}(\theta_1, \theta_x, \theta_2).$$

Funkcja f_2 określona jest przez sumę trzech funkcji, które wykorzystują wyniki modelu uzyskiwane dla stanu ustalonego. Funkcja f_{2a} (44) związana jest z warunkiem działania modelu podstawowego.

$$(44) \quad f_{2a}(\theta_1, \theta_x, \theta_2) = \left| \dot{i}_2(0) \right|$$

Z kolei funkcja f_{2b} (45) opisuje pierwszy warunek modelu rozszerzonego.

$$(45) \quad f_{2b}(\theta_1, \theta_x, \theta_2) = \begin{cases} \left| \frac{d\dot{i}_1}{d\theta}(\theta_1) X_{Lm} + u_{C_2}(\theta_1) + U_p \right| & \theta_1 > 0 \\ 0 & \theta_1 = 0 \end{cases}$$

Drugi warunek modelu rozszerzonego wprowadzony został przez funkcję f_{2c} (46).

$$(46) \quad f_{2c}(\theta_1, \theta_x, \theta_2) = \begin{cases} \left| \dot{i}_2(\theta_1 + \theta_x) \right| & \theta_2 > 0 \\ 0 & \theta_2 = 0 \end{cases}$$

Wyznaczone zgodnie z algorytmem wartości parametrów θ_1 , θ_x , θ_2 i \dot{U}_p charakteryzują właściwości układu WPT dla określonych danych wejściowych.

Właściwości układu

W tym rozdziale przedstawione zostaną wybrane właściwości układu WPT szeregowo-szeregowego uzyskane z zastosowaniem opracowanego modelu. Założono, że parametry cewek sprzężonych są jednakowe, czyli $L = L_1 = L_2$ i $Q = Q_1 = Q_2$ ($Q = 50, 100, 200$) oraz współczynnik sprzężenia magnetycznego k zawiera się w zakresie $\langle 0,1, 0,9 \rangle$. W zależności od wartości przyjętych parametrów układu obserwowano stany pracy bez, z jednym lub z dwoma przedziałami nieprzewodzenia diod prostownika.

Dobór parametrów układu WPT może zostać przeprowadzony na podstawie uproszczonej metody zaprezentowanej w pracy [5]. Metoda ta zapewnia uzyskanie możliwie jak najwyższej sprawności, zakładając jednak sinusoidalne prądy cewek. Względne parametry optymalne wynoszą wówczas:

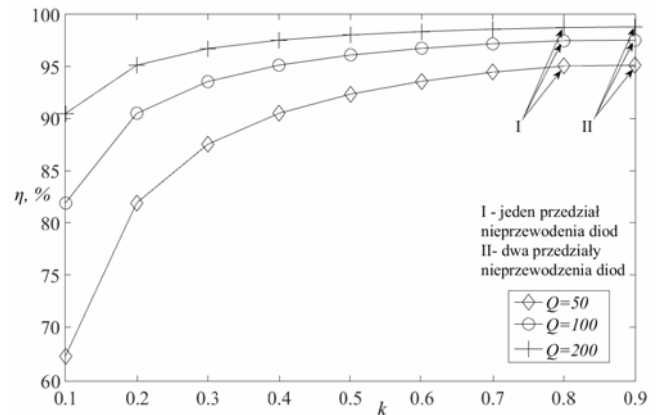
$$(47) \quad \dot{X}_{C_1} = \dot{X}_{C_2} = \dot{X}_{L_1} = \dot{X}_{L_2} = \frac{8}{\pi^2 k}$$

W analogiczny sposób przeprowadzono również optymalizację parametrów układu WPT ze względu na jak najwyższą sprawność, wykorzystując przedstawiony model rozszerzony przy uwzględnieniu odkształceń prądów cewek. Sprawność wyznaczono wykorzystując moce wyjściową i wejściową obliczone dla stanu ustalonego. Dodatkowo (zewnętrznej) optymalizacji, obejmującej algorytm przedstawiony na rysunku 6, dokonano w środowisku Matlab. Odpowiednia funkcja celu została określona następująco:

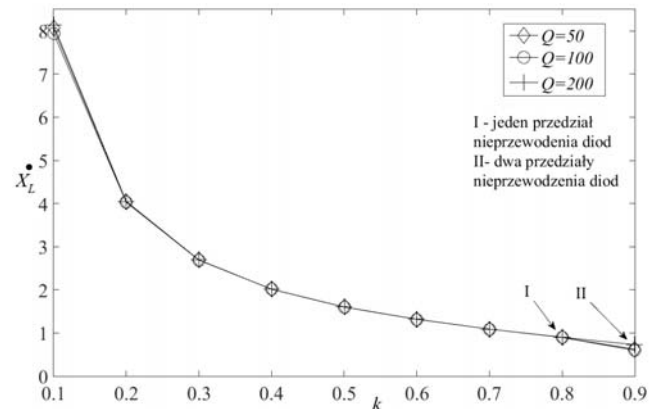
$$(48) \quad f_0(\dot{X}_{C_1}, \dot{X}_{C_2}, \dot{X}_{L_1}) = \frac{1}{\eta - 1}$$

Wyznaczone przykładowe charakterystyki maksymalnej sprawności η oraz względnej optymalnej reaktancji kondensatora \dot{X}_L w funkcji współczynnika k zamieszczono na rysunkach 7 i 8. Wyznaczona sprawność uwzględnia

jedynie straty mocy związane ze stratami w cewkach. Wpływ dobroci na dobór względnej reaktancji kondensatora (rys. 8) jest pomijalny, natomiast wraz ze wzrostem dobroci i współczynnika sprzężenia ulega zwiększeniu sprawność przesyłu. Dodatkowo na rysunkach 7 i 8 zaznaczono punkty, dla których występuje praca prostownika bez, z jednym i z dwoma przedziałami nieprzewodzenia diod.



Rys. 7. Sprawność w funkcji współczynnika sprzężenia



Rys. 8. Względna optymalna reaktancja kondensatora w funkcji współczynnika sprzężenia

Na rysunku 9 przedstawiono przykładową zależność współczynnika THD prądu \dot{i}_1 układu WPT od wartości współczynnika sprzężenia. Współczynnik obliczono zgodnie z zależnością:

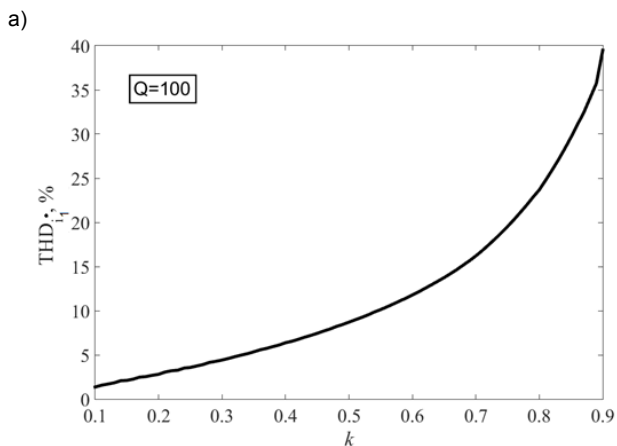
$$(49) \quad \text{THD}_{\dot{i}_1} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \dot{I}_{1k}^2}}{\dot{I}_1}$$

gdzie \dot{I}_{1k} jest wartością skuteczną k-tej harmonicznej prądu \dot{i}_1 .

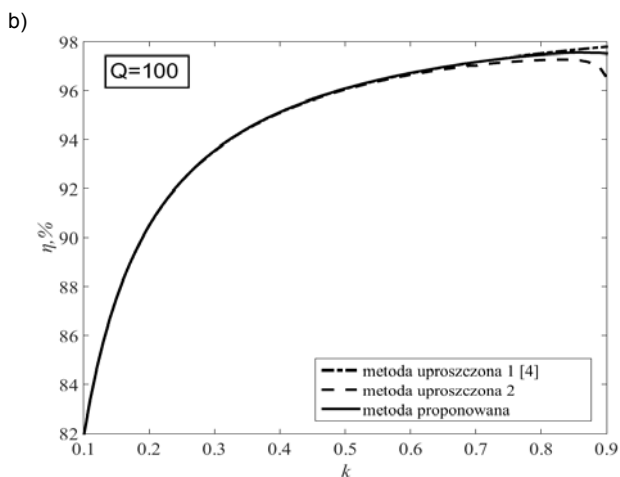
Wzrost sprzężenia magnetycznego powoduje zwiększanie się odkształceń prądu, przy czym zmiany te szczególnie nasilają się dla $k > 0,7$.

Charakterystyki sprawności i względnych reaktancji optymalnych ze względu na sprawność w funkcji współczynnika sprzężenia magnetycznego zamieszczono na rysunkach 10 i 11. Umożliwiają one dobór parametrów układu WPT szeregowo-szeregowego oraz dokonanie porównania wyników uzyskanych na podstawie trzech metod. „Metoda uproszczona 1” nazwano metodą opisaną w pracy [5]. „Metoda uproszczona 2” wykorzystuje

parametry obliczone zgodnie z pracą [5], natomiast do obliczeń sprawności stosowany jest zaproponowany model. Trzecia metoda odnosi się do „metody proponowanej” w ramach niniejszego artykułu. Dla wszystkich metod uzyskano zgodne wyniki w zakresie mniejszych wartości współczynnika sprzężenia, szczególnie dla wartości mniejszych od około 0,7. Z przedstawionych charakterystyk wynika, że pomimo odkształceń prądów cewek, doboru parametrów układu można dokonać na podstawie metody uproszczonej. Jednak ze wzrostem współczynnika sprzężenia magnetycznego sytuacja ulega zmianie i dla $k > 0,7$ metoda proponowana umożliwia poprawę właściwości układu WPT. W skrajnym przypadku ($k = 0,9$) można uzyskać wzrost sprawności o około 1% (rys 10).



Rys 9. Współczynnik THD prądu i_1 w funkcji współczynnika k



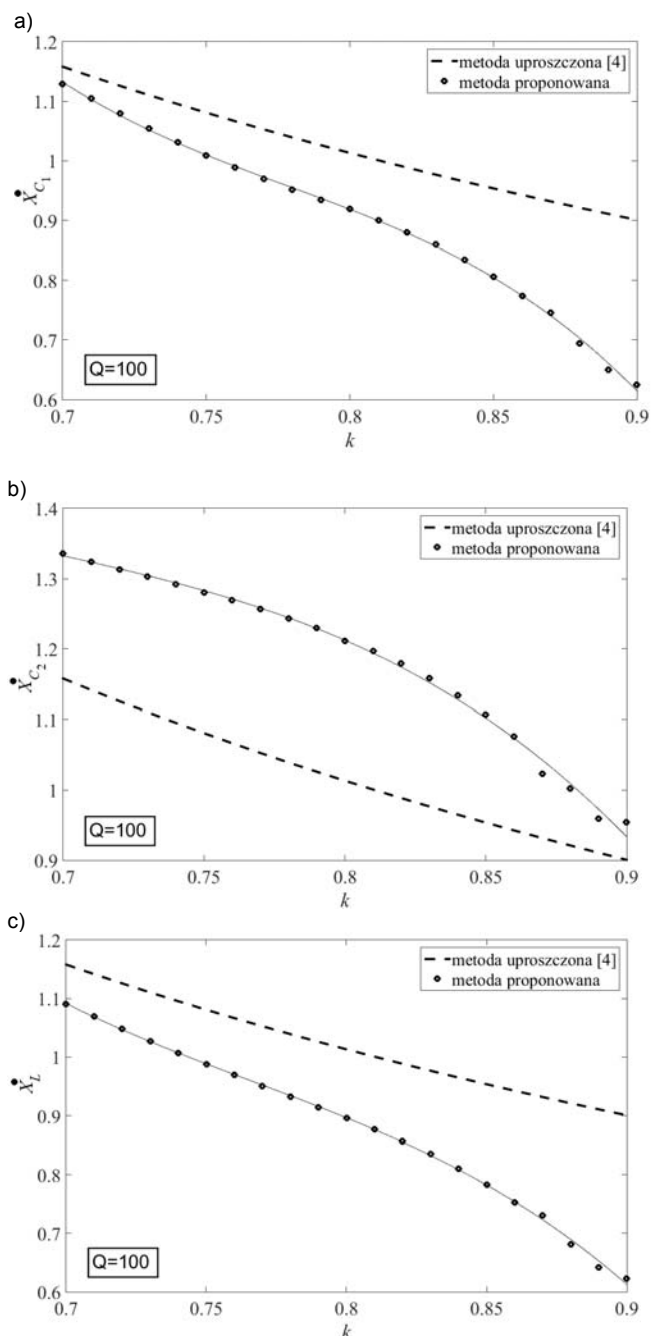
Rys. 10. Sprawność w funkcji współczynnika sprzężenia: a) pełny zakres $\langle 0,1, 0,9 \rangle$ oraz b) ograniczony zakres $\langle 0,7, 0,9 \rangle$

Należy również zauważyć, że dla dużych współczynników sprzężeń ($k \approx 1$) stosowanie dodatkowych kondensatorów rezonansowych może okazać się niecelowe. Nie znajduje to swego wyrazu w zależnościach (47) dla metody uproszczonej [5], zgodnie z którymi wartości reaktancji względnych zdążają do 0,81. Ponadto metoda proponowana umożliwia dokładniejsze scharakteryzowanie właściwości układu WPT, w tym m.in. faktycznych warunków komutacji występujących w falowniku i prostowniku.

Badania laboratoryjne

Dla potwierdzenia poprawności opracowanego modelu układu WPT szeregowo-szeregowego przeprowadzono niezbędne badania laboratoryjne. Układ laboratoryjny

zaprojektowano tak, aby uzyskać wartość parametru \dot{U}_P na poziomie 0,75 oraz 1. Zastosowano falownik mostkowy z tranzystorami MOSFET typu IRFR220NPbF oraz prostownik mostkowy z diodami Schottky'ego typu STPS8H100G. Falownik pracował z częstotliwością 100 kHz i zasilany był napięciem stałym 60 V.



Rys 11. Względne optymalne reaktancje w funkcji współczynnika sprzężenia: a) \dot{X}_{C_1} , b) \dot{X}_{C_2} , c) \dot{X}_L

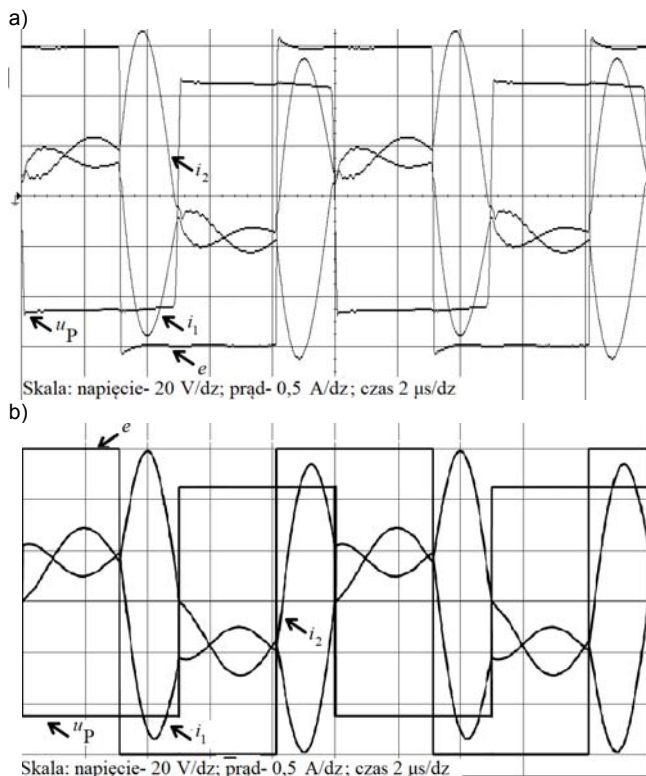
Wstępnie parametry dobrano zgodnie z zależnością (47) dla rezystancji $R = 70 \Omega$ i współczynnika sprzężenia $k = 0,8$. Cewki zostały nawinięte na rurkę plastikową o średnicy 5 cm i umieszczone osiowo obok siebie. Parametry cewek zmierzono za pomocą analizatora impedancji Agilent 4294A przy częstotliwości 100 kHz (tab. 1). W układzie jako kondensatorów rezonansowych użyto kondensatorów foliowych typu MKP. Wybrane wartości elementów biernych zestawiono w tabeli 1.

Podczas pracy układu WPT zmierzono przebiegi napięć oraz prądów falownika (e , i_1) i prostownika (u_p , i_2). Do pomiarów użyto oscyloskopu Agilent MS06034A z sondami napięciowymi typu Agilent N2791A i Tektronix D2220 oraz prądowymi typu Agilent N2774A.

Tabela 1. Parametry układu laboratoryjnego

Nazwa parametru	Oznaczenie	Wartość
Pojemność kondensatora	C_1	18 nF
Pojemność kondensatora	C_2	18 nF
Indukcyjność własna cewki	L_1	140 μ H
Indukcyjność własna cewki	L_2	144 μ H
Współczynnik sprzężenia	k	0,84
Rezystancja cewki (L_1)	R_1	2,88 Ω
Rezystancja cewki (L_2)	R_2	2,90 Ω

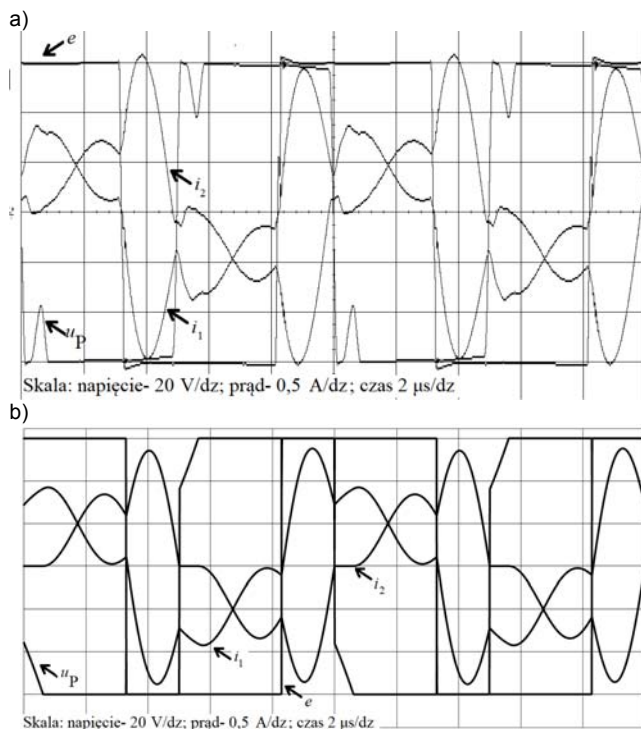
Na rysunku 12 przedstawiono zmierzone i obliczone przebiegi dla układu o parametrach z tabeli 1 oraz rezystancji odbiornika R wynoszącej 67 Ω , spełniając ten sposób warunek $\dot{U}_p = 0,75$. Uzyskano przypadek, dla którego występuje naprzemienne przewodzenie diod prostownika. Opisany model rozszerzony upraszcza się wówczas do modelu podstawowego. Kształty przebiegów zmierzonych i obliczonych są bardzo zbliżone, a różnice spowodowane są przede wszystkim zjawiskami komutacyjnymi występującymi w falowniku i prostowniku.



Rys 12. Przebiegi napięć i prądów – naprzemienne przewodzenie diod prostownika: a) pomiar, b) obliczenia

Na rysunku 13 przedstawiono analogiczne przebiegi, uzyskane po zwiększeniu rezystancji odbiornika ($R = 100 \Omega$ – $\dot{U}_p = 1$). W tym przypadku występuje jeden przedział nieprzewodzenia diod prostownika. Kształty przebiegów zmierzonych i obliczonych są zbliżone. W zmierzonych przebiegach podczas przedziału nieprzewodzenia diod występują charakterystyczne oscylacje związane z występowaniem ich pasożytniczych pojemności łączowych. Oscylacje te istotnie zależą od typu użytych diod. Oczywiście nie występują one w przebiegach

obliczonych. Mimo to, przedział nieprzewodzenia diod prostownika jest prawidłowo odwzorowany.



Rys 13. Przebiegi napięć i prądów – jeden przedział nieprzewodzenia diod prostownika: a) pomiar, b) obliczenia

Dokonano również odpowiednich porównań ilościowych dla przypadków uwzględnionych na rysunkach 12 i 13. Wartości zmierzone metodą oscyloskopową oraz obliczone zestawiono w tabelach 2 i 3. Przedstawione wyniki pozytywnie weryfikują koncepcję i potwierdzają przydatność opracowanego modelu układu WPT szeregowo-szeregowego. Obserwowane rozbieżności, zwłaszcza dotyczące sprawności, wynikają głównie z zastosowania oscyloskopowej metody pomiaru.

Tabela 2. Wartości zmierzone i obliczone – rys. 12

Parametr	Pomiar	Obliczenia
Wartość RMS prądu i_1	675 mA	679 mA
Wartość RMS prądu i_2	785 mA	786 mA
Wartość p-p napięcia e	118,8 V	120 V
Wartość p-p napięcia u_p	90,6 V	90 V
Moc wejściowa	33,7 W	33,62 W
Moc wyjściowa	29,6 W	30,38 W
Sprawność układu	87,8%	90,4%

Tabela 3. Wartości zmierzone i obliczone – rys. 13

Parametr	Pomiar	Obliczenia
Wartość RMS prądu i_1	789 mA	788 mA
Wartość RMS prądu i_2	754 mA	741 mA
Wartość p-p napięcia e	120,6 V	120 V
Wartość p-p napięcia u_p	121,3 V	120 V
Moc wejściowa	38,5 W	39,53 W
Moc wyjściowa	34,4 W	36,10 W
Sprawność układu	89,4%	91,3%

Wnioski

W artykule przedstawiono model układu bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej (WPT) szeregowo-szeregowego, uwzględniając wpływ falownika mostkowego i prostownika mostkowego z filtrem pojemnościowym na odkształcenia prądów. Model ten zastosowano do przeprowadzenia optymalizacji parametrów ze względu na sprawność układu. Zilustrowano

podstawowe właściwości układu w funkcji współczynnika sprzężenia magnetycznego. Wybrane wyniki porównano z wynikami otrzymanymi dla modelu uproszczonego z pracy [5]. Proponowany model zweryfikowano, przeprowadzając badania na stanowisku laboratoryjnym, uzyskując akceptowalną zbieżnością wyników.

Metoda uproszczona, zakładająca sinusoidalne prądy cewek, umożliwia optymalny ze względu sprawność dobór parametrów układu WPT. Jednak ze wzrostem współczynnika sprzężenia magnetycznego rośnie odkształcenie prądów. W celu dokładniejszego scharakteryzowania właściwości i zaprojektowania tego typu układów można zastosować model zaproponowany w ramach niniejszego artykułu.

Dziękuję za niezbędne wsparcie dr hab. inż. Zbigniewowi Kaczmarczykowi, prof. Pol. Śl. oraz mgr inż. Krystianowi Frani. Badania zostały częściowo sfinansowane z projektu Badań Młodych Naukowców BKM-511/RE5/2018.

Autor: mgr inż. Zellner Michał, Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki, Napędu Elektrycznego i Robotyki, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: Michal.Zellner@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Tesla N.: Aparatur for transmitting electrical energy, U.S. patent 1,119,732, 1914
- [2] Barman S.D., Wasif Reza A., Kumar N., Karim M.E., Munir A.B.: Wireless powering by magnetic resonant coupling: Recent trends in wireless power transfer system and its applications, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 51, str. 1525-1552, 2015.
- [3] Vilathgamuwa D. M., Sampath J. P. K.: Wireless Power Transfer (WPT) for Electric Vehicles (EVs) – Present and Future Trends, *Plug in Electric Vehicles in Smart Grids*, Power Systems, Springer, Singapore, str. 33-60, 2015.
- [4] Miśkiewicz R., Moradewicz A., Kaźmierkowski M.P.: Bezstykowy system zasilania z dwukierunkowym przepływem energii dla pojazdów elektrycznych, *Przegląd elektrotechniczny*, nr 08/2011, ISSN 0033-2097, 2011.
- [5] T. Cieśla, Z. Kaczmarczyk, B. Grzesik, M. Stępień: Obwody do przesyłu bezprzewodowego energii elektrycznej, *Elektryka*, Zeszyt 4 (212), Gliwice 2009.
- [6] Zhang Y., Kan T., Yan Z., Mao Y., Wu Z., Mi C. C.: Modelling and Analysis of Series-None Compensation for Wireless Power Transfer Systems with a Strong Coupling, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Early access, Print ISSN: 0885- 8993; Electronic ISSN: 1941-0107, 10 maja 2018.
- [7] Dai X., Li W. Y., Li Y. L., Su Y. G., Tang C. S., Wang Z. H., Sun Y.: Improved LCL resonant network for Inductive Power Transfer system, Emerging Technologies: Wireless Power (WoW) 2015 IEEE PELS Workshop on, str. 1-5, 2015.
- [8] Kaczmarczyk Z., Frania K., Bodzek K., Ruszczyk A.: Metoda projektowania i właściwości wieloodbiornikowej kaskady cewek w zastosowaniu do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 6/2017, ISSN: 0033-2097, 2017.
- [9] Kurs A.: Power Transfer Through Strongly Coupled Resonances, Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [10] Nagashima T., Wei X., Sekiya h.: Analytical Design Procedure for Resonant Inductively Coupled Wireless Power Transfer System With Class-DE Inverter and Class-E Rectifier, *2014 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems*, ISBN: 978-1-4799-5230-4, 2015.
- [11] Mućko J.: Przekształtnik rezonansowy do bezdotykowego transferu energii elektrycznej o jednostkowym współczynniku mocy i międko przełączających tranzystorach, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 12/2009, ISSN: 0033-2097, 2009.
- [12] Yamaguchi K., Hirata T., Hodaka I.: Using Square Wave Input for Wireless Power Transfer, *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, Vol. 6, No. 1, str. 431 – 438, 2016.