

Algorytmiczna metoda określania tonacji utworu muzycznego

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę określenia tonacji utworu wykorzystującą sygnaturę muzyczną. Sygnatura muzyczna jest graficzną formą reprezentacji treści utworu muzycznego. Jej postać odzwierciedla licznosc, bądź czas trwania poszczególnych dźwięków. W celu potwierdzenia skuteczności opracowanego algorytmu opracowano oprogramowanie i bazę różnorodnych utworów. Pozwoliło to na wykonanie szeregu eksperymentów, które przedstawiono w artykule. Opracowany algorytm porównano z algorytmem Krumhansl-Kesslera.

Abstract. The paper presents the key-finding method based on music signature. A music signature is a graphic form of representation of musical content, which gives information about number of notes or duration of notes. To confirm the algorithm effectiveness it was necessary to create an application for analysis and collect a database of different music tracks. The enabled the performance of experiments, presented in this paper. The developed algorithm was compared with the Krumhansl-Kessler algorithm. (**Algorithmic method of determining the key of a musical piece**)

Słowa kluczowe: wyszukiwanie informacji muzycznej, wyszukiwanie tonacji, komputerowa analiza muzyki, klasyfikacja stylu muzycznego
Keywords: music information retrieval, tonal analysis, computational music cognition, music genre classification

Wstęp

Rozwiązania technologiczne z szeroko rozumianej branży IT wspomagają obecnie wszelką działalność człowieka. Coraz śmielej wkraczają również w obszar sztuki. Trudno wyobrazić sobie projektanta wnętrz, który swoje prace wykonuje na papierze przysłowiowym ołówkiem. Wielu artystów, czy też malarzy równoległe do „analogowej” twórczości zaczyna parzyć się grafiką komputerową. Podobnie muzycy, w coraz większym stopniu wspierani są przez nowe technologie. Wykorzystują elektroniczne instrumenty, programy komputerowe, czy też zaawansowane technologie wspierające śpiew.

Jednym z podstawowych aspektów twórczości muzycznej jest proces komponowania. W tym obszarze działalności możliwe staje się natychmiastowe odtworzenie skomponowanego fragmentu utworu, jego poprawianie, czy nawet proponowanie kompozytorowi możliwych rozwiązań harmonicznyc [13]. Podczas wykonywania utworów na scenie wsparcie technologii nie ogranicza się do poszerzenia możliwości instrumentów, czy też nagłośnienia obszaru odsłuchowego. Możliwe staje się korzystanie z rozwiązań automatycznie tworzących akompaniament, ale trzeba przyznać, że tego typu funkcje nie są na tyle rozwinięte, aby mogły być stosowane przez artystów wielkiego formatu. Wspieranie twórczości muzycznej przez rozwój technologii IT wiąże się nierozdzielnie z potrzebą tworzenia różnorodnych algorytmów. Jednym z nich, który odgrywa kluczową rolę w procesie komponowania utworu, czy też jego analizy, jest algorytm określania tonacji utworu.

Znanych jest wiele prac związanych z tonalnością utworów muzycznych [5, 7]. Zaproponowano różnorodne modele tonalności [12], między innymi tzw. modele spiralne [3, 4], wywodzące się z siatek harmonicznyc Eulera. W procesie określania tonacji duże znaczenie mają prace Carol Krumhansl, która zaproponowała algorytm określanie tonacji na podstawie tzw. profili tonalnych dur-moll [9]. Algorytm Krumhansl-Kesslera [9, 10] stał się inspiracją do szeregu innych prac, których efektem są różnorodne profile tonalne [1, 2, 6, 14]. Uzyskano je w wyniku zastosowania bardzo zaawansowanych metod analizy utworów wykorzystujących modele prawdopodobieństw warunkowych [15], czy też łańcuchy Markowa [11].

Celem artykułu jest przedstawienie oryginalnego algorytmu określania tonacji utworu wykorzystującego w procesie pozyskiwania wiedzy tzw. sygnaturę muzyczną. Przedstawiony algorytm zaimplementowano w prototypowym oprogramowaniu, co pozwoliło na przeprowadzenie szeregu eksperymentów umożliwiających

porównanie opracowanej metody ze znanym z literatury algorytmem Krumhansl-Kesslera [9].

W dalszej części artykułu przedstawiono kolejno: podstawowe informacje na temat sygnatury muzycznej, algorytm wykrywania tonacji na podstawie kształtu sygnatury, opracowany moduł programowy do określanie tonacji utworu, wyniki eksperymentów oraz podsumowanie wskazujące kierunki dalszych prac.

Sposób tworzenia sygnatury muzycznej

Sygnatura muzyczna jest graficzną formą reprezentacji statystycznych danych na temat dźwięków, z których złożony jest utwór muzyczny lub jego fragment. Sygnaturą nazywamy zbiór wektorów $\{\vec{k}_i\}$: $i=A, D, G, C, F, B\flat, E\flat, A\flat, D\flat, F\#, B, E$, których współrzędne biegunowe (r_i, ϕ_i) wyznaczone są zgodnie z poniższymi zasadami [8]:

- długość wektora jest równa krotności dźwięku, tzn. $r_i = |k_i|$,
- kierunek wektora wyznaczany jest zgodnie z zależnością $\phi_i = j \cdot 30^\circ$, przy czym dla $i=A$ wartość $j=0$, dla $i=D$ wartość $j=1$ itd.

W celu opisanie procesu tworzenia sygnatury muzycznej posłużono się przykładem fragmentu utworu The Beatles – She Loves You przedstawionym na rysunku 1.



Rys.1. Fragment linii melodycznej utworu "She Loves You"

W podanym fragmencie występują dźwięki D, E, G, G, F#. W pierwszym kroku tworzony jest **wektor wejściowy I** (1), którego elementy skojarzone są z poszczególnymi dźwiękami 12-stopniowej skali.

$$(1) \quad I = [i_C, i_{D\flat}, i_D, i_{E\flat}, i_E, i_F, i_{F\#}, i_G, i_{A\flat}, i_A, i_{B\flat}, i_B]$$

Elementy wektora mają wartości odpowiadające sumarycznej długości trwania poszczególnych dźwięków. Tak więc biorąc pod uwagę wartości nut, najdłużej trwa dźwięk G (3 jednostki), następnie dźwięk F# – 1,5, dźwięk E – 1, oraz D – 0,5 jednostki. Normalizując czas trwania dźwięków względem największej wartości, otrzymamy wektor I_z znormalizowany (2).

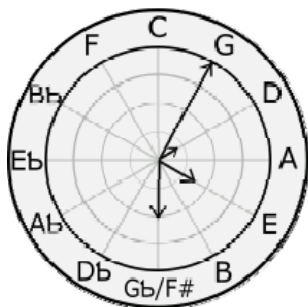
$$(2) \quad I_z = [0; 0; 0,167; 0; 0,334; 0; 0,5; 1; 0; 0; 0; 0]$$

W kolejnym kroku wyznaczane są współrzędne biegunowe wektorów tworzących sygnaturę muzyczną.

Zgodnie z definicją sygnatury współrzędne biegunowe „niezerowych” wektorów przyjmują następujące wartości:

$$(3) \quad \vec{k}_D = (0,167;30^\circ); \quad \vec{k}_E = (0,334;330^\circ); \\ \vec{k}_{F\#} = (0,5;270^\circ); \quad \vec{k}_G = (1;60^\circ).$$

Ostatni etap tworzenia sygnatury muzycznej polega na wpisaniu wyznaczonych wektorów w koło kwintowe, które jest graficzną reprezentacją zależności pomiędzy wszystkimi tonacjami systemu dur-moll. Sygnaturę muzyczną dla analizowanego fragmentu utworu przedstawiono na rysunku 2.



Rys.2. Sygnatura muzyczna fragmentu linii melodycznej utworu „She Loves You”

Podsumowując powyższy tok rozumowania można stwierdzić, że sygnatura odzwierciedla znormalizowaną sumaryczną długość trwania poszczególnych dźwięków wpisaną w koło kwintowe. Okazuje się, że tak przygotowana sygnatura pozwala na szybką ocenę wzrokową utworu pod kątem zawartych w utworze dźwięków, ale również stwarza możliwość łatwego określenia tonacji utworu.

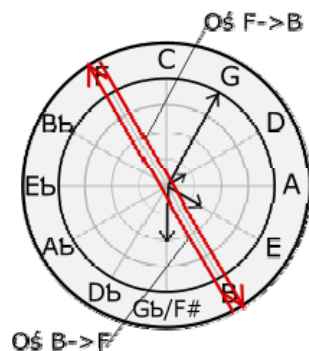
Metoda wykrywania tonacji utworu na podstawie sygnatury muzycznej

W opracowanym algorytmie wykrywania tonacji na podstawie sygnatury muzycznej wykorzystuje się dwie odmiany sygnatury muzycznej. Pierwsza, dokładnie przedstawiona w poprzednim rozdziale uwzględnia długość nut, a druga – zawiera tylko informacje o liczności wystąpień poszczególnych dźwięków, pomijając ich długość trwania. Sposób tworzenia sygnatury bezpośrednio wpływa na nazwę algorytmu, który reprezentuje skrót KMS_TN - Key Music Signature_Time of Notes (sygnatura uwzględniająca długość nut) lub KMS_NN – Key Music Signature_Number of Notes (sygnatura nie uwzględniająca długości nut).

W obu odmianach algorytmu, dalsze kroki prowadzące do określenia tonacji są identyczne. Na kole kwintowym rozmieszczonych jest 12 tonacji. Możliwy jest zatem podział koła na dwie połowy, znajdujące się po jednej lub drugiej stronie osi, która przechodzi przez środek koła i dwie tonacje znajdujące się na jego obrzeżach. W celu ustalenia tonacji utworu należy wyznaczyć wartości charakterystyczne dla poszczególnych osi. **Wartością charakterystyczną osi skierowanej**, nazywamy różnicą sumy długości wektorów znajdujących się na prawo od osi oraz sumy długości wektorów znajdujących się na lewo od osi, patrząc zgodnie z kierunkiem osi skierowanej.

W kole kwintowym można wyróżnić 12 osi skierowanych, na które składa się 6 par osi o przeciwnych kierunkach. Na rysunku 3 przedstawiono przykładową sygnaturę muzyczną oraz dwie osie skierowane symbolicznie oznaczone jako $F \rightarrow B$ oraz $B \rightarrow F$.

Wartości charakterystyczne dla wyróżnionych na rysunku 3 osi $[F \rightarrow B]$ można wyznaczyć zgodnie z zależnościami (4).



Rys.3. Osie skierowane $F \rightarrow B$ oraz $B \rightarrow F$

$$(4) \quad [F \rightarrow B] = (G\flat + D\flat + E\flat + B\flat) - (C + G + D + A + E) \\ = 0,5 - 1,501 = -1,001 \\ [B \rightarrow F] = (C + G + D + A + E) - (G\flat + D\flat + E\flat + B\flat) \\ = 1,501 - 0,5 = 1,001$$

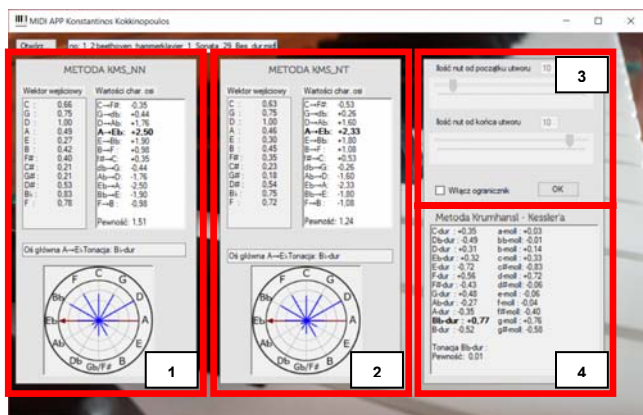
W powyższy sposób, można wyznaczyć wartości charakterystyczne dla wszystkich 12 osi skierowanych. Na podstawie osi skierowanej, dla której uzyskano największą wartość charakterystyczną można wyznaczyć tonację utworu. Wskazuje ją dźwięk znajdujący się na kole kwintowym, na pierwszej pozycji obok strzałki osi zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara. Wysoka wartość charakterystyczna osi skierowanej wynika z dużej liczby dźwięków z danej tonacji, które znajdują się zawsze po jednej stronie koła kwintowego. Zgodnie z tą zasadą oś $B \rightarrow F$ przedstawiona na rysunku 3 jest powiązana z tonacją C-dur, natomiast oś $F \rightarrow B$ z tonacją Fis-dur. W tonacji C-dur występują dźwięki C, D, E, F, G, A, B, co widać na rysunku 3, gdyż wszystkie dźwięki tej gamy znajdują się na osi $B \rightarrow F$ lub po prawej jej stronie. Wartości charakterystyczne poszczególnych osi skierowanych wynoszą odpowiednio: $[B \rightarrow F] = 1,001$; $[F\# \rightarrow C] = 1,501$; $[D\flat \rightarrow G] = 1,001$; $[A\flat \rightarrow D] = -0,166$; $[E\flat \rightarrow A] = -0,333$; $[B\flat \rightarrow E] = 0,667$; $[F \rightarrow B] = -1,001$; $[C \rightarrow F\#] = -1,5001$; $[G \rightarrow D\flat] = -1,001$; $[D \rightarrow A\flat] = 0,166$; $[A \rightarrow E\flat] = 0,333$; $[E \rightarrow B\flat] = -0,667$. Pogrubioną czcionką oznaczono oś o największej wartości charakterystycznej: $[F\# \rightarrow C] = 1.501$. Jest to oś wskazująca na tonację G-dur. Należy jednak pamiętać, że każda z tonacji durowych ma swój molowy odpowiednik – tonację paralelną. Określenie właściwej tonacji utworu wymaga dokonania wyboru jednej spośród dwóch tonacji paralelnych tzn. tonacji G-dur lub e-moll. W tym celu obliczany jest współczynnik korelacji liniowej Pearson'a dla wektora wejściowego oraz profili tonacji paralelnych. Profil tonacji składa się z wartości przyporządkowanych do każdego dźwięku skali chromatycznej, które określają powiązanie danego dźwięku z odpowiednią tonacją. Jednymi z najpopularniejszych profili tonalnych są profile Krumhansl – Kesslera [9, 10]. W wyniku obliczeń współczynnika korelacji liniowej Pearson'a badanego fragmentu utworu z profilem tonacji G-dur oraz e-moll uzyskano odpowiednio wartości 0,647 oraz 0,581. Większy współczynnik korelacji wskazał więc tonację G-dur i jest to wynik analizy określania tonacji dla przykładowego fragmentu utworu.

Moduł programowy do określenia tonacji

W celu potwierdzenia skuteczności algorytmu określenia tonacji opracowano moduł programowy umożliwiający wykonanie szeregu eksperymentów. Sygnatura muzyczna tworzona jest metodą bez uwzględnienia długości nut (KMS_NN) oraz z uwzględnieniem długości (KMS_TN). Moduł programowy został napisany w języku C#. Danymi

wejściowymi są pliki opisujące zawartość utworu w formacie MIDI. Stworzyło to możliwość sprawnego odczytu danych zawartych w tym pliki takich jak: obecność poszczególnych dźwięków w utworze, czas trwania poszczególnych dźwięków itd. Na rysunku 4 przedstawiono wygląd interfejsu graficznego programu, dzięki któremu w łatwy sposób można wybrać plik oraz przeprowadzić stosowne analizy.

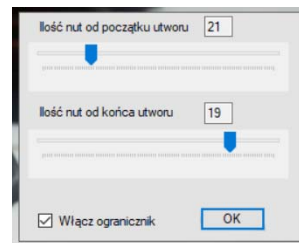
Po wybraniu pliku MIDI możliwe staje się automatyczne określenie tonacji trzema metodami: metoda KMS_NN (algorytm wykorzystujący sygnaturę muzyczną utworzoną na podstawie obecności poszczególnych dźwięków), metoda KMS_TN (algorytm wykorzystujący sygnaturę muzyczną utworzoną na podstawie czasu trwania poszczególnych dźwięków) oraz metodę Krumhansl-Kesslera (algorytm określający tonację na podstawie 24 profili tonalnych). Wynikiem analizy poszczególnych plików są wyniki cząstkowe (wartości najważniejszych współczynników), graficzne przedstawienie utworzonych sygnatur oraz tonacja analizowanego utworu powiązana z wykorzystywanymi metodami. Na rysunku 4 przedstawiono wynik analizy Sonaty fortepianowej nr 29 B♭-dur op. 106 Ludwiga van Beethovena.



Rys. 4. Wynik analizy przykładowego utworu w opracowanym module programowym

Interfejs graficzny opracowanej aplikacji podzielono na 4 główne obszary ponumerowane cyframi od 1 do 4 (rys. 4). Pierwszy z nich, to obszar skojarzony z metodą KMS_NN, w którym wyświetlane są wartości wektora wejściowego, wartości charakterystyczne osi skierowanych otrzymanej sygnatury oraz osi głównej sygnatury wraz z otrzymaną w wyniku analizy tonacją utworu. Na samym dole przedstawiona jest graficzna postać sygnatury muzycznej analizowanego utworu wraz z osią główną sygnatury. Obszar drugi dotyczy metody KMS_TN, a jego elementy są tożsame z obszarem zarezerwowanym dla algorytmu KMS_NN. Informacje dotyczące algorytmu Krumhansl-Kesslera przedstawiane są w obszarze numer 4. Jak widać umieszczono tam wartości współczynników korelacji liniowej Pearsona dla wszystkich 24 profili tonalnych systemu dur-moll. Poniżej znajduje się wynik końcowy analizy. We wszystkich obszarach grubą czcionką wyróżniono wynik analizy.

Obszar interfejsu aplikacji oznaczony numerem 3 służy do określania wielkości próbki. Dzięki dwóm suwakom, możliwy jest wybór liczby dźwięków branych pod uwagę przy przeprowadzaniu badania utworu znajdujących się na początku i na końcu utworu (rys.5). Za pomocą suwaków można ustawić wartości z przedziału od 0 do 100, które odpowiadają liczbie badanych dźwięków z początku oraz końca pliku MIDI.

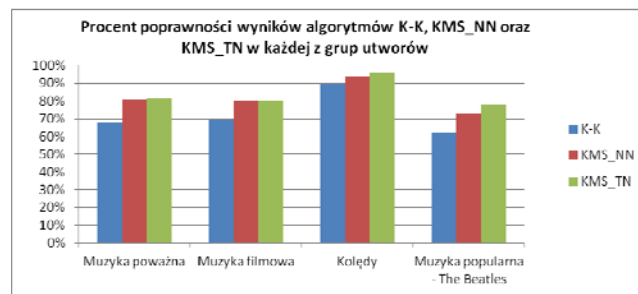


Rys.5. Obszar ustawień umożliwiający dobór wektora wejściowego opisującego analizowany fragment utworu

Wyniki eksperymentów

Opracowany moduł programowy umożliwił przeprowadzenie szeregu eksperymentów, na potrzeby których utworzono bazę ponad 100 utworów. Utwory zostały wykonane na cyfrowym pianinie i zapisane w formacie MIDI. Baza utworów została podzielona na 4 kategorie: muzyka poważna, muzyka filmowa, kolędy oraz muzyka rozrywkowa, zawierająca utwory zespołu The Beatles.

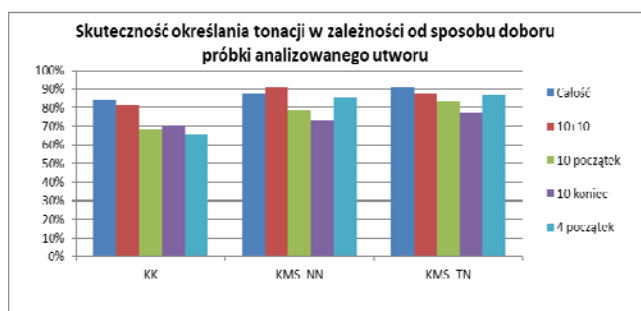
W pierwszej kolejności porównano skuteczność opracowanej metody określania tonacji utworu na podstawie sygnatury muzycznej z algorytmem Krumhansl-Kesslera (metoda K-K). Skutecznością algorytmu nazwany został wyrażony w procentach stosunek liczby utworów, dla których uzyskano właściwą tonację do liczby utworów, które poddano analizie. W przeprowadzonych eksperymentach sygnaturę muzyczną określano dwoma sposobami: bez uwzględnienia długości nut (metoda KMS_NN) oraz z uwzględnieniem długości nut (metoda KMS_TN). W każdym przypadku tonację określano na podstawie próbki 4 pierwszych nut. W przypadku wystąpienia akordów i niemożliwości wyróżnienia pierwszych 4 nut, próbkę stosownie do zaistniałej sytuacji nieznacznie wydłużono. Uzyskane wyniki zobrazowano w postaci diagramów na rysunku 6.



Rys.6. Diagram przedstawiający skuteczność poszczególnych algorytmów w danej grupie utworów

W każdej z grup utworów najwyższą skuteczność wykazał algorytm KMS_TN. Porównując poszczególne grupy utworów, największą skuteczność zaobserwowano w grupie kolęd, dla której wszystkie algorytmy wykazały skuteczność co najmniej 90%. W grupie tej algorytm KMS_TN wykazał się skutecznością o 5% wyższą od algorytmu K-K. W pozostałych grupach utworów, różnica skuteczności pomiędzy algorytmem KMS_TN a K-K wynosi co najmniej 10%. Stwierdzono dość dużą różnicę skuteczności algorytmów K-K i KMS_TN zależną od rodzaju muzyki. Warto zauważyć, że największa różnica w skuteczności algorytmów wystąpiła pomiędzy grupą kolęd a muzyką popularną. Dla algorytmu KMS_TN różnica ta wyniosła 16%, a w przypadku algorytmu K-K jest ona równa aż 27%. Oczywiście wszystko zależy od rozpatrywanych utworów, ale wyniki eksperymentów wskazują wyraźnie, że

skuteczność określenia tonacji zależy od rodzaju muzyki. Okazało się, że zależy ona również od doboru próbki, na podstawie której określana jest tonacja utworu. Wyniki eksperymentów potwierdzające powyższą tezę zestawiono w postaci diagramów przedstawionych na rysunku 7. Badania zostały przeprowadzone dla 5 sposobów wyboru próbki. Tonację określano na podstawie: całego utworu (całość), złożenia 10 początkowych i 10 końcowych dźwięków (10+10), fragmentu początkowego utworu składającego się z 10 dźwięków (10 początek), fragmentu zakończenia utworu zawierającego 10 ostatnich dźwięków (10 koniec) oraz krótkiej próbki początkowej zawierającej tylko 4 dźwięki (4 początek).



Rys.7. Diagram przedstawiający zależność skuteczności poszczególnych algorytmów od badanej próbki dźwiękowej

Analiza diagramów pozwala stwierdzić, że dla wszystkich sposobów doboru próbki wejściowej zaproponowane algorytmy (KMS_NN, KMS_TN) są skuteczniejsze od algorytmu K-K. Zwykle najlepsze wyniki uzyskano za pomocą algorytmu KMS_TN. W jednym przypadku (10+10) największa skuteczność określenia tonacji wystąpiła dla algorytmu KMS_NN. Skuteczność algorytmu K-K jest tym większa, im dłuższy fragment utworu był analizowany. Najmniejszą skuteczność określenia tonacji zaobserwowano dla próbki 4 dźwiękowej (65%), a największą dla całego utworu (84%).

W analizowanej grupie utworów zauważono, że sprawność określenia tonacji zależy w różny sposób od wielkości próbki. Pomijając niewielkie różnice, można stwierdzić, że skuteczność algorytmów KMS_NN oraz KMS_TN rośnie wraz ze wzrostem wielkości próbki. Zaskakującym jest fakt, że dla analizowanego zbioru utworów zaobserwowano, że skuteczność określenia tonacji dla najkrótszych próbek (4 początek) jest niewiele mniejsza od wartości maksymalnej, uzyskanej w przypadku analizy całego utworu. Warto podkreślić, iż dla pierwszych 4 dźwięków utworu, korzystając z algorytmu KMS_NT uzyskano skuteczność na poziomie niemal 90%. W przypadku algorytmu K-K, dla tego samego rodzaju próbki uzyskano skuteczność określenia tonacji na poziomie 65%.

Podsumowanie

Pomysł wykorzystania sygnatury muzycznej w procesie określenia tonacji utworu doprowadził do bardzo ciekawych wyników, które są konkurencyjne do wyników uzyskanych przez inne, znane z literatury algorytmy. Opracowane w ramach prac oprogramowanie pozwoliło na przeprowadzenie szeregu eksperymentów, które potwierdziły skuteczność opracowanych metod. Warto podkreślić, że opracowany algorytm jest niezwykle prosty i przez to nadaje się nie tylko do implementacji programowej, ale jest bezkonkurencyjny w przypadku konieczności jego implementacji w sprzęcie. Ze względu na stosunkowo niewielką złożoność może być z powodzeniem

implementowany w klawiszowych instrumentach muzycznych, tworzących zapis nutowy wyświetlany na wbudowanych wyświetlaczach LCD.

Warto podkreślić, że istnieje możliwość poprawy efektywności opracowanych metod. Brak wskazania właściwej tonacji wynika w wielu przypadkach z niemożliwości określenia jednej głównej osi skierowanej sygnatury. W takim przypadku okazuje się, że dla dwóch, czy nawet trzech osi skierowanych występują identyczne, maksymalne wartości charakterystyczne. Nic nie stoi na przeszkodzie, aby wydłużyć analizowaną próbkę, o kolejne 1, 2, 3 dźwięki, do momentu, gdy zostanie wyłoniona jedna główna oś skierowana sygnatury. Tego typu postępowanie nie wpłynie istotnie na wydłużenie czasu określenia tonacji, a w większości przypadków umożliwi wskazanie poprawnej tonacji utworu.

* Praca częściowo finansowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Autorzy: mgr inż. Konstantinos Kokkinopoulos, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: kostas.kokkinopoulos@gmail.com, Paulina Kania, Uniwersytet im. A. Mickiewicza, Wydział Fizyki, ul. Umultowska 85, 61-614 Poznań, e-mail: paulina.kaniaa@onet.eu, prof. dr hab. inż. Dariusz Kania, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: dkania@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Albrecht, J., Huron, D., *A statistical approach to tracing the historical development of major and minor pitch distributions 1400-1750*, Music Perception, Vol. 31, 2014, 223-243
- [2] Albrecht J., Shanahan D., *The Use of Large Corpora to Train a New Type of Key-Finding Algorithm: An Improved Treatment of the Minor Mode*, Music Perception: An Interdisciplinary Journal, 2013, Vol. 31, No.1, 2013, 59-67
- [3] Chew E., *Towards a Mathematical Model of Tonality*, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000
- [4] Chew E., *Mathematical and Computational Modeling of Tonality: Theory and Applications*, Springer, New York, 2014
- [5] Dawson M., *Connectionist Representations of Tonal Music: Discovering Musical Patterns by Interpreting artificial neural networks*, AU Press, Canada, 2018
- [6] Gómez E., *Tonal description of polyphonic audio for music content processing*, INFORMS Journal on Computing, Special Cluster on Computation in Music, Vol. 18, No. 3, 2006, 294-304
- [7] Handelman E., Sigler A., *Key induction and key mapping using pitch-class assertions*, Proceedings of the 4th International Conference on Mathematics and Computation in Music, Montreal, 2013, 115-127
- [8] Kania P., Kania D., *Sygnatura utworu w procesie reprezentacji i analizy treści utworu muzycznego*, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 94, No. 4, 2018, 196-200
- [9] Krumhansl C.L., *Cognitive Foundations of Musical Pitch*, New York: Oxford University Press, 1990, pp. 77-110
- [10] Krumhansl C.L., Kessler E.J., *Tracing the dynamic changes in perceived tonal organization in a spatial representation of musical keys*, Psychological Review, Vol. 89, No. 4, 1982, 334-368
- [11] Papadopoulos H., Tzanetakis G., *Models for Music Analysis from a Markov Logic Networks Perspective*, IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Vol. 25, No. 1, 2017, 19-34
- [12] Quinn I., White Ch., *Corpus-derived key profiles are not transpositionally equivalent*, Music Perception, Vol. 34, No. 5, 2017, 531-540
- [13] Roig C., Tard'ón L.J., Barbancho I., Barbancho A.M., *Automatic melody composition based on a probabilistic model of music style and harmonic rules*, Knowledge-Based Systems, Vol. 71, 2014, 419-434
- [14] Temperley D., *Bayesian models of musical structure and cognition*, Musicae Scientiae, Vol. 8, No. 2, 2004, 175-205
- [15] Temperley D., Marvin E., *Pitch-class distribution and the identification of key*, Music Perception, Vol. 25, No. 3, 2008, 193-212