

doi:10.15199/48.2019.07.29

# Średnioterminowe prognozowanie zapotrzebowania na energię elektryczną w regionach z wykorzystaniem modelu typu *end-use*

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metodę wyznaczania prognozy zapotrzebowania na energię elektryczną w regionach opartą na idei modelu typu „end-use”, wykorzystując stochastyczne równania różniczkowe do symulacji metodą Eulera przebiegu czasowego współczynników zapotrzebowania na energię elektryczną. Na podstawie dostępnych danych statystycznych przedstawiono przykładowe wyniki prognozy w horyzoncie średnioterminowym.

**Abstract.** The article presents the forecasting method of electricity demand in the regions based on the idea of the end-use model, using stochastic differential equations to simulate the time course of electricity demand coefficients using the Euler method. On the basis of available statistical data, the selected results of the forecast were presented in the medium-term horizon. (*Medium-term Forecasting of Electricity Demand in the Regions Using End-use Model*).

**Słowa kluczowe:** energia elektryczna, prognozowanie, model typu *end-use*, niepewność.

**Keywords:** electricity, forecasting, end-use model, uncertainty.

## Wstęp

Współczesna gospodarka energetyczna przeżywa okres gwałtownych zmian technologicznych w elektroenergetyce [1]. Możliwa jest wzajemna substytucja pomiędzy rodzajami paliw i energii na etapie końcowego wykorzystania z uwzględnieniem spełnienia kryteriów technicznych i ekonomicznych. Sprzyja temu łatwy dostęp do nowych technologii oraz szeroka oferta rynkowa w zakresie urządzeń energetycznych i elektrycznych, spełniających wymogi efektywności energetycznej. Zmiany w technologiach pozyskania i przetwarzania energii [1] są związane z rozwojem energetyki rozproszonej i rozdrobnionej, głównie wykorzystującej odnawialne źródła energii. Powyższe zmiany zmuszają operatorów systemów dystrybucyjnych do planowania rozwoju sieci elektrycznych [2], gwarantujących odpowiednią niezawodność dostaw energii elektrycznej [3]. Zmiany strukturalne na rynku energii elektrycznej oraz postęp technologiczny, zarówno po stronie odbiorców, jak i wytwórców, zwiększają niepewność kształtowania się zapotrzebowania na energię elektryczną w przyszłości, nawet w krótkim horyzoncie czasowym. Stąd wynika konieczność opracowania modeli prognostycznych zapotrzebowania na energię elektryczną w warunkach niepewności.

## Regionalna gospodarka elektroenergetyczna

Analizując zużycie energii w regionie nie sposób więc pominąć analizy wzajemnych relacji cenowych nośników energii. Czynniki powyższe, charakteryzujące się dużą niepewnością, niewątpliwie rzutują na poziom przyszłych potrzeb energetycznych, a ich zaspokojenie wymaga w miarę precyzyjnego określenia nakładów inwestycyjnych przez przedsiębiorstwa przemysłu paliwowo-energetycznego. Opóźnienia i niedorozwój energetyczny, zarówno w sferze wytwarzania jak i sieci elektrycznych, mogą ograniczać rozwój i postęp w gospodarce regionu, prowadząc do sporych perturbacji.

Zmiany dotyczą również regionalnego rynku energii elektrycznej. Sporego znaczenia nabierają w tym kontekście zachowania prosumentów i ich wpływ na zapotrzebowanie energii elektrycznej. Rozwój technologii magazynowania energii jest istotnym elementem wspierającym rozwój niestabilnych technologii wytwarzania energii elektrycznej. Nowelizacja *Ustawy o odnawialnych źródłach energii* z dnia 22 czerwca 2016 r. wprowadziła system opustów w rozliczeniach prosumentów, ale innowacją było wprowadzenie klastrów energii.

Porozumienie w ramach klastra energii zakłada wytwarzanie i równoważenie zapotrzebowania, dystrybucji lub obrotu energią z OZE lub innych źródeł w sieci dystrybucyjnej o napięciu znamionowym poniżej 110 kV, ograniczonej geograficznie, bowiem obszar działania klastra nie może przekraczać jednego powiatu lub 5 gmin. Realizacja polityki energetycznej klastra, ale i gminy, wymaga analizy zapotrzebowania na energię i moc elektryczną. Stąd wynika konieczność budowy odpowiednich regionalnych modeli prognostycznych.

Ponadto *Prawo energetyczne* nakłada na gminy obowiązek opracowania *założeń do planu zaopatrzenia w ciepło, energię elektryczną i paliwa gazowe* dla obszaru gminy co najmniej na okres 15 lat i jego aktualizację co najmniej raz na 3 lata. Opracowanie założeń do planu powinno zawierać wariantowe prognozy m.in. energii elektrycznej w oparciu o program rozwoju gminy. Zaproponowaną w artykule metodę prognozy zapotrzebowania na energię elektryczną łatwo będzie zaadoptować do realizacji również powyższego obowiązku.

Rynkowy charakter regionalnej gospodarki energetycznej powoduje, że ulegają zmianie funkcje modeli bilansów energetycznych. Wymagają one drastycznych modyfikacji metod prognostycznych (np. [4-5]), gdyż załamują się dotychczasowe trendy, a modele wymagają uwzględnienia niepewności otoczenia oraz różnych form ryzyka. Zgodnie z podziałem ryzyka w zależności od źródła, dokonany przez R. Kendall'a, istotnymi elementami ryzyka w modelowaniu bilansów energetycznych są ryzyko operacyjne (ryzyko produkcyjne, technologiczne), ryzyko rynkowe (ryzyko cen paliw, regulacyjne, środowiskowe, finansowe, biznesowe, itp.).

Statystyka GUS, dotycząca regionalnych danych energetycznych [6], obejmuje zużycie energii elektrycznej w podziale na podstawowe sektory: przemysł, transport, rolnictwo, gospodarstwa domowe i pozostałe zużycie oraz podstawowe współczynniki energochłonności np. zużycie ogółem na 1 mieszkańca, czy też zużycie w przemyśle na 1 mln zł wartości dodanej brutto w przemyśle. Analiza współczynników niezbędna jest do monitorowania gospodarki energią i do zarządzania energią w sposób uwzględniający zrównoważony rozwój. Analiza współczynników energochłonności, o różnym stopniu zagregowania, jest niezbędna do predykcji zapotrzebowania na energię modelami typu „end-use” [4, 5, 7- 11].

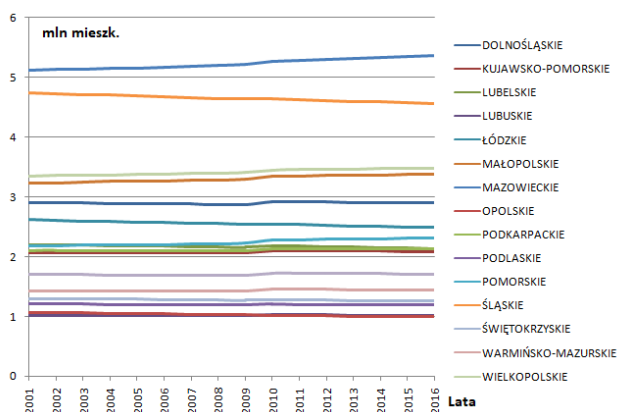
Przebiegi czasowe współczynników energochłonności to procesy dynamiczne z zaburzeniami losowymi, które można modelować z wykorzystaniem stochastycznych równań różniczkowych [12].

W artykule przedstawiono analizę dla regionów, rozumianych jako województwa. Istotę modelu typu end-use sprawdzono do analizy tylko ogólnego współczynnika energochłonności, pokazując możliwości metody, którą łatwo można rozbudować do analizy sektorowej gospodarki regionalnej, rozumianej zarówno jako województwo, jak i powiat, gmina czy klaster.

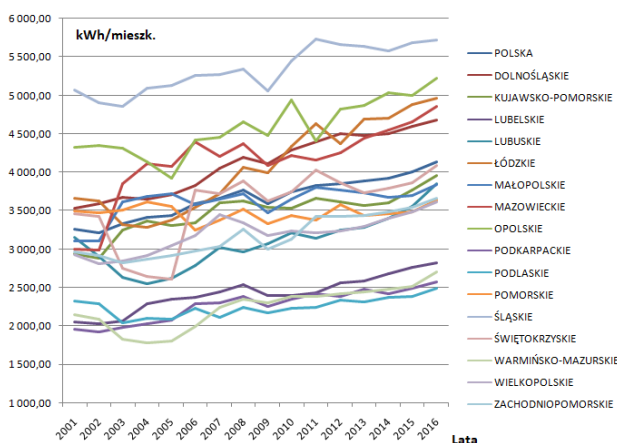
### Dane statystyczne regionów

Główny Urząd Statystyczny publikuje dane tworzące Bank Danych Lokalnych [6]. Dane grupowane są zgodnie z układem jednostek terytorialnych i dotyczą szeregu dziedzin, m.in. rynku materiałowego i paliwowo-energetycznego. Dane obejmują moc zainstalowaną i osiągalną w elektrowniach, produkcję energii elektrycznej wg źródeł i zużycie energii wg sektorów ekonomicznych.

Na rysunku 1 podano liczbę mieszkańców w poszczególnych regionach. Można zaobserwować zaledwie niewielkie przyrosty liczby mieszkańców w poszczególnych regionach. Większy przyrost jest domeną województwa mazowieckiego kosztem migracji ludności głównie z województwa śląskiego, w którym zanotowano spadek liczby mieszkańców.



Rys.1. Ludność w analizowanych regionach w latach 2001-2016 w mln mieszkańców [6]



Rys.2. Współczynniki zużycia energii elektrycznej na 1 mieszkańca w latach 2001-2016 w kWh/mieszk. [6]

Analizie poddano zużycie energii elektrycznej ogółem na 1 mieszkańca dla jednostek terytorialnych. Przebiegi czasowe współczynników zużycia energii elektrycznej

ogółem na 1 mieszkańca dla lat 2001-2016 przedstawiono na rysunku 2.

Współczynniki zużycia energii elektrycznej ogółem na mieszkańca zarówno dla Polski, jak i dla każdego regionu wykazują wyraźne tendencje wzrostowe w ostatnich latach. Duża rozpiętość ich wartości w roku 2016, od ok. 2500 kWh/mieszk. do ok. 5700 kWh/mieszk., jest wynikiem różnic w strukturze gospodarce. Najniższe wartości współczynników odnotowano dla województw o charakterze rolniczym, a najwyższe dla województw o charakterze przemysłowym.

### Model typu "end-use" prognozy zapotrzebowania na energię elektryczną w regionie

Model typu „end-use” umożliwia rozpatrywanie zapotrzebowania na energię na poziomie użytkownika końcowego. Pojęcie to można przyporządkować odbiorcy na różnym poziomie hierarchicznym. W typowych modelach „end-use” prognozy zapotrzebowania na energię elektryczną użytkownikiem końcowym jest odbiorca energii elektrycznej, którym może być osoba fizyczna lub prawna, mająca odbiorniki energii elektrycznej, będące z kolei odbiorami energii elektrycznej. Tak sformułowana definicja dopuszcza rozumienie odbiorcy zarówno jako osoby mieszkającej w budynku jedno- lub wielorodzinnym, jak i zakładu przemysłowego, czy usługowego. Analizie podlega zużycie energii elektrycznej przypadające na odbiorcę. W zależności od szczegółowości dezagregacji gospodarki elektroenergetycznej, użytkownikiem końcowym w analizie energochłonności może być sektor gospodarki, gałąź przemysłu, bądź też określona technologia, ale również np. mieszkaniec. Taka konstrukcja modelu umożliwi stosunkowo łatwą modyfikację i rozbudowę modelu, a jednocześnie zapewnia możliwość wprowadzania szeregu założeń o strukturze i zmianach energochłonności użytkownika końcowego. Stopień szczegółowości modelu typu „end-use” zależy głównie od możliwości badawczych, ograniczonych pozyskaniem szczegółowych statystyk.

Jeśli badania ograniczymy do podstawowych statystyk dostępnych dla regionów, rozumianych jako województwa, to jesteśmy w stanie określić roczne współczynniki zużycia energii elektrycznej na mieszkańca:

$$(1) \quad e_i(t) = \frac{E_i(t)}{L_i(t)}$$

gdzie:  $E_i(t)$  – zużycie energii elektrycznej ogółem w  $i$ -tym województwie w  $t$ -tym roku,  $L_i(t)$  – liczba ludności w  $i$ -tym województwie w  $t$ -tym roku,  $e_i(t)$  –współczynnik zużycia energii elektrycznej na jednego mieszkańca.

Istota modelu typu „end-use” polega na założeniu, że zapotrzebowanie na energię jest proporcjonalne do współczynnika energochłonności i wartości zmiennej wejściowej, którą w tym przypadku jest liczba ludności. Model prognozowania zapotrzebowania na energię w regionach wymaga skonstruowania scenariusza wielkości wejściowej, jakim jest prognoza demograficzna. Scenariusz ten może być wynikiem działania zewnętrznych modeli lub też wynikiem analizy heurystycznej. Natomiast kluczowym zadaniem jest prognoza współczynników zużycia energii elektrycznej na 1 mieszkańca w horyzoncie średnioterminowym.

### Modele procesów dynamicznych

Modelowanie procesów dynamicznych, w których istnieją zaburzenia losowe, za pomocą równań stochastycznych typu równań Ito [13] daje dobre rezultaty zarówno w ekonomii, jak i w technice. Specyfika

modelowania procesów energetycznych pozwala na zastosowanie stochastycznych równań różniczkowych SDE (*Stochastic Differential Equations*) do ich opisu i prognozowania.

Wykorzystanie metody Eulera [12] do rozwiązania stochastycznych równań różniczkowych umożliwia symulację kształtowania się współczynników energochłonności w przyszłości. Proces stochastyczny wielu zmiennych ciągłych w czasie, w tym wypadku współczynników zużycia energii elektrycznej dla regionów, można opisać stochastycznymi równaniami różniczkowymi o ogólnej postaci:

$$(2) \quad de_i(t) = F(t, e_i(t))dt + G(t, e_i(t))dW_t$$

gdzie:  $e_i(t)$  – zmienna stanu (współczynnik zużycia energii elektrycznej w  $i$ -tym regionie),  $W$  – zmienna procesu Wienera (ruchów Browna),  $F$  – funkcja determinująca trend,  $G$  – funkcja dyfuzji.

Na podstawie ogólnej postaci (2) możliwe jest zdefiniowanie specjalnych odmian modelu. Najprostszym modelem jest liniowy model trendu ze składnikiem losowym ruchów Browna (BM – *Brownian Motion*) zawierający dwa składniki: zdeterminowany i losowy:

$$(3) \quad de_i(t) = A_i(t)dt + V_i(t)dW(t)$$

Odmianą tego modelu jest model względnych zmian zmiennej stanu ze składnikiem losowym opisanym ruchami Browna (GBM – *Geometric Brownian Motion*):

$$(4) \quad de_i(t) = B_i(t)e_i(t)dt + V_i(t)e_i(t)dW(t)$$

Zmienność składnika losowego można modelować w postaci stałej elastyczności wariancji (CEV – *Constant Elasticity of Variance*):

$$(5) \quad de_i(t) = B_i(t)e_i(t)dt + V_i(t)e_i(t)^{\alpha(t)}dW(t)$$

W modelu stochastycznym CEV podstawową cechą jest możliwość ustalenia zależności pomiędzy zmienną stanu a jej zmiennością poprzez wartość wykładnika  $\alpha(t)$ .

Kolejną postacią modelu (2) jest model z rewersją SDEMMD (*SDE from Mean-Reverting Drift*):

$$(6) \quad de_i(t) = S_i(t)(L_i(t) - e_i(t))dt + D_i(t, e_i(t)^{\alpha(t)})V_i(t)dW(t)$$

gdzie:  $S(t)$  – szybkość rewersji,  $L(t)$  – poziom rewersji.

Jeśli w równaniu (6) funkcja  $D_i(t, e_i(t)^{\alpha(t)})=1$ , to z powyższej formuły modelu można uzyskać postać modelu, nazwanego *Hull-White/Vasicek (HWV) model*:

$$(7) \quad de_i(t) = S_i(t)(L_i(t) - e_i(t))dt + V_i(t)dW(t)$$

Symulacja kształtowania się współczynników energochłonności, przyjmowanych jako zmienne stanu  $e_i(t)$ , polega na numerycznym rozwiązaniu stochastycznych równań różniczkowych. W tym celu wykorzystano numeryczną metodę Eulera rozwiązywania równań różniczkowych, opierającą się na interpretacji geometrycznej równania różniczkowego.

### Symulacja współczynników zużycia energii opisanych stochastycznymi równaniami różniczkowymi

Zamodelowanie stochastycznych równań różniczkowych opisujących przebiegi czasowe współczynników zużycia energii elektrycznej na 1 mieszkańca w regionie [12, 13], wyznaczenie rozwiązań metodą Eulera i analizę wykonano programując własne skrypty wykorzystujące narzędzia

zapisane w bibliotekach pakietu Matlab firmy MathWorks oraz w arkuszu kalkulacyjnym Excel firmy Microsoft.

W analizie wykorzystano następujące postaci modeli SDE, w których zmienną stanu są roczne przyrosty względne współczynników zużycia energii elektrycznej na mieszkańca w regionie:

- model GBMC (uwzględniający w procesach Wienera korelacje pomiędzy współczynnikami zużycia energii elektrycznej)

$$(8) \quad de_i(t) = \mu e_i(t)dt + \sigma e_i(t)dW(t)$$

- model CEV

$$(9) \quad de_i(t) = \mu e_i(t)dt + \sigma e_i(t)^{\frac{1}{2}}dW(t)$$

- model SDEMMD

$$(10) \quad de_i(t) = 0,02(\mu - e_i(t))dt + \sigma e_i(t)^{\frac{1}{2}}dW(t)$$

- model *Hull-White/Vasicek (HWV)*

$$(11) \quad de_i(t) = 0,02(\mu - e_i(t))dt + \sigma dW(t)$$

gdzie:  $\mu$  – wartość średnia zmiennej  $e_i(t)$ ,  $\sigma$  – odchylenie standardowe zmiennej  $e_i(t)$ .

W każdym z prezentowanych modeli mamy składnik zdeterminowany, opisujący trend zmiennej, oraz składnik losowy, w którym miarą niepewności jest odchylenie standardowe zmiennej, utożsamiane tu ze współczynnikiem zużycia energii na mieszkańca. Niepewność jest tu rozumiana w interpretacji ekonomicznej (w ujęciu matematycznym jest to miara ryzyka), bo znany jest rozkład prawdopodobieństwa zmiennej.

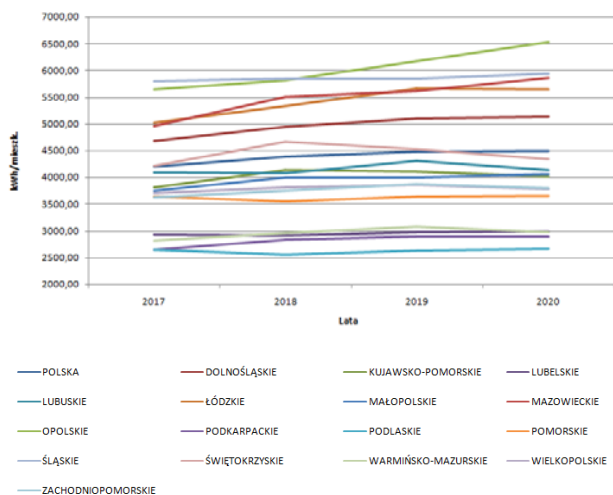
W modelach opisanych równaniami (8)-(11), w których zmienną stanu jest współczynnik zużycia energii elektrycznej na mieszkańca w regionie, konieczne jest wyestymowanie dwóch parametrów: wartości średniej i odchylenia standardowego rocznych przyrostów względnych. Eksperymentalnie dobrano wartość wykładnika  $\alpha=0,5$  oraz wartość szybkości rewersji  $S(t)=0,02$ . W powyższych modelach miarą ryzyka jest wartość odchylenia standardowego  $\sigma$ .

Modele GBMC i CEV dobrze opisują zjawiska zachowujące się zgodnie z regułami giełdowymi, w których nie ma, przyjętego jako reguła, powrotu do stanu z przeszłości. Natomiast modele SDEMMD i HWV funkcjonują zgodnie z mechanizmem rynkowym, dążąc do osiągnięcia poziomu równowagi rynkowej. Wybór więc odpowiedniego modelu opisującego kształtowanie się konkretnego współczynnika zapotrzebowania na energię elektryczną powinien zależeć np. od przyjętych założeń w budowanym scenariuszu dla potrzeb modelu typu „end-use”. Pary modeli GBMC i CEV oraz SDEMMD i HWV dają zbliżone rezultaty końcowe symulacji, czego można było się spodziewać analizując formuły matematyczne (8)-(11) opisujące modele.

Do dalszej analizy wybrano wyniki symulacji współczynników zapotrzebowania na energię elektryczną na mieszkańca w regionach wykonane modelem GBMC, jako najbardziej adekwatne do sytuacji rozwoju gospodarczego. Na rysunku 3 zaprezentowano wyniki symulacji.

### Symulacje zapotrzebowania na energię elektryczną w regionach

Symulacje całkowitego zapotrzebowania na energię elektryczną w regionach na podstawie współczynników zapotrzebowania na energię wymagają przyjęcia scenariusza kształtowania się liczby ludności w regionach w przyszłości, będącej horyzontem prognozy. W tym celu wykorzystano prognozę demograficzną GUS w rozbięciu na regiony (tab.3).



Rys.3. Symulacje współczynników zapotrzebowania na energię elektryczną na mieszkańca w regionach i dla Polski modelem SDE GBMC

Przykładową symulację zapotrzebowania na energię elektryczną do roku 2020 dla Polski przedstawiono w tabeli 4, natomiast wyniki dla regionów na rysunku 4. W tabeli 4 w pierwszym wierszu zaprezentowano wyniki będące prognozą wyznaczoną z symulacji współczynników zapotrzebowania na energię elektryczną w kraju i krajowej prognozy demograficznej. W drugim wierszu tabeli 4 zamieszczono prognozę obliczoną jako suma prognoz regionalnych. Różnice obu prognoz są niewielkie.

Wykonując symulację dla modelu GBMC przyjęto wartość odchylenia standardowego na poziomie oszacowania z przebiegów historycznych względnych zmian współczynników zużycia energii, a tym samym założono poziom ryzyka podobny jak w przeszłości. Przyjęcie większej wartości współczynnika odchylenia standardowego skutkuje większym poziomem ryzyka. Dyskusję kwantyfikowania ryzyka przedstawiono w [13].

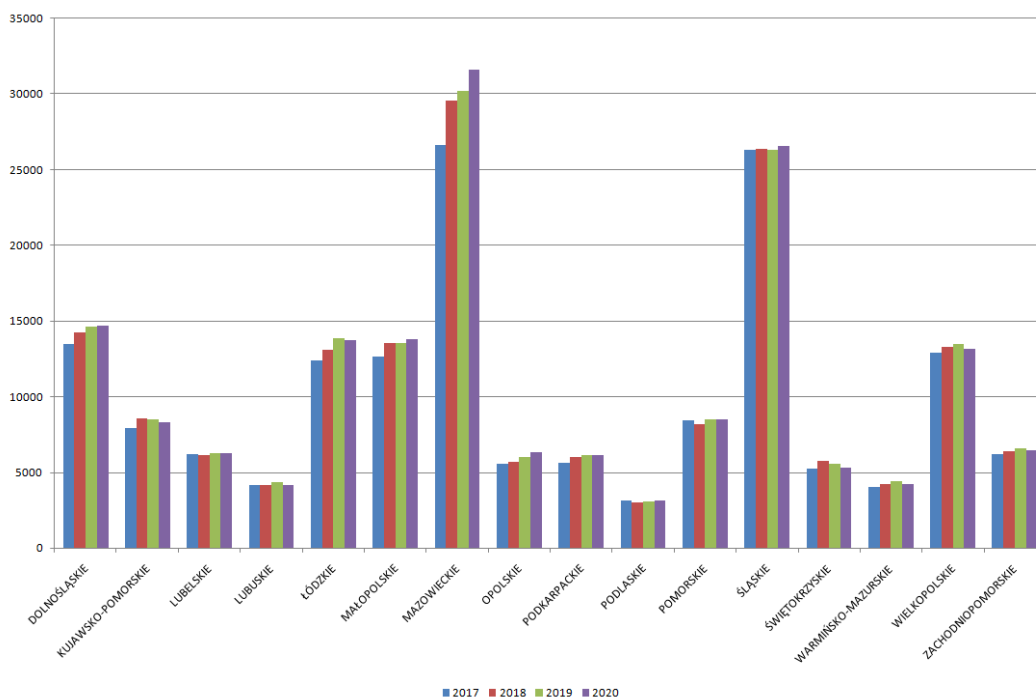
Wyniki prognoz metodą CGBM można uznać jako scenariusz kontynuacji trendu. Modele SDEM RD i HWV mogą prowadzić w symulacjach do scenariuszy zakładających zmniejszenie zapotrzebowania na energię elektryczną, spowodowane obniżaniem się energochłonności w gospodarce, głównie z tytułu postępu technologicznego.

Tabela 3. Prognoza demograficzna dla Polski i regionów dla lat 2017-2020 [6]

Region	Prognoza demograficzna w mln mieszkańców			
	2017	2018	2019	2020
POLSKA	38,315	38,260	38,201	38,138
DOLNOŚLĄSKIE	2,887	2,880	2,873	2,867
KUJAWSKO-POMORSKIE	2,078	2,074	2,070	2,065
LUBELSKIE	2,123	2,114	2,105	2,096
LUBUSKIE	1,016	1,014	1,012	1,010
ŁÓDZKIE	2,468	2,457	2,446	2,434
MAŁOPOLSKIE	3,383	3,388	3,392	3,396
MAZOWIECKIE	5,361	5,371	5,380	5,388
OPOLSKIE	0,984	0,978	0,972	0,967
PODKARPACKIE	2,123	2,120	2,118	2,115
PODLASKIE	1,180	1,176	1,172	1,168
POMORSKIE	2,313	2,317	2,321	2,324
ŚLĄSKIE	4,534	4,516	4,497	4,478
ŚWIĘTOKRZYSKIE	1,244	1,238	1,232	1,226
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	1,433	1,429	1,425	1,421
WIELKOPOLSKIE	3,483	3,486	3,488	3,490
ZACHODNIOPOMORSKIE	1,705	1,701	1,697	1,692

Tabela 4. Prognoza zapotrzebowania na energię elektryczną dla Polski (model GBMC) dla lat 2017-2020 w TWh

Lata	-	2017	2018	2019	2020
Zapotrzebowanie na energię elektryczną	TWh	160,9	167,9	170,9	171,7
Zapotrzebowanie na energię elektryczną jako suma prognoz regionalnych	TWh	160,8	168,2	171,4	172,3



Rys. 4. Prognoza zapotrzebowania na energię elektryczną w GWh dla regionów dla lat 2017-2020

## Podsumowanie

O kształtowaniu się zapotrzebowania na energię elektryczną w regionach i na terenie całego kraju decydują wartości współczynników zużycia energii elektrycznej, ponieważ prognoza demograficzna charakteryzuje się niewielką zmiennością.

Wykonane symulacje współczynników zużycia energii elektrycznej w horyzoncie do 2020 roku zależą od przyjętego modelu. Rezultaty każdego z analizowanych modeli można traktować jako scenariusz kształtowania się współczynnika energochłonności w przyszłości. Przedstawione symulacje są tylko przykładem funkcjonowania modeli SDE, opisujących współczynniki zapotrzebowania na energię elektryczną i wykorzystania metodyki „end-use” do wyznaczenia zapotrzebowania na energię. Zaprezentowane narzędzia wspomagają proces opracowania bilansu energetycznego kraju i umożliwiają uwzględnienie ocen eksperckich poprzez wprowadzanie scenariuszy demograficznych i weryfikowania współczynników modeli.

Z przeprowadzonych badań wynika, że metoda Eulera umożliwia wyznaczenie symulacji przebiegu zmiennych stochastycznych, opisanych równaniami różniczkowymi, z uwzględnieniem niepewności kształtowania się procesów energetycznych, wynikającej z oddziaływania otoczenia modeli.

**Autor:** dr hab. inż. Janusz Sowiński, Politechnika Częstochowska, Instytut Elektroenergetyki, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: [jansow@el.pcz.czest.pl](mailto:jansow@el.pcz.czest.pl)

## LITERATURA

- [1] Pavlova-Marciniak I., Rozwój energetyki jądrowej w Polsce – nowe wyzwania, *Przegląd Elektrotechniczny*, 3 (2009), 216-219
- [2] Kornatka M., Gawlak A., Comparative analysis of operating conditions in Polish medium-voltage and 110 kV networks, *Proceedings of The 8<sup>th</sup> International Scientific Symposium ELEKTROENERGETIKA 2015*, Stara Lesna, Slovak Republic (2015)
- [3] Kornatka M., The weighted kernel density estimation methods for analysing reliability of electricity supply, *in: 17th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*, Prague (2016)
- [4] Newsham G.R., Donnelly C.L., A model of residential energy end-use in Canada: Using conditional demand analysis to suggest policy options for community energy planners, *Energy Policy*, 59 (2013), 133-142
- [5] Swan L.G., Ugursal I.V., Modeling of end-use energy consumption in the residential sector: A review of modeling techniques, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13 (2009), 8, 1819-1835
- [6] [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl) (16.09.2018) GUS
- [7] Chateau B., Lapillonnie B., Term Energy Demand Forecasting, a New Approach, *Energy Policy*, 6 (1979), 2, 140-157
- [8] Commission of European Communities, The MIDAS Energy Model, Bruxelles, EC (1985)
- [9] International Atomic Energy Agency (IAEA), Model for Analysis of the Energy Demand (MAED), Vienna, IAEA (1986)
- [10] Sowiński J., „End-use”-model prognozy zapotrzebowania bezpośredniego na energię, w: Dobrzańska I. (red), *Prognozowanie w elektroenergetyce. Zagadnienia wybrane*, WPCz (2002)
- [11] Sowiński J., Model typu „end-use” prognozy zapotrzebowania na energię pierwotną i finalną w warunkach ryzyka, *Rynek Energii*, 112 (2014), Nr 3, 39-43
- [12] Øksendal B.K., *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Berlin Springer (2003)
- [13] Sowiński J., *Inwestowanie w źródła wytwarzania energii elektrycznej w warunkach rynkowych*, Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa (2008)