

Modele matematyczne piorunowych udarów prądowych

Streszczenie. Opisano wyrażenia matematyczne często stosowane podczas modelowania przebiegów prądu wyładowania atmosferycznego. Przedstawione wzory są użyteczne zarówno podczas obliczeń analitycznych, jak i numerycznych dotyczących analizy zagrożenia piorunowego obiektów i przewodzących instalacji.

Abstract. Mathematical expressions frequently used for the modeling of the atmospheric discharge current waveforms are described. The presented formulas are useful for both analytical and numerical calculations related to the analysis of lightning hazard of objects and conductive installations. (*Mathematical models of lightning current waveforms*).

Słowa kluczowe: piorun, prąd, przebieg, widmo, formuła matematyczna.
Keywords: lightning, current, waveform, spectrum, mathematical formula.

Wstęp

Współczesna wiedza dotycząca natury wyładowań atmosferycznych i ich charakterystyk jest na tyle rozległa, że możliwe jest wykonanie skutecznej ochrony odgromowej różnych obiektów. Jednakże nie można stwierdzić, że wiedza ta jest pełna, gdyż liczba wiarygodnych danych jest wciąż niewystarczająca. Bezpośrednie pomiary parametrów piorunów są trudne, niebezpieczne i kosztowne, a przy tym są to z natury procesy przypadkowe. Prowadzenie dalszych badań eksperymentalnych i teoretycznych w tym zakresie jest niezbędne.

Do analizy zagadnień dotyczących ochrony odgromowej konieczna jest znajomość jakościowego i ilościowego opisu zjawisk, w tym modeli matematycznych prądu piorunowego. Aktualny stan wiedzy został opracowany przez uznane autorytety, jak V. Cooray, V.A. Rakov, M.A. Uman w postaci wydawnictw zwartych, np. [1-3]. Cenne są również artykuły przeglądowe zawierające opisy i formuły, które można już uważać za wręcz klasyczne, a jednocześnie aktualne, np. [4-5]. Rezultaty badań szczegółowych są umieszczane w artykułach oryginalnych, z których szczególnie znane są prace F. Heidlera [6-7], które m.in. znalazły zastosowanie w normach IEC/EN [8]. Publikowane są również różne opisy matematyczne przebiegów, które mogą mieć szczególne zalety dla wybranych zastosowań.

Postępy w zakresie wspomnianych badań są wdrażane do norm. Z tematyką niniejszego artykułu szczególnie blisko związane są normy związane z ochroną odgromową obiektów budowlanych – IEC/EN 62305 [8], obiektów latających – SAE ARP5412B [9], obiektów militarnych – MIL-STD-464C [10], a także przewodniki inżynierskie dotyczące zagadnień ochrony wybranych grup obiektów, opracowane przez IEEE [11] i CRIEPI [12].

W literaturze polskiej można również znaleźć dużo odniesień do modeli matematycznych prądów piorunowych, w tym w monografiach [13-15].

Liczba publikacji zawierających podobne informacje jest znaczna, jednak brakuje pozycji poświęconej przeglądowi wzorów i ich współczynników najczęściej stosowanych do opisu przebiegów prądu piorunowego, z uwzględnieniem analizy w dziedzinie czasu i częstotliwości. Niniejsza praca ma za zadanie wypełnić tę lukę.

Aktualny stan wiedzy według CIGRE [16]

Rezultaty dalszych badań będą bez wątpienia wpływać szczególnie na zmiany treści kolejnych wersji norm. Istotne znaczenie w tym zakresie mają studia przeglądowe sporządzane przez międzynarodowe zespoły badawcze, w tym opracowania CIGRE. Aktualny stan wiedzy dotyczący parametrów wyładowań atmosferycznych przeznaczonych

do wykorzystania naukowo-inżynierskiego zawarto w dokumencie [16], z którego poniżej wybrano informacje istotne dla dalszych części artykułu.

Szacuje się, że średnia globalna liczba wyładowań atmosferycznych osiąga 100 na sekundę. Dla celów ochrony odgromowej obiektów budowlanych najbardziej istotne są wyładowania doziemne, które stanowią około 25% tej liczby. Wyładowania doziemne klasyfikowane są w zależności od kierunku propagacji inicjującego je lidera oraz od znaku neutralizowanego ładunku elektrycznego. Znakomitą większość piorunów doziemnych stanowią wyładowania odgórne, rozwijające się od chmury ku ziemi. Pioruny oddolne (od ziemi ku chmurze) stanowią pojedyncze procenty wszystkich wyładowań. Wyładowania oddolne rozwijają się od obiektów wysokich lub zlokalizowanych na wzgórzach. Uważa się, że około 90% lub więcej wyładowań między chmurami a ziemią stanowią wyładowania ujemne, a około 10% lub mniej – dodatnie. Wyładowania dodatnie przenoszą zwykle większy ładunek elektryczny i są bardziej niszczycielskie od wyładowań ujemnych [16].

Energia każdego wyładowania doziemnego jest rzędu gigadżuli, jednak w miejscu uderzenia jest ona o 2-3 rzędy wielkości mniejsza, gdyż znakomita większość energii jest rozpraszana w postaci grzmotu, gorącego powietrza, promieniowania świetlnego i fal radiowych.

W każdym procesie uderzenia pioruna można wyróżnić fazę wstępną (lider) i wyładowanie główne (udar krótkotrwały [8], ang. *return stroke*). Szacuje się, że ponad 80% uderzeń piorunów stanowią wyładowania wielokrotne, co stanowi liczbę znacząco większą od obserwacji z lat osiemdziesiątych XX wieku, kiedy liczbę piorunów z wielokrotnymi udarami krótkotrwałymi szacowano na około 55%. Przeciętna liczba ujemnych udarów krótkotrwałych w kanale pioruna wynosi od 3 do 5 w średnim odstępnie około 60 ms, a może być ich kilkanaście i więcej.

Pomiędzy udarami krótkotrwałymi mogą pojawiać się tzw. udary długotrwałe, o natężeniu prądu znacznie mniejszym, w przybliżeniu niezmiennym.

Maksymalna wartość prądu pierwszego udaru krótkotrwałego jest zwykle 2-3 razy większa od następnego udaru krótkotrwałego w tym samym kanale, a czas trwania czoła udarów następnego może być wielokrotnie krótszy od czasu trwania czoła udaru pierwszego.

Liczba przeprowadzonych pomiarów jest wciąż niewystarczająca, toteż jednym z najważniejszych źródeł informacji są nadal wyniki Bergera i in. [17] z roku 1975. Zestawienie wybranych parametrów opublikowanych w [17] i powtórzonych w [2, 16] zawarto w Tabeli 1. Dane dotyczące składowych długotrwałych zaczerpnięto z [16].

Tabela 1. Zestawienie parametrów prądu pioruna [2, 16, 17]

Parametr i jednostka	Procent liczby zdarzeń przekraczających podaną wartość			
		95%	50%	5%
Pierwsze udary ujemne krótkotrwałe				
Wartość maksymalna	kA	14	30	80
Czas trwania czoła	μs	1,8	5,5	18
Czas do półszczytu na grzbiecie udaru	μs	30	75	200
Ładunek impulsu ($\int i dt$)	C	1,1	4,5	20
Energia właściwa ($\int i^2 dt$)	A ² s	6×10^3	$5,5 \times 10^4$	$5,5 \times 10^5$
Następne udary ujemne krótkotrwałe				
Wartość maksymalna	kA	4,6	12	30
Czas trwania czoła	μs	0,22	1,1	4,5
Czas do półszczytu na grzbiecie udaru	μs	6,5	32	140
Ładunek impulsu ($\int i dt$)	C	0,22	0,95	4
Energia właściwa ($\int i^2 dt$)	A ² s	$5,5 \times 10^2$	6×10^3	$5,2 \times 10^4$
Ujemne udary długotrwałe				
Prąd	A	45	199	788
Czas trwania	ms	2	6	204
Udary dodatnie krótkotrwałe				
Wartość maksymalna	kA	4,6	35	250
Czas trwania czoła	μs	3,5	22	200
Czas do półszczytu na grzbiecie udaru	μs	25	230	2000
Ładunek impulsu ($\int i dt$)	C	2	16	150
Energia właściwa ($\int i^2 dt$)	A ² s	$2,5 \times 10^4$	$6,5 \times 10^5$	$1,5 \times 10^7$
Dodatnie udary długotrwałe				
Prąd	od 400 A do 35,8 kA (mało danych)			
Czas trwania	ms	7	81	484

Dla potrzeb opracowywania norm dotyczących ochrony odgromowej rezultaty Bergera są uzupełniane wynikami innych pomiarów. Często używane są wykonane w ten sposób dwa rozkłady statystyczne maksymalnych wartości prądów pierwszych wyładowań ujemnych, opublikowane przez CIGRE i IEEE.

Niektóre parametry rozkładu używanego w publikacjach CIGRE różnią się od podanych w Tabeli 1, w tym maksymalna wartość prądu pierwszych krótkotrwałych udarów ujemnych przekracza 4 kA w 98% przypadków, 20 kA w 80% przypadków, a 90 kA w 5% przypadków. Mediana pozostaje taka sama: 30 kA.

Według rozkładu używanego w normach IEEE, np. [18], prawdopodobieństwo przekroczenia przez prąd pioruna I wartości I_0 (kA) jest określone przez poniższe równania:

$$(1) \quad P(I \geq I_0) = \frac{1}{1 + (I_0 / 31)^{2,6}}$$

$$(2) \quad P(I \geq I_0) = \frac{1}{1 + (I_0 / 12)^{2,7}}$$

Powyższe zależności są słuszne dla $5 \text{ kA} \leq I \leq 200 \text{ kA}$. Równanie (1) dotyczy udaru pierwszego, a (2) – następnych udarów ujemnych. Rozkłady CIGRE i IEEE są bardzo zbliżone do siebie w zakresie od 10 kA do 100 kA, który jest najlepiej udokumentowany.

Uważa się, że około 1% pierwszych udarów dodatnich przekracza 350 kA [5, 16]. W większości piorunów dodatnich obserwowano tylko jedno wyładowanie główne, toteż w Tabeli 1 nie zawarto informacji dotyczących następnych krótkotrwałych udarów dodatnich z powodu zbyt małej liczby danych.

Energia właściwa ($\int i^2 dt$) zamieszczona w Tabeli 1 jest wartością energii, jaka byłaby wydzielona w hipotetycznej rezystancji 1Ω . Podane wartości energii właściwej i ładunku elektrycznego dotyczą pojedynczego udaru krótkotrwałego, a nie całkowitego procesu wyładowania

atmosferycznego. Znacznie większy ładunek jest często neutralizowany w trakcie przepływu prądu udaru długotrwałego, o wyraźnie mniejszym natężeniu.

W trakcie wyładowań dodatnich udary długotrwałe występują znacznie częściej niż podczas ujemnych, mają natężenie prądu większe o rząd wielkości i trwają znacznie dłużej od ujemnych. Około 2/3 z nich trwało dłużej niż 40 ms, a 6% – dłużej niż 500 ms. To nie udary krótkotrwałe (wyładowania główne), a właśnie udary długotrwałe trwające ponad 40 ms są przyczynami najbardziej poważnych szkód materialnych i pożarów.

Podane wyżej parametry oraz wyniki innych badań stanowią bazę eksperymentalną uzasadniającą przyjęcie odpowiednich parametrów do opracowań teoretycznych.

W dalszych częściach niniejszej pracy opisane zostaną główne grupy modeli matematycznych przebiegów prądu piorunowego. Udary napięciowe związane z udarami prądowymi nie będą przedstawione.

Zależności dwuwykładnicze

Bardzo często stosowany jest wzór dwuwykładniczy (DEXP – ang. *double exponential*) o postaci:

$$(3) \quad I(t) = k_t I_m [\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)]$$

Jest to zależność dogodna do obliczeń analitycznych, gdyż łatwo można ją całkować i różniczkować, a widmo funkcji (3) ma prostą postać analityczną:

$$(4) \quad I(j\omega) = k_t I_m \left(\frac{1}{\alpha + j\omega} - \frac{1}{\beta + j\omega} \right)$$

Zaletą wzorów (3)-(4) jest ich prostota. Mają one także pewne wady: niezerową wartość pochodnej funkcji (3) w chwili początkowej (brak interpretacji fizycznej) i związany z tym kłopot z określeniem czasu trwania czoła przebiegu [13]. Pochodna funkcji (3) ma największą wartość w chwili $t = 0$, co również nie jest zgodne z wynikami pomiarów. Do opisu narastania przebiegu DEXP zamiast czasu trwania czoła często są używane: czas do osiągnięcia 90% wartości maksymalnej oraz chwila osiągnięcia wartości maksymalnej.

W Tabeli 2 podano współczynniki wzoru DEXP [13], które mogą służyć do modelowania przebiegów stosowanych w normach z serii IEC/EN 62305 i ich wydań krajowych [8], a także przebiegu 2/50 μs, używanego w dawnych opracowaniach rosyjskich [19].

Tabela 2. Zestawienie współczynników wzoru DEXP [13]

Przebieg	k_t	α [s ⁻¹]	β [s ⁻¹]
200 kA, 10/350 μs	1,051	2 127	246 100
100 kA, 1/200 μs	1,010	3 517	2 672 700
50 kA, 0,25/100 μs	1,005	6 986	10 840 000
20 kA, 2/50 μs	1,082	15 292	1 188 800

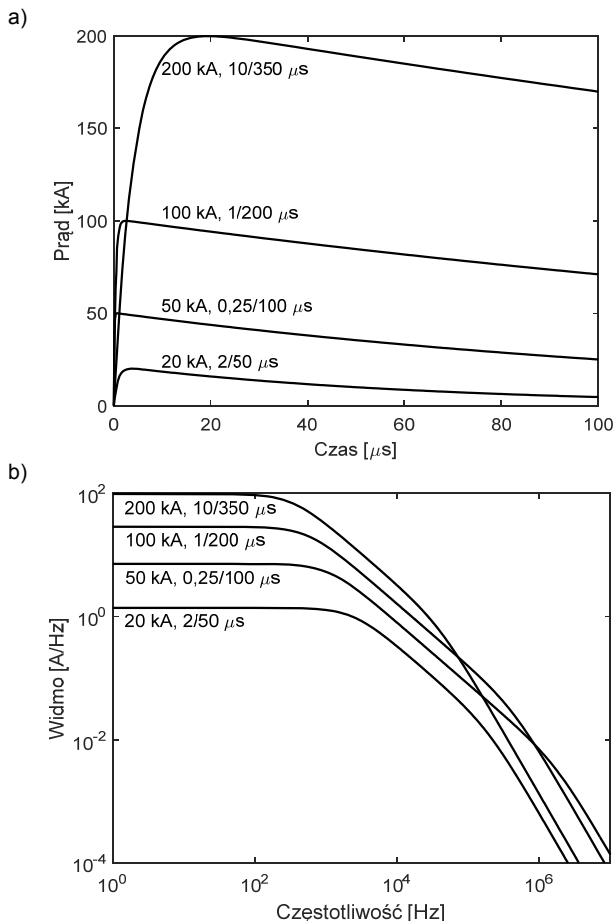
Przebiegi z norm IEC/EN

W normach dotyczących ochrony odgromowej z serii IEC/EN 62305 [8], wykorzystano modele matematyczne impulsów prądu piorunowego bazujące na formule opracowanej przez F. Heidlera [5-7].

$$(5) \quad I(t) = \frac{I_m}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^N}{1 + (t/\tau_1)^N} \exp(-t/\tau_2)$$

gdzie: $2 \leq N \leq 10$, a współczynnik korekcyjny η wynosi:

$$(6) \quad \eta = \exp \left[- \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \left(N \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{1/N} \right]$$



Rys. 1. Przebiegi czasowe wybranych impulsów DEXP (a) i ich widma amplitudowe (b)

Na rysunku 1 przedstawiono wykresy impulsów dwuwykładniczych o współczynnikach podanych w Tabeli 2 oraz ich widm amplitudowych.

Do opisu pierwszego udaru krótkotrwałego o wartości maksymalnej 30 kA Heidler przyjęt: $I_m = 28,3$ kA, $\tau_1 = 1,75$ μ s, $\tau_2 = 130$ μ s i $N = 2$. Jak widać, I_m we wzorze (5) nie musi oznaczać wartości maksymalnej. Szerszą dyskusję zależności analitycznych związanych z tym wyrażeniem można znaleźć np. w [7]. Zaletą wzorów (5)-(6) jest bardziej zbliżona do rzeczywistych przebiegów aproksymacja czoła przebiegów, w szczególności zerowa wartość pochodnej dla $t = 0$. Ich wadą jest konieczność numerycznego wyznaczania widma, gdyż brak jest zamkniętej funkcji analitycznej dla jego opisu.

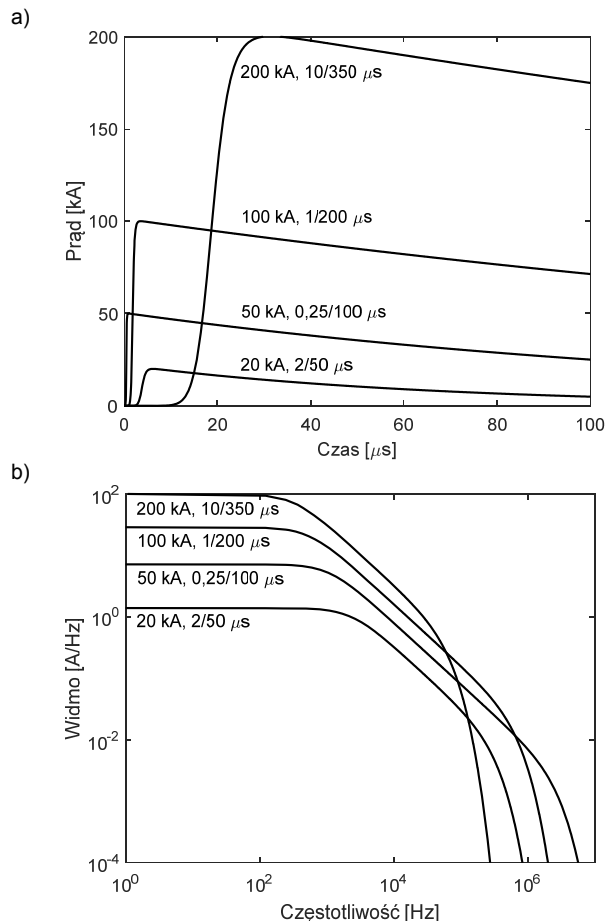
W Tabeli 3 podano współczynniki wzorów (5)-(6) dla impulsów o parametrach takich jak w Tabeli 2 [8, 13].

Tabela 3. Zestawienie współczynników wzoru Heidlera [8, 13]

Przebieg	η	τ_1 [μ s]	τ_2 [μ s]
200 kA, 10/350 μ s	0,930	19,0	485
100 kA, 1/200 μ s	0,986	1,82	285
50 kA, 0,25/100 μ s	0,993	0,454	143
20 kA, 2/50 μ s	0,903	3,8670	66,507

Na rysunku 2 przedstawiono wykresy impulsów opisanych wzorem Heidlera o współczynnikach podanych w Tabeli 2 oraz ich widm amplitudowych, obliczonych z użyciem szybkiej transformaty Fouriera FFT.

Na rysunkach 1a i 2a przedział czasu ograniczono do 100 μ s, aby zilustrować zróżnicowanie kształtu czoła impulsów.



Rys. 2. Przebiegi czasowe wybranych impulsów Heidlera (a) i ich widma amplitudowe (b)

Wykresy widm amplitudowych odpowiednich przebiegów praktycznie nie różnią się w zakresie małych częstotliwości, poniżej około 100 kHz, natomiast dla większych częstotliwości pasmo zajmowane przez widma impulsów Heidlera jest znacznie silniej ograniczone od widm DEXP.

W artykule [7] podano przybliżoną formułę do wyznaczania widma wzoru (5) dla $N = 10$:

$$(7) \quad I(j\omega) = \frac{I_m}{\eta} (A(j\omega) - B(j\omega)) \cdot \exp\left(-\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_2} + j\omega\right)\right)$$

gdzie:

$$(8) \quad A(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{\tau_2} + j\omega} \cdot \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\omega\tau_1}{20}\right)^2\right)^5}$$

$$(9) \quad B(j\omega) = \frac{0,07}{\frac{4,2}{\tau_1} + j\omega} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{j\omega\tau_1}{9}\right)}{\left(1 + \left(\frac{\omega\tau_1}{50}\right)^2\right)^5}$$

Z obliczeń autora niniejszego artykułu wynika, że składnik korekcyjny $B(j\omega)$ (9) poprawia jakość przybliżenia dla mniejszych częstotliwości, ale powoduje zwiększenie różnic między wykresami widma wyznaczonego z użyciem FFT i wzorów (7)-(8) w zakresie większych częstotliwości.

Funkcje złożone

Dla opisu następných udarów krótkotrwałych w tym samym kanale pioruna, mających stromo narastające czoło i szybko opadający grzbiet w jego fazie początkowej (rys. 3a), bywają stosowane wyrażenia bardziej złożone.

Udar następný o wartości maksymalnej 12 kA może być opisany za pomocą sumy dwóch funkcji Heidlera (5) o parametrach: $I_{01} = 10,7$ kA, $\tau_{11} = 0,25$ μ s, $\tau_{12} = 2,5$ μ s, $I_{02} = 6,5$ kA, $\tau_{21} = 2,1$ μ s, $\tau_{22} = 230$ μ s oraz $N_1 = N_2 = 2$ [20].

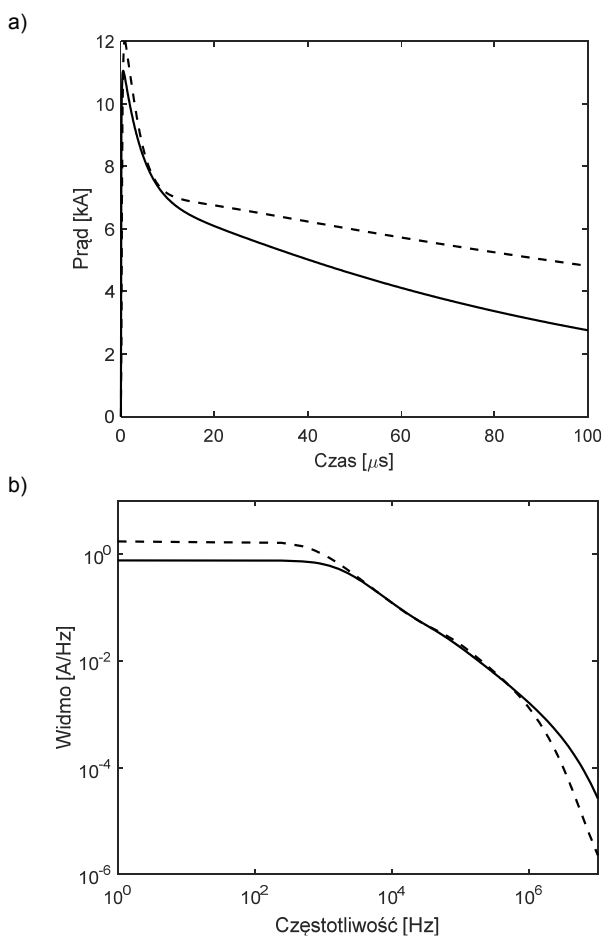
Na rysunku 3 przedstawiono przebiegi czasowe i widma amplitudowe sumy dwóch funkcji Heidlera (linia przerywana) z podanymi wyżej współczynnikami, a także opisanej niżej funkcji (10) (linia ciągła).

Charakter podobny do udarów następných mają wyładowania prowokowane przez wystrzeliwanie ku chmurom raket ciągnących cienkie przewody [16]. Do opisu takich wyładowań ($I_{max} = 11$ kA) stosowana jest funkcja

$$(10) \quad I(t) = \frac{I_1}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^2}{1 + (t/\tau_1)^2} \exp(-t/\tau_2) + I_2 (\exp(-t/\tau_3) - \exp(-t/\tau_4))$$

gdzie: $I_1 = 9,9$ kA, $I_2 = 7,5$ kA, $\eta = 0,845$, $\tau_1 = 0,072$ μ s, $\tau_2 = 5$ μ s, $\tau_3 = 100$ μ s, $\tau_4 = 6$ μ s [21]. Spotykane są również inne wartości współczynników we wzorze (10), a także w wieloskładnikowych sumach wzorów Heidlera (5) [5, 7].

Charakter wykresów przedstawionych na rysunku 3 jest podobny, co ilustruje podobieństwo następných udarów ujemnych do wyładowań prowokowanych przez wystrzeliwanie raket.



Rys. 3. Wykresy w dziedzinie czasu (a) i widma amplitudowe (b) wybranych przebiegów złożonych

Aproksymacje liniami łamanymi

Stosowane są bardzo uproszczone aproksymacje przebiegu prądu piorunowego w postaci linii łamanych. Często używa się ich do symbolicznego przedstawiania graficznego impulsów (jak na rys. 6), a także do oszacowań inżynierskich lub obliczeń z użyciem metod numerycznych, szczególnie metody różnic skończonych FDTD (rys. 4a).

W literaturze japońskiej spotykany jest impuls trójkątny narastający do wartości maksymalnej w czasie $T_1 = 1$ μ s, którego zbocze opadające przechodzi przez połowę wartości maksymalnej po czasie $T_2 = 70$ μ s od początku impulsu. Można ten impuls przedstawić w postaci superpozycji trzech funkcji liniowych (11), co zilustrowano na rysunku 4a.

Podobny impuls, z parametrami $T_1 = 1,2$ μ s i $T_2 = 50$ μ s, znalazł zastosowanie w IEEE Std 998-2012 [11].

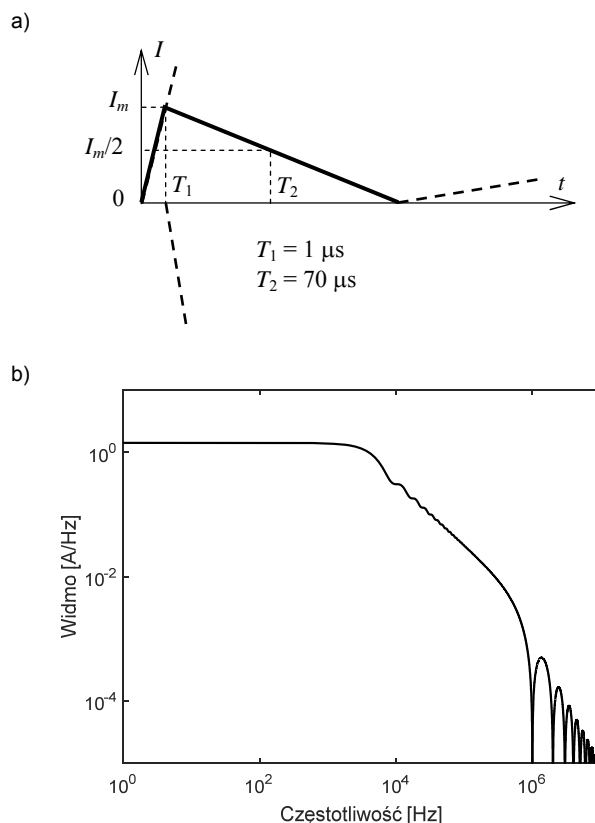
Przebieg impulsu i jego widmo można opisać wzorami:

$$(11) \quad I(t) = \frac{I_m}{T_1} t \cdot \mathbf{1}(t) - \left(\frac{I_m}{T_1} + \frac{I_m}{2T_2 - T_1} \right) (t - T_1) \cdot \mathbf{1}(t - T_1) + \frac{I_m}{2T_2 - T_1} (t - 2T_2) \cdot \mathbf{1}(t - 2T_2)$$

$$(12) \quad I(j\omega) = -\frac{I_m}{T_1} \frac{1}{\omega^2} + \left(\frac{I_m}{T_1} + \frac{I_m}{2T_2 - T_1} \right) \frac{1}{\omega^2} \exp(-j\omega T_1) - \frac{I_m}{2T_2 - T_1} \frac{1}{\omega^2} \exp(-j\omega 2T_2)$$

gdzie $\mathbf{1}(t - T_n)$ jest funkcją skoku jednostkowego.

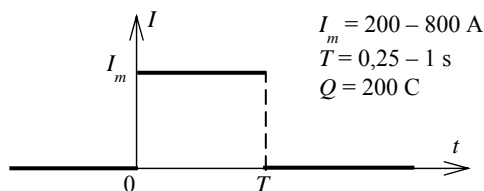
Na rysunku 4b w zakresie małych częstotliwości widoczne są słabe zafalowania z interwałem 7,14 kHz (odwrotność $2T_2 = 140$ μ s). Do ich obserwacji wygodniej jest użyć skali liniowej, nie logarytmicznej.



Rys. 4. Przedstawienie impulsu trójkątnego w postaci superpozycji półprostych (a) i modułu widma tego impulsu dla $I_m = 30$ kA (b)

Widać także, że analiza częstotliwościowa wyników symulacji numerycznych z użyciem tego impulsu powinna być ograniczona do wartości mniejszych od 1 MHz (odwrotność $T_1 = 1 \mu\text{s}$), gdyż blisko tej częstotliwości zmiany widma są bardzo gwałtowne, a dla większych częstotliwości pojawiają się okresowe zmiany z interwałem 1 MHz, charakterystyczne dla funkcji typu $(\sin x)/x$.

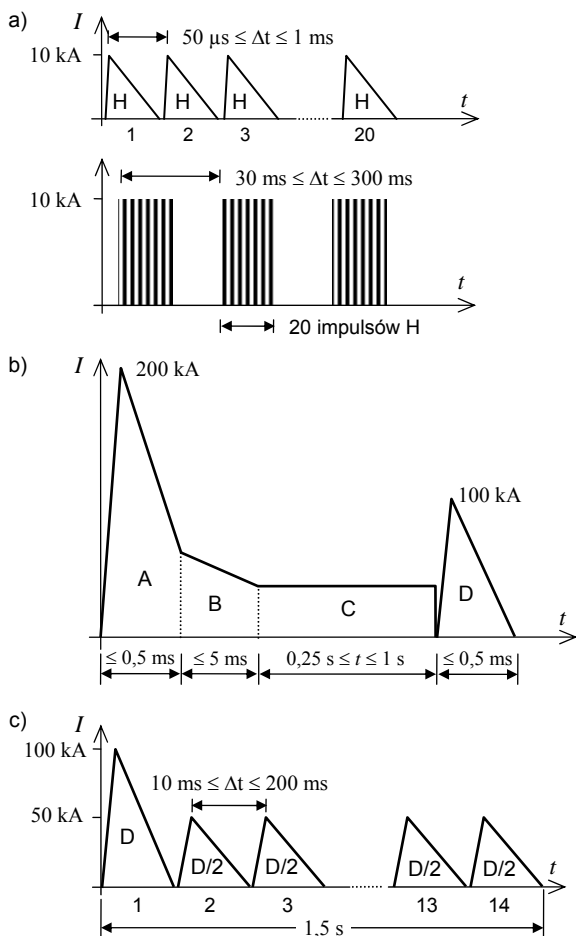
Należy dla porządku wspomnieć o aproksymacji przebiegu udaru długotrwałego w postaci funkcji prostokątnej (rys. 5). Widmo tego impulsu jest znaną funkcją typu $(\sin x)/x$, zatem nie będzie tu prezentowane.



Rys. 5. Impuls prostokątny dla modelowania udarów długotrwałych

Ciąg impulsów do symulacji wyładowań w samoloty

Z danych statystycznych wynika, że każdy samolot pasażerski jest narażony na uderzenie pioruna w przybliżeniu raz w roku [2]. Rzadkie występowanie katastrof lotniczych spowodowanych przez wyładowania atmosferyczne jest dowodem na zastosowanie właściwych środków ochrony odgromowej.



Rys. 6. Schematyczne przedstawienie reprezentacji wyładowania do testowania obiektów latających: serie impulsów H (a), zestaw udarów A-B-C-D (b) i ciąg impulsów D/2 (c); uwaga: na osiach odciętych i rzędnych nie zachowano skali

Zgodnie z wymaganiami SAE ARP5412B [9] samoloty powinny być odporne m.in. na test prądowy w postaci ciągu udarów przedstawionego schematycznie na rysunku 6. Taki ciąg impulsów prądowych, trwający w sumie do 2 s, modelujący najgroźniejsze wyładowania spotykane w naturze [2], jest opisany równie m.in. w MIL-STD-464C [10] i z pewnymi zmianami adaptowany przez NASA [22].

Składniki A, B, D, D/2 i H są opisywane wzorem DEXP (3) ze współczynnikami podanymi w Tabeli 4. Składnik C jest impulsem prostokątnym (rys. 5).

Tabela 4. Parametry impulsów z rys. 6 [8, 13]

Parametr i jednostka	Impuls					
	A	B	C	D	H	
I_m	kA	200	4,173	0,2-0,8	100	10
k_t		1,09405	2,708	-	1,09405	1,0572
α	s^{-1}	11354	700	-	22708	187191
β	s^{-1}	647265	2000	-	1294530	19105100
Czas do 90% I_m	μs	3	-	-	1,5	0,11
Czas do półszczytu na grzbiecie udaru	μs	69	-	-	34,5	4
Ładunek	C	-	10	200	-	-
Energia właściwa	A^2s	2×10^6	-	-	$0,25 \times 10^6$	-
Stromość czoła	$\text{kA}/\mu\text{s}$	140	-	-	140	200

Udary H (ang. *multiple bursts*) to wielokrotne serie impulsów o energii znacznie mniejszej od wyładowania głównego, ale o znacznej stromości czoła, poprzedzające składnik A oraz występujące losowo w trakcie trwania procesu wyładowania, razem z innymi składowymi prądu. Serie te są złożone z 20 impulsów i pojawiają się w odstępach od 30 ms do 300 ms.

Udar A (ang. *first return stroke*) jest modelem pierwszego udaru krótkotrwałego, symulującym zarówno ujemne, jak i dodatnie pierwsze wyładowania główne.

Udar B (ang. *intermediate current*) o wartości średniej 2 kA jest składnikiem reprezentującym prąd występujący po niektórych ujemnych udarach krótkotrwałych początkowych lub następnym.

Udar C (ang. *continuing current*) stanowi składnik symulujący udar długotrwały.

Udar D (ang. *subsequent stroke*) jest przebiegiem modelującym następny udar krótkotrwały, o parametrach α i β używanych także dla opisu ciągu 13 kolejnych impulsów D/2 (ang. *multistroke*) o dwukrotnie mniejszej wartości maksymalnej (i ładunku) i czterokrotnie mniejszej energii właściwej.

Inne impulsy

Wzory podane w niniejszej pracy stanowią najczęściej stosowane aproksymacje prądu pioruna, ale nie wyczerpują wszystkich spotykanych zależności matematycznych.

W szczególności, w standardzie [9] są określone współczynniki wzoru (3) dla wielu innych udarów testowych, które nie reprezentują prądu wyładowania bezpośredniego i nie będą tu przytaczane.

W celu modelowania złożonych kształtów przebiegów prądu piorunowego stosowane są sumy kilku składników opisanych wzorami Heidlera (5)-(6) [2, 5, 6].

Mimo ograniczenia tematyki artykułu do analizy prądu wyładowania bezpośredniego, celowe wydaje się przytoczenie opisu matematycznego dwóch bardzo często stosowanych udarów standardowych, reprezentujących przebiegi w obwodach elektrycznych [23].

Wyrażenie modelujące udar prądowy $8/20 \mu\text{s}$ ma postać:

$$(13) \quad I(t) = k_t I_m t^3 \exp(-t/\tau)$$

gdzie $k_t = 0,01243$, $\tau = 3,911 \mu\text{s}$.

Udar napięciowy 1,2/50 μ s jest opisywany wzorem:

$$(14) \quad U(t) = k_U U_m (1 - \exp(-t/\tau_1)) \exp(-t/\tau_2)$$

gdzie $k_U = 1,037$, $\tau_1 = 0,4074 \mu$ s, $\tau_2 = 68,22 \mu$ s.

Wzór (14) można łatwo przekształcić do postaci DEXP (3). W pracy [23] znajdują się również wzory służące do modelowania innych przebiegów impulsowych.

Wnioski

Wspólną cechą wszystkich formuł analitycznych aproksymujących przebieg prądu pioruna jest gładkość ich wykresów, co odbiega od przebiegów spotykanych w naturze, ale takie uproszczenia są nieuniknione.

Często stosowane wzory dwuwykładnicze (DEXP) i aproksymacje w postaci linii łamanych są bardzo proste, a ich widmo można przedstawić w postaci wzorów zamkniętych. Jest to cenna cecha podczas obliczeń. Mają one jednak nieciągłe pochodne, co jest sprzeczne z interpretacją fizyczną.

Możliwy jest taki dobór wyrażań matematycznych, żeby zapewnić ciągłość pochodnych względem czasu w chwili początkowej, jak we wzorach Heidler, ale wówczas widmo przebiegów trzeba obliczać numerycznie lub za pomocą trudnych do wyznaczenia formuł przybliżonych.

Znaczące różnice kształtu czoła przebiegów nie mają istotnego wpływu na ich widmo w zakresie niezbyt dużych częstotliwości (do ok. 100 kHz), w którym mieści się przeważająca część energii analizowanych impulsów. Różnice wykresów widma są widoczne w zakresie większych częstotliwości.

Badania zostały zrealizowane w ramach pracy nr WZ/WE-IA/1/2020 w Politechnice Białostockiej i sfinansowane z subwencji badawczej przekazanej przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Autor: dr hab. inż. Karol Aniserowicz, prof. uczelni, Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok, E-mail: k.aniserowicz@pb.edu.pl.

LITERATURA

- [1] Cooray V. (ed.), *The lightning flash*, IEE, London (2003)
- [2] Cooray V., *An introduction to lightning*, Springer (2015)
- [3] Rakov V.A., Uman M.A., *Lightning: physics and effects*, Cambridge Univ. Press (2006)
- [4] Rakov V.A., Uman M.A., Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application, *IEEE Trans. EMC*, 40 (1998), no. 4, 403-426
- [5] Gamera W.R., Elisme J.O., Uman M.A., Rakov V.A., Current waveforms for lightning simulation, *IEEE Trans. EMC*, 54 (2012), no. 4, 880-888
- [6] Heidler F., Analytische Blitzstromfunktion zur LEMP Berechnung, *Proc. 18th Int. Conf. on Lightning Protection (ICLP)*, Munich, Germany, (1985), 63-66
- [7] Heidler F., Cvetic J., A class of analytical functions to study the lightning effects associated with the current front, *European Trans. Electrical Power (ETEP)*, 12 (2002), no. 2, 141-150
- [8] PN-EN 62305, *Ochrona odgromowa*, seria norm, (2011)
- [9] ARP5412B, *Aircraft lightning environment and related test waveforms*, SAE International, (2013)
- [10] MIL-STD-464C, *Electromagnetic environmental effects requirements for systems*, Dept. of Defense Interface Standard, USA, (2010)
- [11] IEEE Std 998-2012, *Guide for direct lightning stroke shielding of substations*, IEEE Power and Energy Soc., (2012)
- [12] CRIEPI – Central Research Institute of Electric Power Industry, *Guide to lightning protection design of power stations, substations and underground transmission lines (rev. 2011)*, Subcommittee for Power Stations and Substations, Study Committee on Lightning Risk, Electric Power Engineering Research Lab. report H06, Japan, (2012)
- [13] Aniserowicz K., *Analiza zagadnień kompatybilności elektromagnetycznej w rozległych obiektach narażonych na wyładowania atmosferyczne* (<http://pbc.biaman.pl/dlibra>), Wyd. PB, Białystok (2005)
- [14] Masłowski G., *Analiza i modelowanie wyładowań atmosferycznych na potrzeby ochrony przed przepięciami*. Wyd. AGH, Kraków (2010)
- [15] Sowa A., *Analiza zagrożenia piorunowego urządzeń elektronicznych*, Wyd. PB, Białystok (1990)
- [16] Working Group C4.407, Lightning parameters for engineering applications, *CIGRE report 549*, (2013)
- [17] Berger K., Anderson R.B., Kroninger H., Parameters of lightning flashes, *Electra*, 80, (1975), 23-37
- [18] IEEE Std 1410-2010, *Guide for improving the lightning performance of electric power overhead distribution lines*, IEEE Power and Energy Soc., (2011)
- [19] Krawczenko W.I., *Grozozaszczita radioelektronných sriedstev*, Radio i Swjaż, (1991)
- [20] WG C4.408, Lightning protection of low-voltage networks, *CIGRE report 550*, (2013)
- [21] Nucci C.A., Diendorfer G., Uman M.A., Rachidi F., Ianoz M., Mazzetti C., Lightning return stroke current models with specified channel-base current: A review and comparison, *J. Geophys. Res.*, 95 (1990), 20395-20408
- [22] NASA/TM-1999-209734, *Lightning protection guidelines for aerospace vehicles*, Marshall Space Flight Center, Alabama (1999)
- [23] Sandler R., *Protection of electronic circuits from overvoltages*, J. Wiley & Sons, N.Y., (1989)