

doi:10.15199/48.2019.09.20

Wąskopasmowe filtry FIR o bardzo małym opóźnieniu grupowym i rzadkiej odpowiedzi impulsowej

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę projektowania minimalnofazowych filtrów FIR o rzadkiej odpowiedzi impulsowej. Przedstawione rozwiązanie wykorzystuje filtr interpolacyjny i jest przeznaczone do projektowania filtrów wąskopasmowych. Pokazano, że liczba niezerowych współczynników filtru zaprojektowanego zaproponowaną metodą jest mniejsza niż dla filtrów projektowanych metodami znanymi z literatury przy zachowaniu tych samych parametrów charakterystyki amplitudowej.

Abstract. In the paper a method for minimum-phase, sparse impulse response FIR filter design was presented. The proposed solution uses an interpolation filter and is dedicated for narrowband filters. It was demonstrated, that the number of non-zero coefficients of the filter designed by the proposed method is smaller than the number of coefficients obtained by other methods, with preserved magnitude frequency response of the filter. (*Design of sparse narrowband FIR filters with very low group delay*).

Słowa kluczowe: filtry cyfrowe, projektowanie filtrów FIR, filtry minimalnofazowe, filtry o rzadkiej odpowiedzi impulsowej.

Keywords: digital filters, FIR filters design, minimum-phase filters, sparse filters

Wprowadzenie

Filtry cyfrowe o skończonej odpowiedzi impulsowej (z ang. FIR) są często stosowane w różnych systemach cyfrowego przesyłu i przetwarzania sygnałów. Decydują o tym ich zalety, takie jak: łatwość uzyskania liniowej charakterystyki fazowej, stabilność oraz nierekursywna struktura ułatwiająca implementację filtrów w układach programowalnych. Niewątpliwą wadą filtrów FIR jest znaczne opóźnienie grupowe oraz duża liczba operacji arytmetycznych potrzebna do realizacji filtrów, w porównaniu do ich odpowiedników o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (IIR).

Dostępne w literaturze rozwiązania pozwalające uzyskać filtry FIR o niewielkim opóźnieniu grupowym można podzielić na dwie grupy. Pierwsza wykorzystuje filtry minimalnofazowe, czyli takie, dla których wszystkie zera transmitancji leżą na płaszczyźnie zespolonej wewnątrz okręgu o promieniu 1. Druga bazuje na metodach optymalizacji, aproksymujących zadaną charakterystykę amplitudową i fazową. W metodach optymalizacyjnych w celu zmniejszenia opóźnienia rezygnuje się z dokładnie liniowej charakterystyki fazowej lub ogranicza warunek stałego opóźnienia grupowego jedynie do pasma przepustowego. Przegląd różnych tego typu metod można znaleźć w artykule [1]. Natomiast do zaprojektowania filtrów minimalnofazowych można użyć metody klasycznej zaproponowanej przez Hermanna i Schuesslera [2], lub metod opartych o technikę wyznaczania cepstrum [3], [4] oraz wykorzystujących transformację Hilberta [5]. W ostatnich latach pojawiły się prace wykorzystujące metodę wielomianowej aproksymacji odpowiedzi impulsowej filtru [6], również w zastosowaniu do projektowania filtrów wąskopasmowych [7] i dla filtrów o małym opóźnieniu grupowym [8]. Rozwijane są też metody bezpośredniej syntezy (optymalizacyjne) filtrów minimalnofazowych [9], [10]. Wadą wszystkich wymienionych metod projektowania jest nieliniowa charakterystyka fazowa.

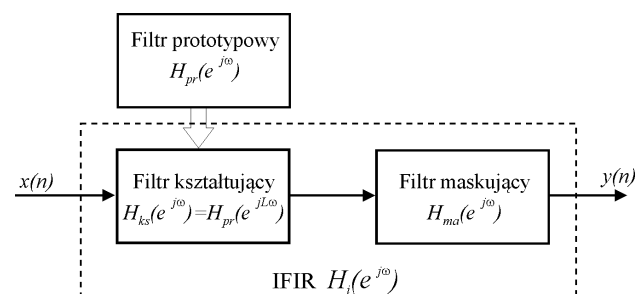
Problem projektowania filtrów FIR o zredukowanym opóźnieniu grupowym staje się szczególnie trudny, gdy wymagane jest bardzo wąskie pasmo przepustowe i duże tłumienie w paśmie zaporowym. Taka sytuacja pojawia się, np. w aparatach słuchowych, gdzie różnica między bezpośrednim i przetworzonym sygnałem dźwiękowym nie może przekraczać określonej wartości krytycznej [11]. Na opóźnienie jakie wnosi filtr istotny wpływ ma również czas obliczeń potrzebnych do realizacji filtru. Czas ten można

zmniejszyć stosując filtr o rzadkiej odpowiedzi impulsowej (z ang. sparse filter). Istnieje wiele metod projektowania filtrów o rzadkiej odpowiedzi impulsowej. Większość z nich wykorzystuje różne algorytmy optymalizacji, np. programowanie liniowe [12], [13], programowanie kwadratowe [14], [15], SCOP (second-order cone programming) [16]. Historycznie najstarsze sposoby uzyskania filtru o rzadkiej odpowiedzi impulsowej wykorzystują interpolację [17], [18]. W [9] opisano metodę projektowania filtrów minimalnofazowych i jednocześnie typu sparse, bazującą na rozwiązaniu jednego zadania optymalizacji.

W niniejszej pracy pokazano, że filtr o bardzo małym opóźnieniu grupowym (minimalnofazowy) można uzyskać za pomocą filtru interpolacyjnego. Otrzymane rozwiązanie jest porównywalne, a pod względem liczby operacji mnożenia lepsze od przedstawionego w [9].

Interpolacyjny filtr FIR

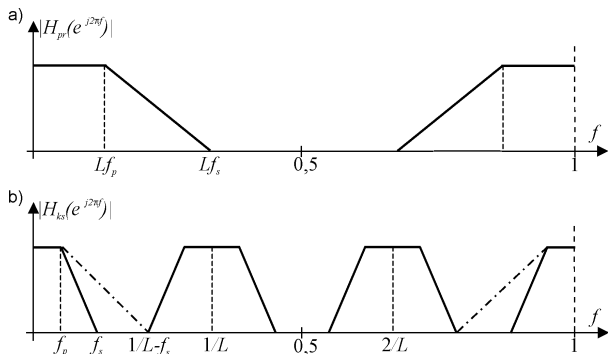
Idea projektowania filtru interpolacyjnego FIR (z ang. IFIR - Interpolated FIR) polega na zastąpieniu jednego filtru wąskopasmowego, zwykle wysokiego rzędu, dwoma połączonymi kaskadowo filtrami (kształtującego i maskującego) [17], [19], których wypadkowa charakterystyka ma pożądane parametry. W sumie liczba niezerowych współczynników obydwu filtrów jest mniejsza niż pojedynczego filtru o tych samych parametrach. Współczynniki filtru kształtującego otrzymuje się przez interpolację odpowiedzi impulsowej $h_{pr}(n)$ filtru prototypowego $H_{pr}(z)$ (rys.1).



Rys.1. Schemat filtru IFIR

Dla współczynnika interpolacji L , między sąsiednimi próbkami $h_{pr}(n)$ należy wstawić $L-1$ zer, co odpowiada zastąpieniu każdego opóźnienia w strukturze filtru przez L opóźnień. Charakterystyka częstotliwościowa filtru

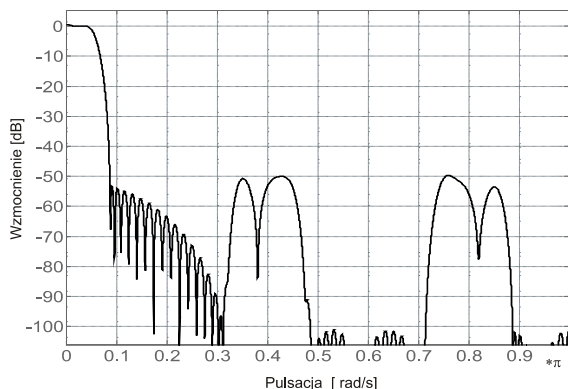
kształtującego jest więc L -krotnie powielona w przedziale częstotliwości od 0 do częstotliwości próbkowania, a pasma przepustowe i przejściowe są tym samym L razy węższe niż dla filtru prototypowego. Zbędne powielenia eliminowane są przez filtr maskujący (rys.2). Metoda jest dogodna do projektowania wąskopasmowych filtrów FIR. Parametry filtrów prototypowego i maskującego wyznacza się na podstawie zadanych parametrów filtru wąskopasmowego. Natomiast współczynnik L powinien być tak dobrany, aby sumaryczna liczba niezerowych współczynników filtru kształtującego i maskującego była możliwie najmniejsza. Sposób doboru L podano w [19].



Rys.2. Charakterystyki amplitudowe filtrów: a) prototypowego, b) kształtującego oraz maskującego (linia kropka-kreska), charakterystyki wykreślone dla unormowanej częstotliwości próbkowania i $L=3$

Minimalnofazowy filtr IFIR

W ostatnim czasie dużym zainteresowaniem cieszą się filtry o rzadkiej odpowiedzi impulsowej, ze względu na redukcję operacji arytmetycznych potrzebnych do realizacji filtru. W [9] spróbowano uzyskać filtr minimalnofazowy i jednocześnie o rzadkiej odpowiedzi impulsowej za pomocą jednej metody projektowania, formułując odpowiednio ograniczenia do zadania optymalizacji. Jako przykład podano filtr o wąskim paśmie przepustowym i przejściowym. Okazuje się, że filtr IFIR można z powodzeniem zastosować do zaprojektowania minimalnofazowego filtru wąskopasmowego, a liczba niezerowych współczynników będzie mniejsza niż podana w [9]. Filtr kształtujący będzie miał dużą liczbę zerowych współczynników, więc jego odpowiedź impulsowa będzie rzadka.



Rys.3. Charakterystyka amplitudowa minimalnofazowego filtru IFIR

Procedura projektowania minimalnofazowego filtru IFIR zostanie przedstawiona na przykładzie filtru dolnoprzepustowego zaczerpniętego z [9] o parametrach: krawędź pasma przepustowego $\omega_p=0,0476\pi$ [rad/s],

krawędź pasma zaporowego $\omega_s=0,0872\pi$ [rad/s], tłumienie w paśmie zaporowym $A=50$ [dB], wzmocnienie w paśmie przepustowym 0 [dB] z zafalowaniem maksymalnie $\delta=0,5$ [dB] (dla tego parametru, niepodanego w [9], przyjęto typową wartość proponowaną w wielu publikacjach). Procedurę projektowania można opisać w 5 krokach.

Krok 1. Zaprojektować filtr prototypowy $H_{pr}(e^{j\omega})$ dla parametrów: krawędzie pasm przepustowego i zaporowego $\omega_p=L\omega_p$, $\omega_s=L\omega_s$, $\delta_{pr}=0,25$ [dB] (założono, że błąd δ rozkłada się po połowie na filtr kształtujący i maskujący), tłumienie w paśmie zaporowym A . Do zaprojektowania filtru użyto algorytmu Parks-McClellana, a obliczenia przeprowadzono w środowisku MATLAB. Zadane parametry dla $L=5$ spełnia filtr 22 rzędu.

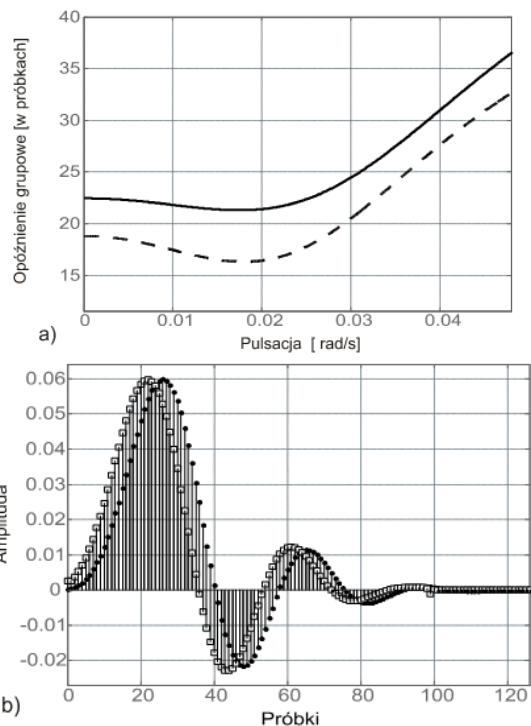
Krok 2. Przekształcić filtr prototypowy w filtr minimalnofazowy $H_{prm}(e^{j\omega})$. Współczynniki filtru obliczono metodą [4], rząd filtru jest identyczny jak $H_{pr}(e^{j\omega})$.

Krok 3. Wyznaczyć minimalnofazowy filtr kształtujący $H_{ksm}(e^{j\omega})$. Transmitancję filtru uzyskano przez interpolację filtru $H_{prm}(e^{j\omega})$, czyli $H_{ksm}(e^{j\omega})=H_{prm}(e^{jL\omega})$.

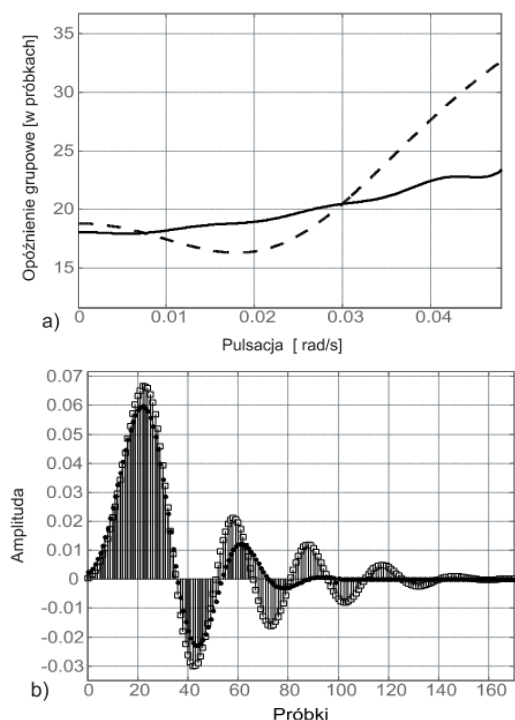
Krok 4. Zaprojektować filtr maskujący dla parametrów: krawędź pasma przepustowego ω_p , krawędź pasma zaporowego $2\pi L-\omega_s$, pozostałe parametry jak dla filtru prototypowego. Do zaprojektowania użyto tego samego algorytmu, co w kroku 1. Dla $L=5$ uzyskano rząd 16.

Krok 5. Przekształcić filtr maskujący w filtr minimalnofazowy. Postępowanie identyczne jak w kroku 2. Jeśli rząd filtru jest niski (mniejszy od 10), to często zdarza się, że zera transmitancji filtru leżą wewnątrz i na okręgu o promieniu 1, więc etap ten można pominąć.

Na rysunku 3 pokazano charakterystykę amplitudową kaskadowego połączenia minimalno-fazowych filtrów kształtującego i maskującego, a na rysunku 4 wykreślono charakterystykę opóźnienia grupowego w paśmie przepustowym i odpowiedź impulsową.



Rys.4. a) Charakterystyka opóźnienia grupowego zaproponowanego filtru IFIR (linia ciągła) i projektowanego według [4] (linia przerywana), b) odpowiedzi impulsowe: IFIR (•), metoda [4] (□)



Rys.5. a) Charakterystyka opóźnienia grupowego filtra zmodyfikowanego (linia ciągła) i zaprojektowanego według [4] (linia przerywana), b) odpowiedzi impulsowe: zmodyfikowany IFIR (\square), metoda [4] (\bullet)

W tabeli 1 podano liczbę niezerowych współczynników L_{NZ} filtra IFIR, rząd filtra N , opóźnienie t_0 odpowiedzi impulsowej (mierzone od 0 do najwyższej próbki) oraz zakres, w jakim zmienia się opóźnienie grupowe τ (w paśmie przepustowym) dla różnych wartości współczynnika interpolacji L . Dla porównania zamieszczono

Tabela 1. Porównanie własności filtrów

	Zaproponowany IFIR				zaprojektowany wg [9]	zaprojektowany wg [4]
	$L=2$	$L=3$	$L=4$	$L=5$		
N	113	114	118	126	100	100
L_{NZ}	60	44	39	40	64 – 74	100
t_0 w próbkach	23	23	25	26	brak danych	22
τ min/max w próbkach	18,09/32,63	18,86/33,42	20,2/35	21,3/36,24	brak danych	16,32/32,4

Podsumowanie

W artykule pokazano, że projektowanie wąskopasmowych i minimalnofazowych filtrów FIR o rzadkiej odpowiedzi impulsowej metodą wykorzystującą interpolację jest konkurencyjne w stosunku do innych metod. Uzyskuje się wyraźnie mniejszą liczbę niezerowych współczynników, natomiast nieco wzrasta opóźnienie jakie wnosi filtr. Zaproponowano też modyfikację procedury projektowania filtra IFIR, pozwalającą zredukować to opóźnienie i jednocześnie poprawić charakterystykę fazową, która w paśmie przepustowym zbliża się do liniowej. Należy zaznaczyć, że przedstawioną procedurę można stosować do projektowania wąskopasmowych filtrów o różnym typie przepustowości.

Autorzy: dr hab. inż. Jacek Konopacki, Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, E-mail: jacek.konopacki@polsl.pl; dr inż. Katarzyna Mościńska, Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, E-mail: katarzyna.moscinska@polsl.pl.

te same wielkości dla odpowiedniego filtra z [9] i minimalnofazowego filtra zaprojektowanego metodą [4].

Modyfikacja zaproponowanej procedur

Jak pokazano w poprzednim rozdziale (rys.4b), filtr zaprojektowany wg przedstawionej procedury opóźnia sygnał wejściowy o większą liczbę próbek niż filtr minimalnofazowy zaprojektowany metodą [4]. Opóźnienie to można zmniejszyć, jeśli filtr prototypowy będzie posiadał zredukowane opóźnienie grupowe. Do zaprojektowania takiego filtra zastosowano algorytm z [20] i procedurę przedstawioną w [21], według której dla przyjętego opóźnienia grupowego 8 próbek, filtr prototypowy powinien posiadać rząd $N=40$ (dla optymalnej wartości $L=4$). Zadane opóźnienie grupowe jest więc 2,5 razy mniejsze niż dla filtra o liniowej fazie, a charakterystyka fazowa jest w przybliżeniu liniowa tylko w paśmie przepustowym. Wymuszenie jeszcze mniejszego opóźnienia grupowego powoduje pojawienie się dużego przeregulowania charakterystyki amplitudowej w paśmie przejściowym i wymaga zwiększenie rzędu filtra w celu uzyskaniażądanego tłumienia w paśmie zaporowym. Następnie powtórzono kroki 2 i 3 procedury opisaney w rozdziale 3 (filtr maskujący nie został zmieniony). Charakterystykę opóźnienia grupowego i odpowiedź impulsową tak zaprojektowanego filtra IFIR pokazano na rysunku 5. Otrzymano identyczne opóźnienie odpowiedzi impulsowej $t_0 = 22$, jak dla filtra projektowanego zgodnie z [4]. Znacząco poprawiła się też zmienność opóźnienia grupowego w paśmie przepustowym i wynosi tylko około 5 próbek (od 17,95 do 23,13), w porównaniu do 16 próbek dla [4] (patrz tabela 1). Niestety, znacząco zwiększył się rząd filtra (do 170), ale liczba niezerowych współczynników jest nadal mniejsza od liczby współczynników filtra minimalnofazowego i wynosi 50.

LITERATURA

- [1] Lai X.P., "Optimal design of nonlinear-phase FIR filters with prescribed phase error", *IEEE Trans. Signal Process.*, 57 (2009) n.9, 3399–3410
- [2] Herrmann, O., Schuessler, H.W., "Design of nonrecursive filters with minimum phase", *Electronics Letters*, 6, (1970), n.11, 329–330
- [3] Mian G.A., Nainer A.P., "A fast procedure to design equiripple minimum-phase FIR filters", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, 29, (1982), n.5, 327–331
- [4] S.-C. Pei S.-C., H.-S. Lin H.-S., "Minimum-phase FIR filter design using real cepstrum", *IEEE Trans. Circuits and Systems II: Express Briefs*, 53, (2006), n.10, 1113–1117
- [5] Damera-Venkata N., Evans B.L., McCaslin S.R., "Design of optimal minimum-phase digital FIR filters using discrete Hilbert transforms", *IEEE Trans. Signal Processing*, 48, (2000), n.5, 1491–1495
- [6] Lehto R., Saramäki T., Vainio O., "Synthesis of Narrowband Linear-Phase FIR Filters with a Piecewise-Polynomial Impulse Response," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, 4, (2007), n.10, 2262–2276

- [7] Babic D., "Design of Narrow-band FIR Filter with Low Group Delay and Piecewise Polynomial Impulse Response", *34th International Conference on Telecommunications and Signal Processing*, Budapest, Hungary, Aug. 18-20, 2011
- [8] Shavelis R., Ozols K., "Design of FIR Decimation Filters with Low Group Delay for Audio Applications", *14th Biennial Baltic Electronics Conference (BEC2014)*, Tallinn, Estonia, October 6-8, 2014
- [9] Jiang A., Kwany H. K., Liu X., Zhu Y., "Sparse Minimum-Phase FIR Filter Design by SDP", *IEEE 30th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, 2017
- [10] Wu C., Gao D., Teo K.L., "A direct optimization method for low group delay FIR filter design", *Signal Processing*, 93, (2013) n.7, 1764–1772
- [11] Kurbiel T., Alfsmann D. Göckler H.G., "Design of Highly Selective Quasi-Equiripple FIR Lowpass Filters with Approximately Linear Phase and Very Low Group Delay", Lausanne, Switzerland, 2008
- [12] Baran T., Wei D., Oppenheim A.V, Fellow L., "Linear programming algorithms for sparse filter design", *IEEE Trans. Signal Process.*, 58, (2010), n.3, 1605–1617
- [13] Ye W., Yu Y.J., "Greedy algorithm for the design of linear-phase FIR filters with sparse coefficients", *Circuits, Syst. Signal Process.*, 35, (2016), n.4, 1427–1436.
- [14] Lu W.-S., Hinamoto T., "Digital filters with sparse coefficients", *Proceedings of the IEEE International Symposium Circuits Systems*, Paris, France, pp. 169–172, 2010
- [15] Jiang A., Kwan H.K., Zhu Y., Liu X., Xu N., Tang Y., "Design of sparse FIR filters with joint optimization of sparsity and filter order", *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, 62, (2015), n.1, 195–204
- [17] Neuvo Y., Dong C.Y., Mitra S.K., "Interpolated finite impulse response filters", *IEEE Trans. ASSP*, 32, (1984), 563-570.
- [16] Jiang A, Kwan H.K., Member S, Zhu Y., "Peak-error-constrained sparse FIR filter design using iterative SOCP", *IEEE Trans. Signal Process.*, 60, (2012) n.8, 4035–4044
- [18] Lim Y.C., Lian Y., "The optimum design of one- and two-dimensional FIR filters using the frequency response masking technique", *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 40, (1993) 88–953.
- [19] R. Lyons. "Interpolated narrowband lowpass FIR filters", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 20, pp. 50-57, January 2003.
- [20] Lai X.P., Lin Z.P., "Minimax design of IIR digital filters using a sequential constrained least-squares method", *IEEE Trans. Signal Processing*, 58, (2010), n.7, 3901–3906
- [21] Konopacki J. Mościńska K., "Estimation of filter order for prescribed, reduced group delay FIR filter design", *Bulletin of The Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 63, (2015), n.1, 209-216