

doi:10.15199/48.2020.09.18

Warunek na występowanie maksimum sprawności dla wybranych maszyn elektrycznych

Streszczenie. W artykule przedstawiono rozważania teoretyczne dotyczące warunku występowania maksimum sprawności dla silnika indukcyjnego klatkowego i pierścieniowego, transformatora oraz silnika obcowzbudnego i bocznikowego prądu stałego. Rozważania te modyfikują spojrzenie na to zagadnienie i pozwalają na sformułowanie bardziej precyzyjnego warunku na występowanie maksimum sprawności w rozważanych maszynach, kwestionując tym samym przedstawiany dotychczas w literaturze warunek o równości strat stałych i zmiennych.

Abstract. — The article presents theoretical considerations regarding the condition of occurrence of maximum efficiency for a squirrel cage and ring induction motor, a transformer, a DC excited motor and DC shunt motor. These considerations modify the view on this issue and allow for the formulation of a more precise condition for the occurrence of maximum efficiency in the machines under consideration, thus questioning the condition presented so far in the literature about the equality of constant and variable losses. The theoretical considerations regarding the condition of occurrence of maximum efficiency for a squirrel cage and ring induction motor

Słowa kluczowe: warunek na maksimum sprawności, indukcyjny silnik klatkowy, indukcyjny silnik pierścieniowy, transformator, silnik obcowzbudny prądu stałego, silnik bocznikowy prądu stałego

Keywords: condition of maximum efficiency; induction squirrel-cage motor; slip-ring induction motor; transformer, dc exciter motor, dc shunt motor

Wstęp

W literaturze dominuje pogląd, że maksimum sprawności dla silnika indukcyjnego wystąpi wtedy, kiedy straty stałe zrównają się ze stratami zmiennymi [1,4]. Sugeruje to, że suma strat stałych i strat zmiennych jest równa stratom całkowitym i wobec tego należy uwzględnić wszystkie straty w maszynie przy formułowaniu warunku na maksimum sprawności. W literaturze do strat stałych zalicza się straty mechaniczne oraz straty w rdzeniu. Do strat zmiennych zalicza się straty w uzwojeniu stojana i wirnika oraz straty dodatkowe obciążeniowe. W publikacji [2] wskazano, że do strat stałych należałoby włączyć straty w uzwojeniu stojana pochodzące od prądu magnesującego. W przypadku transformatora straty stałe to straty w rdzeniu, natomiast straty zmienne są stratami w uzwojeniach od prądu obciążenia. W silniku obcowzbudnym stratami stałymi są straty w rdzeniu wirnika i straty mechaniczne oraz straty w obwodzie wzbudzenia, a do strat zmiennych zalicza się straty przejścia na styku szczotka-komutator i straty w uzwojeniach obwodu twornika od prądu obciążenia. Poniżej przedstawiono analizę strat i ich powiązanie z mocą wydawaną przez wybrane maszyny, co pozwoliło na sformułowanie warunku na występowanie maksimum sprawności w silnikach i transformatorze. Przedstawione zależności są dokładniejsze, lepiej odzwierciedlają procesy zachodzące w maszynie i wskazują, że maksimum sprawności występuje tylko przy równości niektórych strat w maszynie.

Warunek na maksimum sprawności dla indukcyjnego silnika pierścieniowego

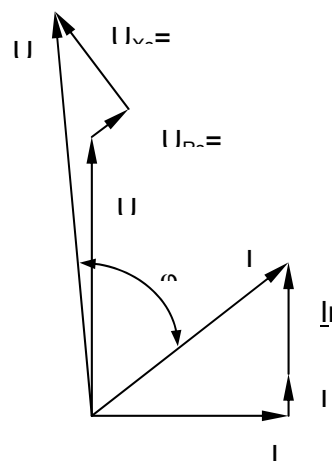
Rozważania prowadzone są w oparciu o wykres fazorowy dla silnika indukcyjnego przy założeniu, że współczynnik mocy w wirniku będzie równy jedności, $\cos \varphi_r \approx 1$, [5,10]. Moc wydawaną na wale P można wtedy przedstawić jako proporcjonalną do prądu wirnika odniesionego na stronę stojana I'_r

$$(1) \quad P \approx k \cdot I'_r$$

Zgodnie z rys.1 prąd stojana I_s będzie równy

$$(2) \quad I_s^2 = I_m^2 + (I_{Fe} + I'_r)^2$$

gdzie: I_{Fe} - prąd związany ze stratami w rdzeniu, I_m - prąd magnesujący.



Rys.1. Wykres fazorowy dla silnika indukcyjnego

Sprawność dla indukcyjnego silnika pierścieniowego wyznacza się z zależności

$$(3) \quad \eta = \frac{P}{P + P_{Fe} + P_m + P_{ws} + P_{as} + P_{wr} + P_{ar} + P_{pb}}$$

gdzie: P_{Fe} - straty w rdzeniu, P_m - straty mechaniczne, P_{ws} - straty w uzwojeniu stojana, P_{as} - straty dodatkowe obciążeniowe w stojanie, P_{wr} - straty w uzwojeniu wirnika, P_{ar} - straty dodatkowe obciążeniowe w wirniku, P_{pb} - straty na zestyku ślizgowym.

Straty w uzwojeniu stojana dane są równaniem

$$(4) \quad P_{ws} = 3R_s I_s^2 = 3R_s [I_m^2 + (I_{Fe} + I'_r)^2]$$

gdzie: R_s - rezystancja uzwojenia stojana.

Straty w uzwojeniu wirnika

$$(5) \quad P_{wr} = 3R'_r I_r'^2$$

gdzie: R'_r - rezystancja uzwojenia wirnika odniesiona na stronę stojana.

Straty dodatkowe obciążeniowe dla danego prądu stojana I_s można wyznaczyć z zależności

$$(6) \quad P_{as} = P_{asN} \left(\frac{I_s}{I_{sN}} \right)^2 = P_{asN} \frac{I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2}{I_{sN}^2}$$

gdzie: P_{asN} – straty dodatkowe obciążeniowe dla znamionowego prądu stojana I_{sN} .

Straty dodatkowe obciążeniowe w wirniku dla danego prądu I_r' można przedstawić jako

$$(7) \quad P_{ar} = P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2$$

gdzie: P_{arN} – straty dodatkowe obciążeniowe dla znamionowego prądu wirnika I_{rN} .

Straty mocy na zestyku ślizgowym będą równe

$$(8) \quad P_{pb} = 3 \cdot \Delta U_b' I_r'$$

gdzie: $\Delta U_b'$ –spadek napięcia na zestyku ślizgowym odniesiony na stronę stojana.

Mając określone poszczególne straty mocy wyrażenie na sprawność przybierze postać

$$\eta = \frac{k I_r'}{k I_r' + P_{Fe} + P_m + 3R_s [I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2] + 3R_r' I_r'^2}$$

$$(9) \quad \frac{P_{asN} \frac{I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2}{I_{sN}^2} + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2 + 3 \cdot \Delta U_b' I_r'}{k I_r' + P_{Fe} + P_m + 3R_s [I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2] + 3R_r' I_r'^2}$$

W celu wyznaczenia warunku na występowanie maksimum sprawności należy policzyć pochodną $\frac{d\eta}{dI_r'}$ i następnie przyrównać ją do zera

$$(10) \quad \frac{d\eta}{dI_r'} = 0$$

Po przekształceniu otrzymuje się wyrażenie o postaci

$$(11) \quad P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2 = 3R_s I_r'^2 + 3R_r' I_r'^2 + P_{asN} \left(\frac{I_r'}{I_{sN}} \right)^2 + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2$$

Lewa strona równania (11) przedstawia straty mocy biegu jałowego P_{ino} dla znamionowego napięcia (12). Prąd biegu jałowego oznaczono jako I_o .

$$(12) \quad P_{ino} = P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2$$

Prawa strona równania (11) przedstawia straty mocy P_K od prądu wirnika I_r' w obu uzwojeniach oraz straty dodatkowe obciążeniowe stojana i wirnika (13).

$$(13) \quad P_K = 3R_s I_r'^2 + 3R_r' I_r'^2 + P_{asN} \left(\frac{I_r'}{I_{sN}} \right)^2 + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2$$

Prąd wirnika I_r' wyznaczony z równania (11) będzie równy

$$(14) \quad I_r' = \sqrt{\frac{P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2}{3R_s + 3R_r' + P_{asN} \frac{1}{I_{sN}^2} + P_{arN} \frac{1}{I_{rN}^2}}}$$

Dzieląc powyższe równanie (14) przez I_{rN} , dostaje się wyrażenie

$$(15) \quad \frac{I_r'}{I_{rN}} = \sqrt{\frac{P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2}{3R_s I_r'^2 + R_r' I_r'^2 + P_{asN} \left(\frac{I_r'}{I_{sN}} \right)^2 + P_{arN}}}$$

które można zapisać jako

$$(16) \quad \frac{I_r'}{I_{rN}} = \sqrt{\frac{P_{ino}}{P_{KN}}}$$

gdzie: P_{KN} – straty w uzwojeniach i straty dodatkowe obciążeniowe dla znamionowej wartości prądu wirnika I_{rN} .

Względne obciążenie $k_{\eta \max}$ dla którego wystąpi maksimum sprawności wyznaczyć można z poniższej zależności

$$(17) \quad k_{\eta \max} \approx \frac{I_r'}{I_{rN}} \approx \frac{P}{P_N} \approx \sqrt{\frac{P_{ino}}{P_{KN}}}$$

Warunek na występowanie maksimum sprawności dla indukcyjnego silnika klatkowego

Wyrażenie na sprawność silnika klatkowego ma podobną postać jak równanie (3.) z którego wyeliminowano straty na zestyku ślizgowym P_{pb} [7,10].

$$(18) \quad \eta = \frac{P}{P + P_{Fe} + P_m + P_{ws} + P_{as} + P_{wr} + P_{ar}}$$

Po dokonaniu odpowiednich podstawień jak w przypadku silnika pierścieniowego równanie to przybierze postać

$$\eta = \frac{k I_r'}{k I_r' + P_{Fe} + P_m + 3R_s [I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2] + 3R_r' I_r'^2 +$$

$$(19) \quad \frac{P_{asN} \frac{I_m^2 + (I_{Fe} + I_r')^2}{I_{sN}^2} + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2}$$

Po wyznaczeniu pochodnej sprawności względem prądu I_r' i przyrównaniu tego wyrażenia do zera otrzymuje się zależność pomiędzy składowymi strat (20).

$$(20) \quad P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2 = 3R_s I_r'^2 + 3R_r' I_r'^2 + P_{asN} \left(\frac{I_r'}{I_{sN}} \right)^2 + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2$$

Lewa strona powyższego wyrażenia przedstawia sobą straty biegu jałowego P_{ino} przy napięciu znamionowym.

$$(21) \quad P_{ino} = P_{Fe} + P_m + 3R_s I_o^2 + P_{asN} \left(\frac{I_o}{I_{sN}} \right)^2$$

Prawa strona równania przedstawia straty wywołane przez prąd wirnika w uzwojeniach stojana i wirnika oraz straty dodatkowe obciążeniowe.

$$(22) \quad P_K = 3R_s I_r'^2 + 3R_r' I_r'^2 + P_{asN} \left(\frac{I_r'}{I_{sN}} \right)^2 + P_{arN} \left(\frac{I_r'}{I_{rN}} \right)^2$$

Względne obciążenie $k_{\eta \max}$ dla którego wystąpi maksimum sprawności wyraża się podobnie jak dla indukcyjnego silnika pierścieniowego.

$$(23) \quad k_{\eta \max} \approx \frac{I_r'}{I_{rN}} \approx \frac{P}{P_N} \approx \sqrt{\frac{P_{ino}}{P_{KN}}}$$

Warunek na występowanie maksimum sprawności dla transformatora

Zakłada się, że:

- napięcie strony wtórnej U_2 ,
- straty w rdzeniu P_{Fe} ,
- prąd stanu jałowego I_0 ,

są stałe i niezależne od obciążenia [6,10].

Sprawność transformatora można przedstawić jako

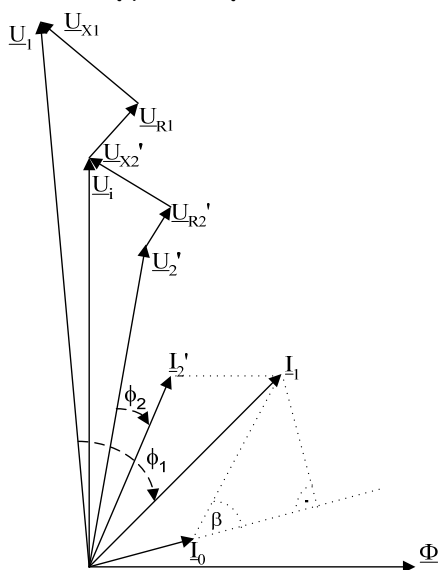
$$(24) \quad \eta = \frac{mU_2' I_2' \cos \varphi_2}{mU_2' I_2' \cos \varphi_2 + P_{Fe} + P_w}$$

gdzie: m – liczba faz, U_2', I_2' – napięcie i prąd strony wtórnej odniesione na stronę pierwotną, P_w – straty w uzwojeniach

Straty w uzwojeniach będą równe

$$(25) \quad P_w = m(R_1 I_1'^2 + R_2' I_2'^2)$$

gdzie: I_1' – prąd strony pierwotnej, R_1 – rezystancja uzwojenia pierwotnego dla prądu przemiennego, R_2' – rezystancja uzwojenia wtórnego dla prądu przemiennego odniesiona na stronę pierwotną.



Rys. 2. Wykres fazorowy dla transformatora

Korzystając z powyższego wykresu fazorowego prąd I_1 można zapisać jako

$$(26) \quad I_1 = \sqrt{(I_0 + I_2' \cdot \cos \beta)^2 + (I_2' \cdot \sin \beta)^2}$$

gdzie: β – kąt zawarty pomiędzy fazorami prądów I_0 i I_2' .

Po dokonaniu podstawień wyrażenie na sprawność przybiera postać

$$(27) \quad \eta = \frac{mU_2' I_2' \cos \varphi_2}{mU_2' I_2' \cos \varphi_2 + P_{Fe} + m(R_1 I_1'^2 + R_2' I_2'^2)} = \frac{mU_2' I_2' \cos \varphi_2}{mU_2' I_2' \cos \varphi_2 + P_{Fe} + m[R_1(I_0 + I_2' \cdot \cos \beta)^2 + (I_2' \cdot \sin \beta)^2 + R_2' I_2'^2]}$$

Przy założeniu, że $\cos \varphi_2 = \text{const.}$, pochodna sprawności względem prądu I_2' będzie równa

$$(28) \quad \frac{d\eta}{dI_2'} = P_{Fe} + m \cdot R_1 \cdot I_0^2 - m \cdot R_1 \cdot I_2'^2 - m \cdot R_2' \cdot I_2'^2$$

Przyrównując pierwszą pochodną do zera otrzymuje się

$$(29) \quad P_{Fe} + m \cdot R_1 \cdot I_0^2 = m \cdot R_1 \cdot I_2'^2 + m \cdot R_2' \cdot I_2'^2$$

Podstawiając

$$(30) \quad R_K = R_1 + R_2'$$

otrzymuje się równanie strat o postaci:

$$(31) \quad P_{Fe} + m \cdot R_1 \cdot I_0^2 = m \cdot R_K \cdot I_2'^2$$

Lewa strona równania (31) przedstawia straty stanu jałowego P_{ino} , natomiast prawa strona przedstawia straty P_K wywołane prądem obciążenia I_2' w obu uzwojeniach, które można pomierzyć w stanie zwarcia.

Z zależności (31) można wyznaczyć wartość prądu obciążenia dla którego wystąpi maksimum sprawności:

$$(32) \quad I_2' = \sqrt{\frac{P_{Fe} + m \cdot R_1 \cdot I_0^2}{m \cdot R_K}}$$

Powyższe wyrażenie daje się przekształcić do postaci:

$$(33) \quad \frac{I_2'}{I_{2N}} = \sqrt{\frac{P_{Fe} + m \cdot R_1 \cdot I_0^2}{m \cdot R_K \cdot I_{2N}^2}} = \sqrt{\frac{P_{in0}}{P_{KN}}}$$

gdzie: P_{KN} – straty w uzwojeniach od prądu znamionowego I_{2N} równe stratom zwarcia.

Względne obciążenie dla którego wystąpi maksimum sprawności można określić z zależności

$$(34) \quad k_{\eta \max} = \frac{I_2'}{I_{2N}} = \frac{S}{S_N} = \sqrt{\frac{P_{in0}}{P_{KN}}}$$

Powyższe wyrażenie nie wprowadza istotnych zmian do warunku na maksimum sprawności prezentowanego w literaturze mówiącego o równości strat w rdzeniu i w uzwojeniach, [3]. Wynika to z faktu, że prąd stanu jałowego jest niewielki w stosunku do prądu znamionowego transformatora i straty od tego prądu będą też niewielkie. Wobec tego prezentowana zależność wprowadza tylko pewną zmianę jakościową a nie ilościową.

Warunek na występowanie maksimum sprawności dla silnika obcowzbudnego oraz silnika bocznikowego prądu stałego

Analizę dla silnika obcowzbudnego przeprowadza się przy założeniu stałej wartości:

- prądu wzbudzenia,
- prędkości obrotowej.

W związku z powyższym straty w obwodzie wzbudzenia P_f , straty w rdzeniu wirnika P_{Fe} oraz straty mechaniczne P_m będą również stałe, [8].

Prąd wirnika można przedstawić jako sumę dwóch składowych

$$(35) \quad I_a = I_{a0} + I_{aT}$$

gdzie: I_a – prąd biegu jałowego, I_{aT} – składowa prądu wirnika związana z mocą na wale silnika.

Straty w obwodzie twornika P_{wa} od prądu I_a będą równe

$$(36) \quad P_{wa} = R_{at} (I_{a0} + I_{aT})^2$$

gdzie: R_{at} – rezystancja uzwojenia twornika, uzwojenia komutacyjnego i ewentualnie uzwojenia kompensacyjnego.

Straty na zestyku ślizgowym P_{pb}

$$(37) \quad P_{pb} = 2\Delta U_b (I_{a0} + I_{aT})$$

Straty dodatkowe obciążeniowe P_{aL} , których wartość można zapisać jako

$$(38) \quad P_{aL} = P_{aLN} \left(\frac{I_{a0} + I_{aT}}{I_{aN}} \right)^2$$

gdzie: P_{aLN} – straty dodatkowe obciążeniowe przy znamionowym prądzie twornika I_{aN} .

Moc wydawaną na wale P można przedstawić zależnością:

$$(39) \quad P = k_p I_{aT}$$

Sprawność silnika wyznacza się z zależności:

$$(40) \quad \eta = \frac{P}{P + P_t}$$

gdzie: P_t – straty całkowite w silniku.

Po wstawieniu do zależności (40) poszczególnych strat otrzymuje się wyrażenie

$$(41) \quad \eta = \frac{k_p I_{aT}}{k_p I_{aT} + P_f + P_{Fe} + P_m + 2\Delta U_b (I_{a0} + I_{aT}) + R_{at} (I_{a0} + I_{aT})^2 + P_{aLN} \left(\frac{I_{a0} + I_{aT}}{I_{aN}} \right)^2}$$

Wyznaczając pochodną $d\eta/dI_{aT}$ i przyrównując do zera otrzymuje się równanie strat o postaci:

$$(42) \quad P_f + P_{Fe} + P_m + 2\Delta U_b I_{a0} + R_{at} I_{a0}^2 + P_{aLN} \left(\frac{I_{a0}}{I_{aN}} \right)^2 = R_{at} I_{aT}^2 + P_{aLN} \left(\frac{I_{aT}}{I_{aN}} \right)^2$$

Lewa strona równania przedstawia straty biegu jałowego, natomiast prawa strona obrazuje straty wywołane w uzwojeniach twornika i straty dodatkowe przez składową prądu wirnika I_{aT} . Wartość tej składowej może być wyznaczona z zależności:

$$(43) \quad I_{aT} = \sqrt{\frac{P_f + P_{Fe} + P_m + 2\Delta U_b I_{a0} + R_{at} I_{a0}^2 + P_{aLN} \left(\frac{I_{a0}}{I_{aN}} \right)^2}{R_{at} I_{aT}^2 + P_{aLN} \left(\frac{1}{I_{aN}} \right)^2}}$$

Wprowadzając prąd I_{aTN} jako wartość odpowiadającą mocy znamionowej P_N można obliczyć względne obciążenie mocą przy której sprawność osiągnie maksimum:

$$(44) \quad k_{\eta\max} \approx \frac{I_{aT}}{I_{aTN}} \approx \frac{P}{P_N} \approx \sqrt{\frac{P_{in0}}{R_{at} I_{aT}^2 + P_{aLN} \left(\frac{1}{I_{aN}} \right)^2}}$$

Zgodnie z powyższą zależnością maksimum sprawności dla silnika obcowzbudnego wystąpi przy równości strat biegu jałowego i strat w uzwojeniach obwodu twornika oraz strat dodatkowych wywołanych składową prądu I_{aTN} . Zależność ta jest dokładniejsza niż przedstawiona w [9], wskazująca na równość strat stałych i strat w uzwojeniach obwodu twornika.

Przeprowadzone rozważania będą również słuszne dla silnika bocznikowego prądu stałego ze względu na występowanie takich samych strat jak w silniku obcowzbudnym.

Wnioski

Przedstawione teoretyczne rozważania dotyczące warunku występowania maksimum sprawności dla wybranych maszyn elektrycznych pozwalają na bardziej precyzyjne ujęcie tego zagadnienia. Dla poszczególnych maszyn maksimum sprawności wystąpi przy równości następujących strat:

1. Dla transformatora wystąpi przy równości strat stanu jałowego oraz strat w obu uzwojeniach od prądu obciążenia I_2 .
2. Dla indukcyjnego silnika klatkowego wystąpi przy zrównaniu strat biegu jałowego oraz strat w uzwojeniach stojana i wirnika, i strat dodatkowych obciążeniowych od prądu obciążenia wirnika I_r .
3. Dla indukcyjnego silnika pierścieniowego wystąpi przy równości strat biegu jałowego oraz strat w uzwojeniach stojana i wirnika i strat dodatkowych obciążeniowych od prądu obciążenia wirnika I_r czyli identycznie jak w silniku klatkowym.
4. Dla obcowzbudnego silnika prądu stałego i silnika bocznikowego wystąpi przy równości strat biegu jałowego oraz strat w uzwojeniach obwodu twornika i strat dodatkowych wywołanych prądem obciążenia I_{aT} .

Należy zwrócić uwagę, że składniki strat w maszynach, które wykazują proporcjonalność do prądu obciążenia, są eliminowane w trakcie przekształceń. Przykładowo dla silnika pierścieniowego są to straty na zestykach ślizgowych, podobnie straty na zestyku szczotki – komutator dla obcowzbudnego i bocznikowego silnika prądu stałego. Podobnie jest z elementami strat w uzwojeniach, które po rozpisaniu są proporcjonalne do

prądu obciążenia. Ze względu na konieczność raczej zwięzłego przedstawienia przekształceń, nie są one widoczne w przedstawionych wyprowadzeniach.

Po przeprowadzonej analizie można wysnuć ogólny wniosek, że maksimum sprawności dla badanych silników indukcyjnych wystąpi przy równości strat biegu jałowego oraz strat w uzwojeniach oraz strat dodatkowych wywołanych prądem obciążenia wirnika. Dla silnika obcowzbudnego i silnika bocznikowego prądu stałego maksimum sprawności wystąpi przy równości strat biegu jałowego oraz strat w uzwojeniach twornika oraz strat dodatkowych wywołanych składową prądu twornika związaną z wydawaną mocą na wale.

Dla otrzymanych wyników można znaleźć interpretację fizyczną. W maszynie biegnącej jałowo powstają tylko straty biegu jałowego. Obciążenie maszyny powoduje, że straty zaczynają wzrastać ponad straty biegu jałowego wskutek pojawienia się prądu obciążenia. **Z chwilą zrównania się strat biegu jałowego ze stratami proporcjonalnymi do kwadratu prądu obciążenia, sprawność maszyny osiągnie największą wartość.**

***Autor:** dr hab. inż. Henryk Banach, Politechnika Lubelska, Katedra Napędów i Maszyn Elektrycznych, ul. Nadbystrzycka 38 A, 20-618 Lublin, E-mail: h.banach@pollub.pl*

LITERATURA

- [1] Latek W., Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle, WNT Warszawa 1979
- [2] Auinger H., Consideration About the Determination and Designation of the Efficiency of Electric Machines, Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives, Springer 1997, 284-304
- [3] Jezierski E., Transformatory, WNT Warszawa 1975
- [4] Gonen T., Electrical Machines with MATLAB, CRC Press 2012
- [5] Banach H., Determination of Maximum Efficiency Position of a Slip – Ring Induction Motor, 34th International Symposium on Electrical Machines, SME 98, Łódź, June 15-18, 1998, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Elektryka Nr 92, 199-204
- [6] Banach H., Określanie położenia maksimum sprawności w transformatorze, VIII Konferencja Naukowo-Techniczna Zastosowania komputerów w elektrotechnice, Kiekrz-Poznań, 7-9.04.2003, 549-551
- [7] Banach H., Wyznaczanie charakterystyki sterowania $U=f(P)$ dla pracy indukcyjnego silnika klatkowego z minimalnymi stratami w szerokim zakresie obciążeń, XXXV Międzynarodowe Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME' 99, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej – Elektryka, z. 111/1999, 337-342.
- [8] Banach H., Praca silnika obcowzbudnego prądu stałego z maksymalną sprawnością, III Sympozjum Naukowe – Sterowanie i Monitorowanie Układów Przemysłowych SM'99, Kazimierz Dolny, 21-23 czerwca 1999, 154-159
- [9] Kordecki A., Budowa maszyn prądu stałego, WNT 1973
- [10] Banach H., Condition for the Occurrence of Maximum Efficiency in Induction Motors and Transformers, 2018 International Symposium on Electrical Machines (SME), 10-13 June 2018, Andrychów, Poland, Publisher: IEEE